This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Digitized by Google

University of Wisconsin
LIBRARY

Class TN
Book .D44
3

Digitized by Google

Digitized by Google

TRAITÉ

D'ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE

THÉORIQUE ET PRATIQUE

ÉLECTROMÉTRIE

Digitized by Google

Digitized by Google

TRAITÉ
D'ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE
THÉORIQUE ET PRATIQUE

PAR

MARCEL DEPREZ
MEMBRE DE L'INSTITUT
PROFESSEUR D'ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE AU CONSERVATOIRE NATIONAL
DES ARTS ET MÉTIERS
PROFESSEUR SUPPLÉANT AU COLLÈGE DE FRANCE

3e FASCICULE

ÉLECTROMÉTRIE

PARIS
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER, ÉDITEUR
Successeur de BAUDRY & Cie
15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15
MAISON A LIÉGE, 21, RUE DE LA RÉGENCE

1900
Tous droits réservés.

Digitized by Google

Digitized by Google

56080
NOV 26 1900
TN
D44
3
6967737

SEPTIÈME PARTIE

ÉLECTROMÉTRIE

CHAPITRE I

DIFFÉRENTES DISPOSITIONS A ADOPTER DANS LA CONSTRUCTION DES INSTRUMENTS DE MESURE

§ 1. — SUSPENSION DES PIÈCES MOBILES.

548. — Suspension par fils. — Le mode de suspension des organes mobiles varie naturellement avec leur poids et aussi avec la direction de l'axe de rotation. Il doit d'ailleurs toujours être disposé de façon à supprimer toute espèce de frottement.

Lorsque l'axe est vertical, on peut employer un fil de cocon, ou un fil métallique ; la suspension peut être monofilaire ou bifilaire et enfin dans ce dernier cas, les deux fils peuvent être placés à côté l'un de l'autre, comme dans la balance bifilaire employée pour la première fois par Harris, ou dans le prolongement l'un de l'autre, comme dans le galvanomètre à circuit mobile Deprez-D'Arsonval. La suspension par fil de cocon simple n est employée que dans les galvanomètres d'une très-grande sensibilité. Un fil de cocon de 1 centimètre de longueur, tel qu'il sort de la filière du ver à soie, peut supporter 10 grammes sans se rompre et cependant il faut pour le tordre de 60 degrés

Digitized by Google

un effort moindre que 1/300 de milligramme appliqué à un bras de levier de 1 centimètre (268).

Un faisceau de 12 fils collés ensemble a pu supporter 96 grammes en ne donnant lieu qu'à un couple de 1/8 de milligramme appliqué à un centimètre, sa longueur étant également de 1 centimètre et l'angle de torsion étant de 57°,3.

La suspension monofilaire au moyen de fils de cocon, est donc supérieure à toutes les autres au point de vue de l'extrême petitesse du couple élastique développé par le fil, capable de supporter un poids déterminé, et on doit l'employer toutes les fois qu'on n'a pas de motifs particuliers pour éviter de le faire.

La suspension métallique est plus robuste, mais donne lieu à un couple de torsion bien plus grand que le fil de cocon, le poids supporté étant le même. Ainsi un fil d'acier capable de supporter 100 grammes, sans se rompre et sans que son élasticité soit altérée, devrait avoir au moins 1/20 de millimètre de diamètre et il faudrait pour le tordre de 60 degrés sous une longueur de 1 centimètre, un effort de 50 milligrammes appliqué à un bras de levier de 1 centimètre; c'est un effort 400 fois aussi grand que celui auquel donne lieu le fil de cocon dans les mêmes conditions.

549. — Suspension magnétique. — On peut aussi employer, pour équilibrer le poids des pièces mobiles, l'attraction exercée à distance sur l'axe de rotation, supposé en fer, par un système d'aimants convenablement disposés. Ce procédé peut d'ailleurs servir aussi pour équilibrer, sans faire naître aucun frottement, des poids de plusieurs tonnes.

Dans le cas actuel, l'application de ce principe aux instruments de mesure peut être variée de bien des manières différentes. Une des plus simples est représentée par la figure 296.

L'axe *aa'* est termimé à sa partie supérieure par une pointe très aigüe qui butte contre un petit bloc de fer C à proximité duquel se trouve le pôle A d'un aimant en fer à cheval dont l'autre pôle B sert à polariser un second bloc de fer D percé d'un trou dans lequel passe l'axe *aa'*. Ce dernier est donc transformé en un aimant dont l'inten-

Digitized by Google

sité d'aimantation dépend de la distance de l'aimant AB aux blocs C et D, et il est soumis, de la part du bloc C, à une force attractive dirigée dans le sens de sa longueur. La grandeur de cette force se règle à volonté en faisant varier la distance de l'aimant AB, et on

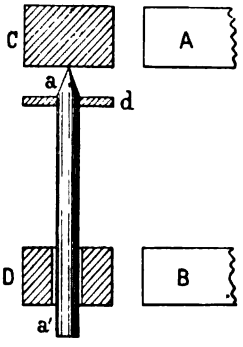


Fig. 296.

commence par placer celui-ci assez près des blocs C et D pour que l'axe *aa'* soit complètement soulevé et n'appuie plus sur son pivot inférieur. On éloigne alors doucement l'aimant jusqu'à ce que l'axe *aa'* recommence à appuyer très légèrement sur le pivot et on est ainsi certain que le poids de l'axe et des pièces qui lui sont fixées, est équilibré aussi exactement qu'on le désire.

Pour rendre l'attraction exercée sur *aa'* plus considérable, on peut fixer sur cet axe et tout près de la pointe *a*, un petit disque en fer *d*. On peut appliquer, avec de légères modifications, le même procédé pour équilibrer le poids de pièces montées sur un axe horizontal, mais il est alors très difficile de ne pas donner naissance à des forces directrices qui viennent s'ajouter à celles qui ont pour but de mesurer l'action mécanique exercée par le courant sur le système magnétique soumis à son action. Il est vrai que ces forces peuvent être éliminées, soit en les équilibrant, soit, ce qui est beaucoup plus simple, en employant la méthode du *rappel au zéro* (ou méthode acinétique) dont nous ferons ressortir les avantages et dont nous ne saurions trop recommander l'emploi. Elle élimine d'un seul coup, en effet, toutes les forces étrangères à celles que l'on veut mesurer à la condition que ces forces étrangères ne soient pas des

Digitized by Google

frottements ou assimilables à des frottements (telles que l'hystérésis du fer par exemple), et encore pourrait-elle les éliminer s'ils étaient invariables.

550. — Suspension hydrostatique. — On a proposé également d'équilibrer le poids des pièces mobiles en les faisant supporter par un tambour creux flottant dans un liquide et possédant un volume tel, que le poids du liquide déplacé diffère très peu du poids collectif des organes à équilibrer et du tambour lui-même. Ce procédé supprime complètement le frottement des pivots et possède, en outre, l'avantage de rendre les instruments *apériodiques*, c'est-à-dire d'amortir très rapidement les oscillations des pièces mobiles lorsqu'elles passent d'une position d'équilibre à une autre. Malgré ces qualités il n'est pas employé.

551. — Suspension sur couteaux. — Lorsque l'axe est horizontal, on emploie de préférence à toute autre, la suspension sur couteaux telle qu'elle est usitée dans les balances. On peut la considérer comme bien près de la perfection surtout si l'on observe que les couteaux, lorsque le poids de l'équipage mobile n'est que de quelques dizaines de grammes, peuvent être remplacés par deux aiguilles dont les extrémités très aiguës peuvent être considérées comme des points sans dimension déterminant une droite qui correspond à l'arête des couteaux ordinaires (fig. 297).

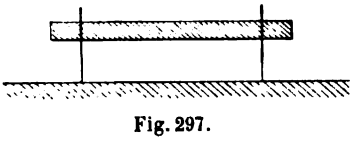


Fig. 297.

On peut aussi remplacer les couteaux par une suspension monofilaire, même quand l'axe est horizontal ; il suffit pour cela de tendre fortement un fil métallique aboutissant à deux points fixes A et B (fig. 298) par lesquels passe l'axe idéal de rotation, et de souder au milieu de ce fil le mobile C qui est soumis à l'action du couple que l'on veut mesurer. Mais ce dispositif, qui constitue une véritable balance de

Digitized by Google

torsion à axe horizontal, nécessite l'emploi de fils très tenaces parce que, pour éviter que la flèche produite par le poids de C ne soit notable, il faut donner au fil AB une tension très supérieure à ce

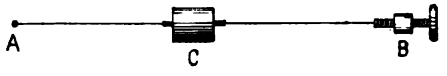


Fig. 298.

poids. Nous avons employé cette disposition avec succès dans certains instruments qui seront décrits plus loin.

Cette flèche pourrait d'ailleurs être évitée complètement en équilibrant le poids de l'équipage mobile par l'action attractive d'un aimant AB agissant sur un petit axe en fer doux *ab*, en sens contraire de la pesanteur, comme le montre la figure 299. On a supprimé l'équipage mobile qui doit être lié à l'axe en fer *ba*, soudé à ses extrémités au fil *ff'* qui sert d'axe de rotation et qui doit être situé exactement dans le prolongement de l'axe de figure du petit cylindre *ba*. On

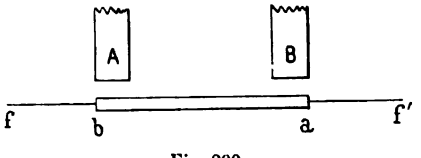


Fig. 299.

voit en A et B les extrémités polaires de l'aimant qui doit pouvoir être éloigné ou rapproché de *ab*, jusqu'à ce que son attraction fasse exactement équilibre au poids des masses mobiles. Ce système ne peut évidemment pas être employé lorsque l'équipage mobile contient des aimants sur lesquels l'aimant AB exercerait une action directrice qui serait en général une gêne, parce qu'elle viendrait s'ajouter à celles que le courant doit régulièrement exercer sur l'équipage mobile. Il vaudrait mieux, en ce cas, avoir recours à la suspension hydrostatique.

La suspension monofilaire horizontale est excellente lorsque le poids des pièces à suspendre est très petit.

Digitized by Google

§ 2. — MOYENS EMPLOYÉS POUR PRODUIRE ET MESURER LA FORCE ANTAGONISTE OPPOSÉE A L'ACTION DU COURANT.

552. — Différentes forces antagonistes. — On a recours à trois sortes de forces différentes pour équilibrer l'action mécanique du courant sur les pièces mobiles : — 1° la pesanteur ; 2° l'élasticité des ressorts ; 3° l'effort directeur exercé par un champ magnétique sur un barreau aimanté.

553. — Utilisation de la pesanteur. — Balances. — En raison de son immuabilité et de la facilité avec laquelle on peut se procurer des poids étalonnés, l'action de la pesanteur doit être préférée à toutes les autres chaque fois qu'il est possible de le faire. L'appareil de mesure est alors une véritable balance appartenant à la famille des pesons et des balances dites *romaines*, c'est-à-dire que l'effort du courant est équilibré par l'action d'un poids constant, agissant sur un bras de levier variable.

La variété de balance électro-dynamique, construite sur les indications de lord Kelvin, est un exemple de l'application de la *romaine* à la mesure de l'effort du courant. La figure 300 représente schématiquement la disposition employée pour faire varier le moment du poids p, mobile le long d'un bras de levier ACD, qui porte en A un poids P de position invariable, destiné à équilibrer le poids des pièces mobiles, lorsque le courant n'agit pas.

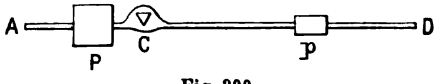


Fig. 300.

Pour déplacer le poids mobile p sans le toucher directement avec les mains, ce qui donnerait lieu à des efforts parasites qui troubleraient son action, on emploie un dispositif composé de deux fils de soie dont le poids est absolument négligeable, qui sont attachés en son milieu et qui permettent de le tirer : l'un de droite à gauche et

Digitized by Google

l'autre de gauche à droite. L'effort de traction passant par l'arête du couteau C, a un moment nul et ne trouble pas, par conséquent, l'action de p. D'ailleurs, ces deux fils ont une longueur telle qu'ils peuvent cesser d'être tendus à volonté, lorsque le poids p arrive près de la position qui correspond à l'équilibre. Ils sont donc sans influence sur la pesée.

Au lieu de faire varier le bras de levier d'un poids en le faisant glisser le long d'une tige, on peut, comme dans le *peson* à poids, laisser invariable la distance du poids antagoniste au centre de rotation et faire varier l'angle du levier avec la verticale. Les figures 301 et 302 montrent l'application de ce procédé à un électro-dynamomètre de la forme la plus simple, dans lequel le mouvement de la bobine mobile A est supposé limité à un très petit angle, cette bobine devant d'ailleurs toujours être ramenée à la même position relative par rapport à la bobine fixe BB, par l'action de la force antagoniste.

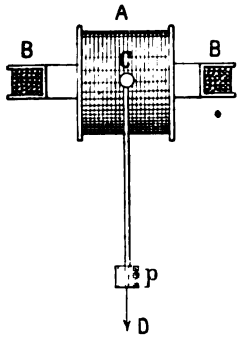


Fig. 301

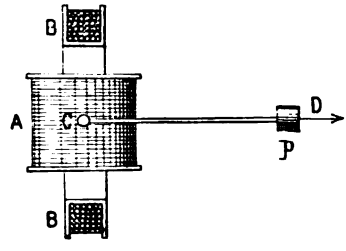


Fig. 302.

Les deux bobines, dont les axes font entre eux un angle droit, sont montées sur un même bâti mobile autour d'un axe horizontal, de façon que le système puisse prendre à volonté : soit la première position dans laquelle le levier CD auquel est fixé invariablement le poids p est vertical ; soit la seconde position, dans laquelle le levier CD est horizontal ; soit une position intermédiaire quelconque. Dans tous les cas, les bobines A et BB restent toujours dans la même position relative, et exercent par conséquent l'une sur l'autre des actions

Digitized by Google

mécaniques qui ne dépendent que des intensités des courants qui les traversent et nullement de l'angle du levier CD avec la verticale. Le moment du poids p dépend, au contraire, essentiellement, de cet angle puisqu'il est proportionnel à son sinus. Il suffit donc, pour rendre égaux les moments des actions électriques et celui du poids p, de faire tourner tout l'ensemble des deux bobines d'un angle α satisfaisant à l'équation $C_1 II' = pl \sin \alpha$, dans laquelle on désigne : par I et I' les courants qui traversent respectivement les bobines A et B ; par C_1 la valeur du couple développé entre les deux bobines lorsque $I = I' = 1$; par p et par l la valeur du poids p et sa distance à l'axe de rotation de la bobine mobile A qui doit être montée sur couteaux ou sur des pivots très aigus, suivant que l'amplitude du mouvement que doit pouvoir effectuer l'ensemble des deux bobines pour amener l'équilibre, est inférieure ou supérieure à 30 degrés environ. Ainsi dans l'hypothèse d'une amplitude de 90 degrés, que nous avons admise, le cadre mobile A doit être monté sur pivots, tandis que l'ensemble des deux bobines est monté sur des tourillons dont les frottements sont sans influence aucune sur la position d'équilibre de la bobine mobile A.

Il y a une grande analogie entre cette manière d'utiliser la pesanteur comme force antagoniste variable à volonté, et celle qui permet d'utiliser la force directrice du magnétisme terrestre, dans la boussole des sinus.

554. — **Application de la force antagoniste produite par un poids, aux appareils de suspension monofilaire ou bifilaire.** — Il semble qu'on ne puisse appliquer la force antagoniste produite par un poids, qu'à des appareils dans lesquels l'axe de rotation des pièces mobiles est horizontal. Il n'en est rien, ainsi que nous allons le voir.

Le dispositif connu sous le nom de balance bifilaire de Snow Harris et que nous avons déjà décrit (269), constitue une solution très intéressante du problème dont nous parlons ; nous allons voir qu'on peut employer un autre procédé applicable aux appareils dans lesquels les pièces mobiles tournent autour d'un axe sensi-

Digitized by Google

blement vertical. Nous disons *sensiblement*, parce que si l'axe était rigoureusement vertical, ce procédé serait en défaut.

Supposons qu'un corps de poids p soit placé sur un plan faisant avec le plan horizontal un angle α (fig. 303), qu'il puisse se mouvoir librement, en tous sens et sans aucun frottement, à la surface de ce plan supposé impénétrable ; on trouve facilement que son mouvement est le même que s'il était soumis à l'action d'une force unique, parallèle à la *ligne de plus grande pente* du plan et égale à $p \sin \alpha$. Il résulte de là que si le corps est astreint à décrire une circonférence située dans ledit plan, l'effort tangentiel qui lui est appliqué a pour valeur $p \sin \alpha \sin \theta$, θ désignant l'angle décrit par le centre de gravité du corps dans son mouvement circulaire, cet angle étant compté à partir de la ligne de plus grande pente qui passe par le centre du cercle. Le moment de cet effort tangentiel a pour valeur $pl \sin \alpha \sin \theta$, l désignant la longueur du rayon de la circonférence.

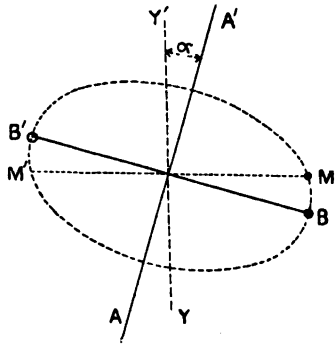


Fig. 303.

Il est facile de réaliser matériellement les hypothèses que nous venons de faire. Soit AA' (fig. 303) un axe constitué, par exemple, par un fil métallique fortement tendu, faisant avec la verticale YY' un angle α ; soit B'B une tige rigide soudée à angle droit sur l'axe AA' et portant à son extrémité B une petite masse pesante. Si on imprime à cette tige un mouvement de rotation autour de AA', elle engendrera un cercle dont le plan sera perpendiculaire à AA' ; la ligne de plus grande pente de ce plan fera, par conséquent, un angle α avec le plan horizontal.

Digitized by Google

Si nous supposons que la tige B'B coïncide d'abord avec la ligne de plus grande pente, et qu'on l'amène ensuite en M'M en lui faisant décrire un angle θ autour de l'axe AA', le moment de la force exercée sur cette tige par la masse pesante, aura pour valeur, d'après ce que nous venons de dire,

$$pl \sin \alpha \sin \theta$$

et ce moment tendra à ramener la tige dans la position B'B. Si au contraire la masse pesante était située d'abord en B', c'est-à-dire à l'autre extrémité du diamètre passant par B, la rotation l'amènerait en M', et le moment aurait encore la même valeur numérique mais il serait de signe contraire et tendrait à écarter de plus en plus la tige BB' de sa position primitive. Le moment développé par l'action de la pesanteur sur le bras de levier OB, est donc résistant dans le premier cas, et moteur dans le second. Le moment développé par la torsion du fil AA' est, au contraire, toujours résistant et si on désigne par C_1 la valeur qu'il prend lorsque l'angle de torsion est égal à l'unité (57°,295), sa valeur deviendra, pour un angle θ, égale à $C_1\theta$. Si la torsion du fil est nulle lorsque le levier B'B est dirigé suivant la ligne de plus grande pente du plan, le moment total exercé sur la tige OB, sera égal à

$$-C_1\theta \mp pl \sin \alpha \sin \theta.$$

Mais si l'angle θ ne dépasse pas 10°, on peut écrire, sans que l'erreur relative ainsi commise atteigne $\frac{1}{1000}$, $\sin \theta = \theta$, et l'expression du moment devient

$$-C_1\theta \mp pl \sin \alpha . \theta = (-C_1 \mp pl \sin \alpha)\theta$$

le signe — convenant au cas où la petite masse pesante occupe la position B lorsque le fil est sans torsion, et le signe + au cas où elle occupe la position B'. Si l'on adopte cette dernière disposition, on voit que le moment résultant appliqué au levier OB' par les actions combinées de la pesanteur et de l'élasticité de torsion du fil AA', aura pour expression

$$(-C_1 + pl \sin \alpha)\theta.$$

On voit immédiatement que pour une valeur quelconque de θ (infé-

Digitized by Google

rieure à 10°), on peut rendre ce moment aussi petit que l'on veut puisque l'on dispose arbitrairement des trois quantités p, l, α, absolument indépendantes les unes des autres. Un cas intéressant est celui où on les choisit de manière à satisfaire à l'équation

$$pl \sin \alpha = C_1.$$

Le moment résultant est alors constamment nul et le levier OB, écarté de sa position initiale d'un angle inférieur à 10°, ne tend pas à y revenir, ou, du moins, n'est sollicité à y revenir que par une force extrêmement petite. On dit alors que l'instrument est *astatique*. Si l'on se donne d'avance les quantités C_1, p et l, il suffira, pour obtenir l'astaticité, de donner à l'axe AA' une inclinaison telle que l'on ait

$$\sin \alpha = \frac{C_1}{pl}.$$

Si l'inclinaison est supérieure à celle qui résulte de cette équation, l'équilibre est instable, et la moindre déviation du levier à droite ou à gauche de la position OB', entraîne immédiatement sa chute qui ne s'arrête que lorsque la torsion croissante du fil développe un couple égal à celui de la pesanteur.

Si l'angle α a une valeur un peu plus petite que celle qui correspond à l'équilibre indifférent, le moment résultant qui tend à ramener le levier OM à sa position d'équilibre OB, est d'autant plus petit que α diffère moins de la valeur donnée par l'équation précédente. Il en résulte que si on applique au levier OM une force tendant à le dévier de sa position d'équilibre, l'angle BOM $= \theta$ décrit par le levier sous l'action de cette force, est d'autant plus grand que l'angle α s'approche davantage de la position d'équilibre indifférent. Cette remarque a été mise à profit par M. Abraham pour accroître dans un rapport quelconque la sensibilité des galvanomètres à circuit mobile.

555. — Exemple numérique. — Supposons que l'on veuille rendre indifférent l'équilibre d'un équipage mobile suspendu à un fil d'acier de 1/2 millimètre de diamètre et de 20 centimètres de longueur, capable de supporter, sans altération, une charge de 10 kilogrammes.

Lorsqu'on le tord d'un angle égal à l'unité, le couple élastique C_1 développé

Digitized by Google

par la torsion, est facile à évaluer au moyen de la formule que nous avons fait connaître dans une autre partie de cet ouvrage (265).

Nous avons vu, en effet, que ce couple est proportionnel à la quatrième puissance du diamètre du fil et en raison inverse de la longueur, et que, pour un fil d'acier de 1 millimètre de diamètre et de 1 mètre de long, on a sensiblement $C_1 = 80000$ dynes. Donc, si le diamètre est réduit à 1/2 millimètre, le couple C_1 devient 16 fois moindre, soit 5000 dynes, et si, au lieu de 1 mètre, sa longueur est de 20 centimètres, ce dernier nombre devra être multiplié par $\frac{100}{20}$. On trouve ainsi, $C_1 = 25000$ dynes.

Mais il est essentiel de remarquer que le fil ne peut pas être encastré simplement à l'extrémité supérieure, parce qu'alors il se dirigerait toujours suivant la verticale et ne pourrait prendre l'inclinaison α donnée par l'équation ci-dessus. Il faut donc souder le levier OM à un second fil identique au premier et fixé dans son prolongement, mais il en résultera nécessairement que la valeur de C_1 sera doublée. Nous aurons donc $C_1 = 50000$.

L'équation de condition relative à l'équilibre indifférent, deviendra alors

$$pl \sin \alpha = 50000$$

et si on prend $p = 50000$ dynes, ou environ 51 grammes ; $l = 5$ centimètres, on trouve $\sin \alpha = 0.2$ qui correspond à un angle d'environ 11° 1/2. Si on donne au fil de suspension une inclinaison inférieure à ce nombre d'une très petite quantité, la force qui tendra à ramener le levier OM à sa position d'équilibre OB′, sera incomparablement plus petite que celle qui est développée par la torsion du fil. Mais il est essentiel de se rappeler que tout ceci n'est vrai qu'à la condition que la déviation θ du levier OM, ou ce qui revient au même, que l'angle de torsion, atteigne tout au plus 5 degrés, car dans le cas contraire, on ne pourrait plus considérer les sinus comme proportionnels aux angles.

556. — Appareils à poids variable et à bras de levier constant. — La balance ordinaire est le type, par excellence, des appareils dans lesquels on mesure l'intensité d'une force en cherchant, par tâtonnement, la valeur du poids qui lui fait équilibre, mais elle est inapplicable dans les appareils de mesure dont nous nous occupons ici à cause du temps considérable nécessaire pour faire une pesée. Cet inconvénient est si grave, même dans les cas où l'emploi de la balance s'impose absolument à cause de la haute précision qu'elle permet d'atteindre, que l'on a cherché des dispositifs permettant de manipuler mécaniquement les poids étalonnés destinés à faire équilibre au poids du corps à peser et de déterminer leur valeur sans

Digitized by Google

tâtonnement. Ce problème a été résolu d'une façon élégante et tout à fait satisfaisante ; mais la description de ce genre de balance sortirait complètement de notre cadre.

Nous nous bornerons à décrire ici, deux procédés permettant de faire varier d'une façon continue, le poids connu destiné à équilibrer l'action électro-magnétique qu'il s'agit de mesurer.

Le premier, dû à M. Serrin, est basé sur l'emploi d'une petite chaîne dont la fabrication doit être d'une régularité absolue, de façon que tous les anneaux, de très-petites dimensions d'ailleurs, soient absolument identiques. Les chaînes fabriquées par les bijoutiers remplissent très bien ces conditions.

L'une des extrémités de la chaîne est attachée en F (fig. 304) au point où l'on veut appliquer un effort variable ; l'autre extrémité est encastrée sur la circonférence d'une petite poulie P, mobile à la main autour d'un axe sur lequel elle est montée à frottement dur. Le centre de la

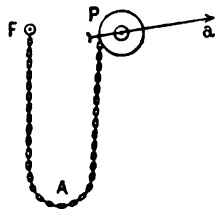


Fig. 304.

poulie doit être aussi rapproché que possible du point F et situé sur la même horizontale que lui. En faisant tourner la poulie, on enroule sur sa circonférence une longueur plus ou moins grande de la chaîne et on raccourcit de plus en plus la portion FAP de cette chaîne qui reste librement suspendue. Or, il est facile de voir que l'effort exercé sur le point F est égal à la moitié du poids de cette portion. Il suffit donc, pour évaluer ledit effort, de connaître sa valeur pour deux positions données de l'aiguille P*a* liée à la poulie ; et la graduation de l'instrument se fera ensuite en divisant simplement en parties égales, l'intervalle angulaire compris entre les deux positions de l'aiguille, pour lesquelles on a mesuré directement l'effort appliqué en F. Il est bien entendu que la chaîne doit s'enrouler sur la

Digitized by Google

poulie P avec une régularité parfaite et que ses différentes spires ne doivent pas chevaucher les unes sur les autres lorsqu'on fait accomplir à la poulie plusieurs tours.

557. — Utilisation de la poussée hydrostatique d'un liquide. — On sait qu'un corps plongé dans un liquide est sollicité par une force dirigée de bas en haut et dont la valeur est égale au poids du volume du liquide déplacé par le corps. Ce principe a été appliqué à la construction de balances, dites hydrostatiques, qui sont à la fois simples, robustes et exactes. Il peut être également utilisé dans les appareils destinés aux mesures délicates comme celles dont nous nous occupons ici.

Soit une tige cylindrique A (fig. 305) plongée dans du mercure contenu dans un godet B; en vertu du théorème que nous venons d'énoncer, elle est sollicitée par une force égale au poids du volume de mercure déplacé par la portion immergée. Nous allons chercher l'expression, non pas de cette force, mais de son accroissement, lorsque la tige s'enfonce d'une quantité x, comptée à partir de sa position actuelle.

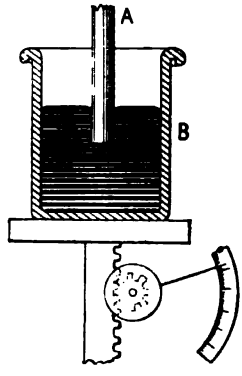


Fig. 305.

Soit s la section de la tige; S celle du godet mesurée au niveau de la surface libre du liquide; p le poids de l'unité de volume du mercure. Lorsque la tige descend d'une quantité x, le volume immergé augmente de sx et le mercure s'élève, par rapport aux parois du cylindre, d'une quantité x_1 déterminée par l'équation

Digitized by Google

$$sx = (S - s)x_1 \qquad \text{d'où} \qquad x_1 = \frac{s}{S - s}\, x.$$

L'accroissement de la hauteur du niveau du mercure au-dessus de l'extrémité inférieure de la tige A, est égal à $x + x_1$, et l'*accroissement* de la poussée verticale a, par suite, pour valeur

$$ps(x + x_1) = \frac{S}{S - s}\, psx.$$

L'accroissement de la poussée est donc proportionnel au déplacement relatif de la tige A par rapport aux parois du vase B. Ce dispositif constitue donc un véritable dynamomètre dans lequel les accroissements d'une force appliquée en A sont rigoureusement proportionnels au déplacement relatif de A par rapport à B. On peut s'en servir de deux manières :

1° en fixant le vase B, la tige A étant mobile et reliée à l'organe électro-magnétique sur lequel s'exerce l'action mécanique du courant; elle s'enfoncera alors dans le mercure jusqu'à ce que la poussée croissante de ce liquide sur la base du cylindre A, fasse équilibre à la force que l'on veut mesurer. Au moyen d'un mécanisme très simple ce déplacement de A peut servir à faire mouvoir une aiguille sur un cadran gradué; c'est la solution généralement préférée dans les appareils industriels.

2° On peut limiter, par deux arrêts très rapprochés, le mouvement de A, et faire monter ou descendre le vase B au moyen d'une vis ou d'une crémaillère manœuvrée à la main jusqu'à ce que la tige A se tienne en équilibre à égale distance des deux arrêts qui limitent son mouvement. Le déplacement imprimé à B, et mesuré par le mouvement angulaire de la tête du bouton de la vis ou du pignon de la crémaillère, fera également connaître la valeur de la force appliquée en A. Nous avons déjà expliqué les motifs qui nous font préférer cette seconde méthode, à laquelle nous avons donné le nom d'*acinétique*, à la première, que nous avons désignée sous le nom de méthode de *libre déviation* et qui est cependant employée presqu'universellement dans les appareils industriels.

L'emploi du dispositif que nous venons de décrire permet, non seulement de mesurer exactement, en les comparant à la pesanteur,

Digitized by Google

les forces électriques qu'il s'agit d'évaluer; mais encore il se prête admirablement à l'emploi d'appareils à circuit mobile, en utilisant la conductibilité du mercure contenu dans le vase B; à la condition que ce circuit mobile soit relié métalliquement et invariablement au plongeur A. Il faudrait, dans ce cas, employer deux godets de mercure et deux cylindres plongeurs, l'un pour l'entrée, l'autre pour la sortie de courant.

§ 3. — EMPLOI DE RESSORTS POUR PRODUIRE ET MESURER LA FORCE ANTAGONISTE.

558. — Dispositions à adopter. — Les ressorts se prêtent admirablement à la production et à la mesure d'une force. Ils sont légers, ne tiennent pas de place, et produisent facilement, lorsqu'ils sont construits avec des métaux de bonne qualité (acier dur, maillechort, laiton écroui) et bien proportionnés, des efforts variant dans des limites extrêmement étendues et rigoureusement proportionnels à l'allongement ou à la torsion qui met en jeu leur force élastique.

Nous avons eu déjà l'occasion de parler de leur emploi pour la mesure directe d'un couple que l'on équilibre par la torsion d'un fil dont la longueur doit toujours être très grande par rapport à son diamètre. La balance de Coulomb est le type classique de cette application de l'élasticité de torsion. La figure 306 représente une autre disposition qui est, dans certains cas, plus commode que celle adoptée par Coulomb. L'équipage mobile AE, auquel sont appliquées les forces électriques qu'il s'agit de mesurer, est attaché aux points A et E, aux extrémités de deux fils métalliques AB, EF, placés dans le prolongement l'un de l'autre. Le fil supérieur AB est fixé, d'autre part, en B, à un bouton muni d'une aiguille C qui se meut devant un cadran gradué dont le centre est en B. On peut donc, au moyen de ce bouton, tordre le fil AB d'un angle connu.

Le fil inférieur EF est attaché en F, à une lame élastique FG fixée en G, sur le socle de l'instrument, et qui a pour but de donner au fil EF une tension que l'on peut régler à volonté en agis-

Digitized by Google

sant sur la vis creuse D. Cette vis laisse passer librement le fil AB, mais, étant emprisonnée dans un écrou fixé au bâti de l'instrument, elle fait monter ou descendre tout l'équipage mobile et par suite

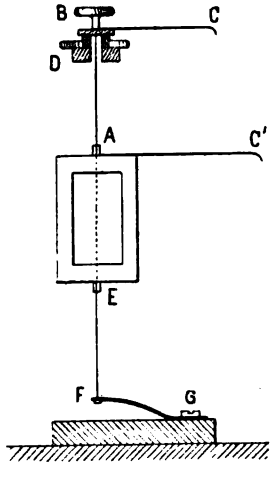


Fig. 306.

l'extrémité F du ressort FG, lorsqu'on la fait tourner dans un certain sens.

L'équipage mobile est muni d'une aiguille AC' (ou d'un miroir), permettant de mesurer sa déviation angulaire lorsqu'on emploie la méthode de « libre déviation ». Si on préfère la méthode « acinétique », on agit sur le bouton B et on tord le fil AB jusqu'à ce que sa réaction élastique fasse équilibre au couple développé par les actions électriques ; on reconnaît que cette condition est remplie lorsque l'aiguille AC' vient se replacer exactement en regard du zéro de la graduation du cadran devant lequel elle se meut. Cette seconde manière d'opérer, outre les qualités que nous avons déjà mises en évidence, présente encore, sur le procédé de libre déviation, l'avantage d'être deux fois aussi sensible que ce dernier. En effet, lorsque le cadre dévie librement, il se meut jusqu'à ce que le couple développé par les actions électriques soit égal à la somme des couples développés par la torsion des fils AB, EF, c'est-à-dire au double du couple développé par un seul d'entre eux, puisqu'ils sont généra-

Digitized by Google

lement identiques. Quand, au contraire, on tord le fil AB pour obtenir l'équilibre en maintenant au zéro l'aiguille AC′, le fil EF ne subit aucune torsion et on est obligé, pour développer le même couple élastique, d'imprimer au fil AB, et par suite à l'aiguille AC, une torsion double de celle de chacun des fils AB, EF, dans le premier cas.

On voit que cet ensemble de deux fils, placés dans le prolongement l'un de l'autre, remplit trois fonctions distinctes : 1° il constitue un axe géométrique rigoureusement déterminé autour duquel tourne l'équipage mobile ; 2° il sert de dynamomètre, puisque sa torsion permet de mesurer le couple exercé sur l'équipage mobile ; 3° il permet de faire passer un courant dans l'équipage mobile, puisque les pièces B et G peuvent être métalliquement reliées entre elles par l'intermédiaire d'un fil enroulé sur cet équipage mobile.

Il présente toutefois un défaut qu'il importe de ne pas perdre de vue et qui consiste en ce que les deux fils AB et EF, peuvent ne pas être situés sur une verticale ; dans ce cas, la libre déviation des pièces mobiles entraîne généralement un déplacement vertical du centre de gravité de ces dernières, comme dans le dispositif dont nous avons étudié les effets dans le n° 554. La force antagoniste n'est plus alors produite par le couple élastique seul et l'instrument se déréglera chaque fois qu'on le changera de place. Pour parer à cet inconvénient, il faut : ou bien adopter une disposition qui force l'axe de rotation BF à passer par le centre de gravité du système, ou bien employer la *méthode acinétique* qui élimine d'un seul coup toutes les forces autres que celles que l'on fait varier volontairement pour ramener les pièces mobiles à leur position d'équilibre naturel et qui est, dans le cas actuel, produite par la torsion du fil AB. Si l'on écarte la seconde solution, il faut trouver un moyen de faire passer à coup sûr, l'axe BAEF par le centre de gravité des pièces mobiles. Le procédé le plus simple consiste à terminer le fil EF par un petit poids p (fig. 307) en acier qui plonge presqu'entièrement dans un godet de même métal JJ′, contenant du mercure à sa partie inférieure, et de la cire jaune dans sa partie supérieure. En chauffant le godet à une température notablement supérieure à celle de la fu-

Digitized by Google

sion de la cire, cette dernière, forme au-dessus du mercure, une couche *aa'*, *bb'*, parfaitement fluide, et le poids cylindrique *p* prend une position telle, que son centre de gravité, et celui de l'équipage mobile EA, se placent sur la même verticale représentée par la direction

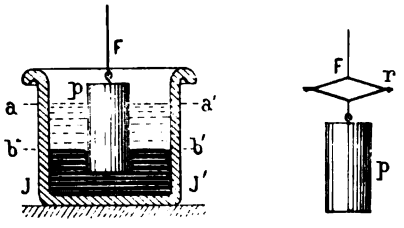


Fig. 307.

des fils FE, AB. On laisse alors refroidir le godet JJ' ; la cire se solidifie et fixe le fil FE. Mais il faut, pour être certain que ce fil reste toujours tendu, remplacer l'action de la lame élastique FG, par celle d'une autre agissant de bas en haut sur l'écrou de la vis D.

On pourrait toutefois éviter cette modification dans la construction en intercalant un petit ressort *r* à double lame, entre le poids *p* et le fil FE.

559. — Autres formes de ressorts de torsion. — On peut donner également, aux ressorts destinés à produire directement un couple, deux autres formes qui présentent certains avantages sur le simple fil de torsion mais qui ne peuvent, comme lui, jouer le rôle d'axe matériel permettant à la fois de suspendre l'équipage mobile

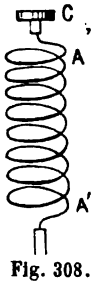


Fig. 308.

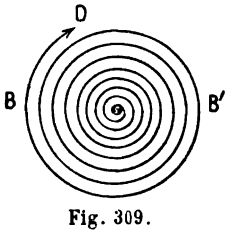


Fig. 309.

dans l'espace et de le forcer à tourner autour d'une droite parfaitement définie.

Digitized by Google

Ces deux formes, sont le ressort en hélice AA′, (fig. 308) que l'on appelle vulgairement ressort à boudin, et le ressort en spirale BB′ (fig. 309) universellement employé dans les chronomètres, et comme moteur et comme organe d'isochronisme. Le couple développé par la torsion d'un ressort en hélice, se calcule absolument comme celui d'un simple fil rectiligne de même diamètre et de même longueur totale, ce qui revient à dire que si on développe en ligne droite le ressort en hélice (après l'avoir bien entendu détrempé puis retrempé pour lui rendre son élasticité) et qu'on le torde d'un certain angle, le couple de torsion développé sera le même que celui qui correspondait à la même torsion du bouton C, lorsque le ressort affectait la forme hélicoïdale.

Le ressort en spirale jouit des mêmes propriétés que le ressort en hélice et il présente, en outre, l'avantage de tenir beaucoup moins de place en hauteur. On fixe généralement son centre à l'axe de rotation de l'équipage mobile et son extrémité libre D, à une aiguille, mobile à frottement dur, autour d'un axe situé sur le prolongement de celui de l'équipage mobile. L'extrémité de cette aiguille se meut devant un cadran divisé qui fait connaître l'angle de torsion quand on veut ramener l'équipage mobile à une position invariable ; on est averti qu'il en est ainsi par une seconde aiguille fixée à l'axe de rotation de cet équipage mobile, et qui doit alors se trouver toujours en face d'un repère fixe.

Ces deux formes de ressorts conviennent très bien aux appareils de mesures électriques. Ils sont peu volumineux, le dernier surtout, ont une sensibilité aussi grande que l'on veut, et constituent de véritables balances de précision dans lesquelles le couple développé par la torsion du ressort, est exactement proportionnel à l'amplitude angulaire de celle-ci dans des limites très étendues, qui dépassent même de beaucoup les besoins de la pratique. Ils se prêtent d'ailleurs avec une grande facilité à la vérification de l'exactitude et de l'invariabilité de leurs indications dynamométriques. Il suffit, en effet, si l'équipage mobile tourne autour d'un axe horizontal, de munir ce dernier d'un petit levier horizontal portant à son extrémité un crochet auquel on peut suspendre à volonté un poids toujours le même. Lorsqu'on veut vérifier le ressort, on accrohe ce poids à l'extrémité du levier, et on tourne

Digitized by Google

le bouton de torsion du ressort jusqu'à ce que le levier vienne occuper exactement la même position que lorsque le poids est enlevé. L'angle dont on a dû tourner le bouton pour obtenir ce résultat, doit être invariable.

Si l'équipage mobile tourne autour d'un axe vertical, la vérification se fait en comptant le nombre d'oscillations qu'il effectue dans un temps donné (une minute par exemple), autour de sa position d'équilibre naturel, lorsqu'on l'en écarte et qu'on le lâche ensuite brusquement. Il faut, bien entendu, que pendant cette opération, le mouvement oscillatoire de l'équipage mobile ne développe aucune force antagoniste autre que celle du ressort ; on devra donc s'arranger de façon à supprimer les *amortisseurs* s'il en existe dans l'instrument.

Lorsque l'axe de rotation est vertical, il est clair que l'emploi du fil de cocon comme moyen de suspension, est tout indiqué, à la condition que le poids de l'équipage mobile ne soit pas trop considérable. Les ressorts en hélice ou en pirale ne peuvent en effet, comme le simple fil métallique de la balance de Coulomb, servir à la fois de moyen de suspension et d'axe de rotation. Ils ne peuvent remplir que le rôle de dynamomètres, mais ils sont alors d'une sensibilité beaucoup plus grande.

560. — Ressorts de traction. — Bien que les ressorts en hélice et en spirale remplissent toutes les conditions désirables de sensibilité, de précision et de facilité d'application, on peut, dans certain cas, trouver plus commode l'emploi d'un ressort de traction agissant à l'extrémité d'un bras de levier, comme lorsqu'il s'agit, par exemple, de mesurer l'attraction ou la répulsion mutuelle de deux bobines parcourues par des courants, ou encore, l'attraction exercée sur une tige de fer doux dont une portion est indroduite dans une bobine parcourue par un courant.

La figure 310 représente une disposition de ce genre que nous avons essayée avec succès et sur laquelle nous reviendrons plus loin. Les pièces essentielles de l'appareil sont :

1° Un fléau de balance AB qui porte trois couteaux C, C′, C″, dont les arêtes sont, comme d'habitude, parallèles et situées dans un même plan horizontal. Le couteau C supporte la pièce (bobine ou fer doux)

Digitized by Google

à laquelle sont appliquées les forces électriques qu'il s'agit de mesurer mais qui, dans la figure, est remplacée par un plateau K dans lequel on place des poids gradués.

2° Un ressort en hélice HI dont l'extrémité H est reliée au couteau C″ tandis que l'extrémité I est attachée à une tige II′ soudée à un tube GG′ fileté à l'intérieur.

3° Une vis micrométrique FF′, dont les extrémités buttent contre des arrêts fixes DD′ qui lui permettent de tourner mais empêchent tout mouvement de translation de la vis à laquelle le tube GG′ sert d'écrou.

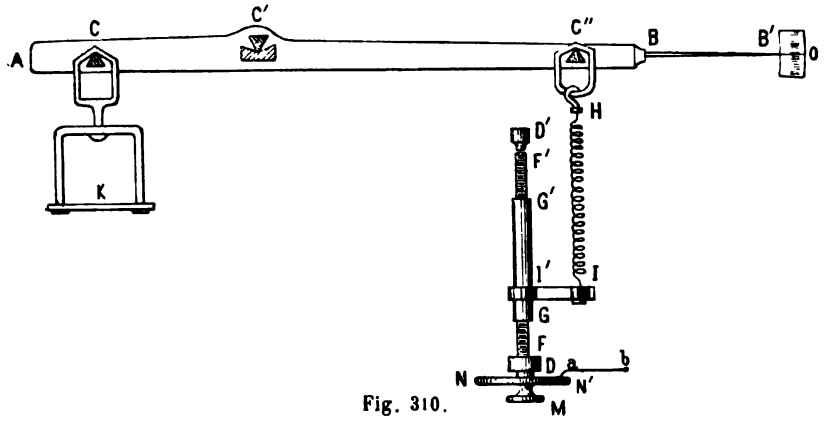


Fig. 310.

A l'inverse de la vis, le tube GG′ peut prendre un mouvement de translation, mais il est guidé par des glissières (non représentées sur la figure) qui ne lui permettent aucun mouvement de rotation. La vis porte un plateau gradué NN′ permettant de mesurer les centièmes de tours au moyen d'une aiguille *ab*. Les nombres entiers de tours sont appréciés directement au moyen d'une échelle rectiligne, verticale, devant laquelle se meut une aiguille attachée à la tige II′.

4° Une longue aiguille BB′ dont l'extrémité B′ se meut devant un repère fixe O.

Pour tarer un ressort avec cet instrument, on procède de la manière suivante :

Le fléau AB doit être en équilibre, et l'aiguille BB′ doit être arrêtée en face du repère O, lorsqu'aucun poids n'est placé dans le plateau K. Si cette condition n'était pas remplie, on mettrait dans le plateau K

Digitized by Google

des poids non tarés, du sable par exemple, ou de la grenaille de plomb, de façon à amener l'aiguille un peu au-dessus du repère et on produirait ensuite la coïncidence exacte en tendant légèrement le ressort avec la vis micrométrique. La division du plateau devant laquelle se trouve l'aiguille *ab*, est alors notée et on charge ensuite le plateau K, de poids tarés augmentant en progression arithmétique comme 5 grammes, 10 grammes, 15 grammes, etc. ; on a soin de ramener chaque fois, l'aiguille BB' devant le repère en tournant la vis M et de noter le nombre de tours et de centièmes de tours indiqués par l'aiguille *ab*.

On peut ainsi construire une table numérique faisant connaître exactement les allongements du ressort, exprimés en millimètres et centièmes de millimètres, en fonction des charges placées dans le plateau K. Il est facile d'en conclure, si on le désire, les efforts directement appliqués en C''; il suffit pour cela de multiplier les charges du plateau par le rapport $\frac{C''C'}{CC'}$ du bras de levier du ressort et du plateau.

Voici les résultats d'une série de mesures effectuées sur un ressort destiné à un ampèremètre étalon que nous avons fait construire en 1888 et qui sera décrit plus loin. Dans cet appareil, les bras de levier CC', C'C'' étaient égaux ; le poids des pièces mobiles auxquelles était attaché le plateau K, ajouté au poids de ce plateau lui-même, atteignait 1100 grammes, et cette charge était équilibrée en donnant au ressort une tension initiale équivalente, au moyen de la vis micrométrique. La tension véritable du ressort dans chaque expérience, était donc égale au poids taré placé dans le plateau K, augmenté d'une charge constante de 1100 grammes.

Accroissements de charge (grammes)	Allongements mesurés (millimètres)	Allongements calculés —	Accroissements de charge (grammes)	Allongements mesurés (millimètres)	Allongements calculés —
10	1.02	1.05	120	10.90	10.95
20	1.94	1.95	140	12.71	12.75
30	2.84	2 85	160	14.51	14.55
40	3.78	3.75	180	16.31	16.35
50	4.65	4.65	200	18.05	18.15
60	5.55	5.55	240	21.66	21.75
70	6.45	6.45	280	25.31	25.35
80	7.40	7.35	320	28.94	28.95
90	8.26	8.25	360	32.59	32.55
100	9.15	9.85	400	36.23	36.15

Digitized by Google

Les nombres qui figurent dans la colonne intitulée « Allongements calculés », ont été obtenus au moyen de la formule linéaire suivante :

$$x = 0{,}15 + 0{,}09p$$

dans laquelle p représente l'effort en grammes et x l'allongement du ressort en millimètres. On voit qu'elle représente les résultats de l'expérience avec une grande fidélité. Il est bon de remarquer que ces allongements sont comptés à partir du moment où le ressort est déjà chargé de 1100 grammes, de sorte que l'effort qu'il supportait réellement lorsque le poids p était de 400 grammes, atteignait 1100 + 400 ou 1500 grammes.

Nous avons appliqué le dispositif que nous venons de décrire à l'étude de ressorts en hélice de grande puissance et faits en excellent acier. Le poids suspendu en C atteignait 100 kilogrammes, les bras de levier CC′, C′C″ étaient égaux, mais l'aiguille BB′ était beaucoup plus longue qu'eux de sorte que, une variation très faible (1 ou 2 dixièmes de millimètre) dans l'allongement du ressort, laissé sous charge pendant 24 heures, aurait été accusée par un déplacement très appréciable de l'extrémité de l'aiguille par rapport au repère. Nous avons pu constater, ainsi que le ressort sur lequel nous avons opéré avait conservé un allongement rigoureusement constant pendant cette période de temps. Comme conclusion, notre opinion est que les ressorts en acier très dur ou en maillechort écroui fortement, constituent des appareils dynamométriques presque parfaits dont l'emploi est bien plus commode, à tous les points de vue, que celui des poids. Il est d'ailleurs, comme nous l'avons montré, extrêmement facile de les disposer de façon que l'on puisse à chaque instant les tarer au moyen de poids, non seulement sans les déranger en aucune façon de l'instrument auquel ils sont appliqués, mais même pendant qu'ils servent à la mesure d'un courant.

L'ampèremètre-étalon décrit plus loin, et avec lequel nous avons obtenu les résultats ci-dessus, est une preuve de cette propriété précieuse des ressorts.

Digitized by Google

§ 4. — PRODUCTION ET MESURE DE LA FORCE ANTAGONISTE AU MOYEN DES ACTIONS MAGNÉTIQUES.

561. — Les actions magnétiques se prêtent avec une grande facilité à la production d'une force antagoniste. Les galvanomètres ordinaires, les boussoles des tangentes, des sinus, etc., en sont un exemple que nous aurons l'occasion d'étudier en détail. Mais dans tous ces appareils, les actions magnétiques servent non seulement à produire la force antagoniste, mais encore, et avant tout, elles concourent à la manifestation de l'effort moteur dû au courant électrique. Ce dernier rôle est absolument distinct de celui qui fait l'objet de ce chapitre, et nous n'avons à considérer ici les actions magnétiques qu'au point de vue de leur aptitude à remplacer, au besoin, la pesanteur ou l'élasticité des ressorts dans la production d'une force antagoniste.

Nous examinerons les dispositions les plus fréquemment employées et nous en indiquerons quelques-unes qui sont inédites et peuvent être utilement appliquées dans quelques cas.

562. — Production d'un couple au moyen d'un aimant directeur. — La forme sous laquelle les aimants sont le plus fréquemment employés pour créer une force antagoniste, est celle où ils sont disposés de façon à jouer le rôle d'*aimant directeur*. Une aiguille aimantée *ab* (fig. 311), mobile autour d'un axe OC qui lui est perpendiculaire et qui passe par son milieu O, est soumise à l'action d'un aimant AB qui lui est parallèle mais dont on peut faire glisser le milieu C suivant la droite OC, de façon à faire varier la distance OC du centre de l'aimant au centre de l'aiguille. On a vu dans le chapitre consacré au magnétisme, que le couple exercé sur *ab* est proportionnel au sinus de l'angle de *ab* avec le plan AB*ab*, et en raison inverse du cube de la distance OC, quand cette dernière est assez grande par rapport aux longueurs de AB et de *ab*. La variation de cette distance, a donc une influence considérable sur le couple directeur que l'on peut graduer ainsi à volonté.

Digitized by Google

L'aiguille *ab*, étant en général mobile dans un plan horizontal, est soumise à une seconde action directrice due au magnétisme terrestre. Si, avant d'installer l'aimant AB, on le laisse se placer

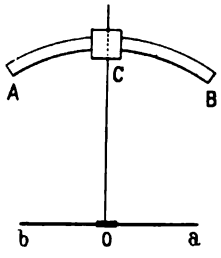


Fig. 311.

dans la direction du méridien magnétique, et qu'on approche ensuite *ab* préalablement placé dans la même direction, le couple exercé sur *ab* sera représenté par une expression de la forme

$$\left(\frac{\mathcal{M}\mathcal{M}'}{f(d)} \pm \mathcal{M}h\right) \sin\theta$$

dans laquelle $\mathcal{M}$ représente le moment magnétique de l'aiguille *ab*; $\mathcal{M}'$ celui de l'aimant AB; $f(d)$ une fonction de la distance OC et de la longueur des aimants AB et *ab*; h la composante horizontale du magnétisme terrestre et θ la déviation de *ab*. Le terme $\mathcal{M}h$ est affecté du signe $\pm$ suivant que l'action de AB est de même signe que celle du magnétisme terrestre, ou de signe contraire. Dans ce dernier cas, on peut choisir la distance d de façon que la valeur numérique du binôme contenu dans la parenthèse, diffère très peu de zéro; on dit alors que l'aiguille est *astatique*, expression qui signifie qu'elle n'a pas de position d'équilibre déterminée.

Mais, si on donne à la distance d une valeur différente de celle qui produit l'astaticité, on fait naître un couple directeur dont le signe et la grandeur dépendent de la variation de d, et l'aiguille remplit ainsi le même rôle qu'un ressort dont le coefficient d'élasticité serait variable à volonté.

On peut aussi, l'aimant et l'aiguille étant tout d'abord placés dans le méridien magnétique, et l'astaticité étant obtenue, faire tourner

Digitized by Google

l'aimant AB autour de l'axe OC et faire naître ainsi un couple capable d'équilibrer un autre couple produit par une cause quelconque (tel qu'un courant électrique), dont on veut mesurer l'intensité. L'aimant se comporterait alors comme le ressort en hélice ou en spirale que l'on tord d'un certain angle pour ramener au zéro l'équipage mobile soumis aux actions électriques. Il est à peine nécessaire de dire que le couple antagoniste ainsi obtenu, n'est proportionnel à l'angle de rotation de l'aimant, que si cet angle est de quelques degrés seulement (5° ou 6° au plus).

563. — Cas où le couple directeur doit avoir une intensité notable. — Les dispositifs que nous venons de décrire, sont surtout applicables aux instruments dans lesquels les actions mécaniques sont très petites, comme les galvanomètres. Mais si l'on veut employer les aimants pour faire naître des forces antagonistes notables, ce qui peut être nécessaire dans certains cas, il faut les disposer autrement.

Les figures 312 à 315, représentent les principales dispositions auxquelles on peut avoir recours. L'aimant AB est généralement en fer à cheval, et l'aiguille magnétique sur laquelle il agit, est non pas en acier, mais en fer doux, de façon à être polarisée par l'aimant

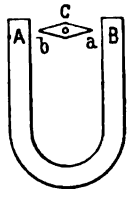


Fig. 312.

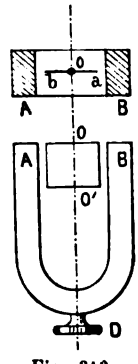


Fig. 313.

directeur. Dans la figure 313, on a supposé que l'axe de rotation de l'aiguille *ab*, coïncidait avec l'axe de figure de l'aimant, de façon à pouvoir faire tourner celui-ci concentriquement à l'axe OO' de l'ai-

Digitized by Google

guille, au moyen d'un bouton moleté D, lorsqu'on veut appliquer la méthode *acinétique*. Il est à peine besoin de dire que dans toutes ces dispositions, l'aiguille *ab* est considérée comme destinée uniquement à donner naissance à un couple antagoniste, et que les actions électriques que l'on veut mesurer sont supposées appliquées à un équipage mobile non représenté dans la figure.

On peut aussi au lieu de donner à l'aimant, la forme d'un fer à cheval, lui donner celle d'un cercle (fig. 314) dont les pôles A et B sont situés aux extrémités d'un même diamètre, comme l'a fait M. Duchemin dans sa boussole circulaire. En faisant tourner ce cercle autour de son centre au moyen d'un bouton moleté D agissant sur un secteur circulaire denté, on peut donner à la ligne polaire une inclinaison quelconque, ce qui permet d'appliquer très facilement la méthode acinétique.

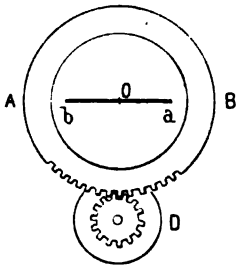


Fig. 314.

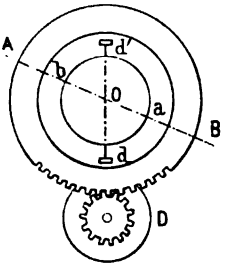


Fig. 315.

On peut enfin, en remplaçant l'aiguille mobile en fer doux *ab*, par un disque de même métal *adbd'* (fig. 315), obtenir un résultat intéressant qui consiste en ce que la force antagoniste développée par le disque *adbd'*, lorsqu'il est dévié angulairement autour de l'axe fixe *dd'*, par une action mécanique quelconque, est variable arbitrairement depuis zéro jusqu'à un maximum qui a lieu lorsque la ligne polaire AB est perpendiculaire à l'axe *dd'*. Il suffit pour cela que l'aimant circulaire *ab* soit mobile dans son plan (comme dans la figure précédente) et que la ligne polaire AB puisse prendre, en agissant sur le bouton D, toutes les positions possibles, depuis celle où elle est située sur le prolongement de *dd'*,

Digitized by Google

jusqu'à celle où elle est perpendiculaire à *dd'*. Il est facile de démontrer que le couple antagoniste exercé par l'aimant AB sur le disque *adbd'* est, pour une déviation constante de ce dernier autour de *dd'*, proportionnel au sinus de l'angle AO*d'*, que fait la ligne polaire AB avec l'axe *dd'*, à la condition toutefois que la déviation du disque autour de *dd'* soit de quelques degrés seulement.

564. — Appareil permettant de mettre en évidence et de mesurer l'hystérésis du fer. — Nous citerons enfin un arrangement intéressant et qui permet accessoirement de mettre en évidence et même de mesurer l'hystérésis du fer employé dans les appareils où la force antagoniste est produite par un aimant. Il se compose simplement d'un aimant en fer à cheval AB (fig. 316) pouvant tourner autour d'une droite OO' parallèle à son axe de figure XX' et qui passe par le centre O d'une

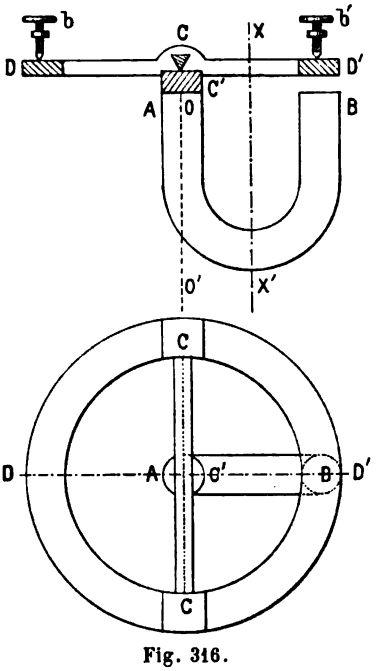


Fig. 316.

des faces polaires A. Pendant le mouvement de rotation, la face polaire B reste à une distance constante d'un disque annulaire en fer doux DD', mobile autour d'un axe diamétral CC, terminé par deux cou-

Digitized by Google

teaux, et auquel est appliquée directement ou indirectement la force électro-magnétique variable qu'il s'agit d'équilibrer et de mesurer par l'action de l'aimant AB.

Si l'on désigne par a la distance du centre O du disque, et par conséquent du pôle A, au centre du pôle B ; par α l'angle que fait l'arête des couteaux du disque avec la droite polaire AB ; par f la force attractive exercée par le pôle B sur la portion du disque en face de laquelle il se trouve (et qui est constante puisque la distance du pôle B au disque reste elle-même constante pendant la rotation de l'aimant) ; il est facile de prouver que le moment de la force f a pour valeur

$$fa \sin \alpha.$$

Il suffit donc d'en connaître la valeur lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$, pour graduer l'appareil.

On voit sur la figure deux vis-butoirs b, b' qui ont pour but de limiter le mouvement que le disque est susceptible de prendre autour des couteaux et de le réduire à la valeur strictement nécessaire pour permettre de constater la rupture d'équilibre entre la force électro-magnétique que l'on veut mesurer et l'attraction de l'aimant AB.

Nous disions que ce petit appareil permet de constater et de mesurer le phénomène auquel on a donné le nom d'*hystérésis*. Nous nous bornerons actuellement à énoncer ce fait sur lequel nous reviendrons dans un autre chapitre, mais nous devons dire toutefois que l'on se met à l'abri des erreurs de mesure qui pourraient résulter de l'hystérésis, en ayant soin de faire mouvoir l'aimant AB autour de l'axe OO', *toujours dans le même sens*, et en lui faisant par conséquent effectuer autant de tours complets qu'il y a de mesures à effectuer.

565. — Astaticité d'un système magnétique. — Il existe un certain nombre de circonstances où l'on désire soustraire un aimant à l'action directrice exercée sur lui par le magnétisme terrestre ou même par d'autres aimants placés dans son voisinage.

Ce problème est un cas particulier de celui qui fait l'objet de ce

Digitized by Google

paragraphe, et nous allons examiner les diverses solutions qu'il peut recevoir.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'équilibrer les actions exercées sur un aimant par le magnétisme terrestre, de façon à le rendre *astatique*.

Nous avons déjà vu plus haut (562) un exemple de la manière dont ce résultat peut être obtenu, en plaçant dans le voisinage de l'aimant mobile un autre aimant dont le rôle se réduit, en définitive, à créer dans la région de l'espace occupée par l'aimant mobile, un champ magnétique dont la *composante efficace* soit égale et opposée à celle du magnétisme terrestre.

Voici ce que nous entendons par « composante efficace ». Un champ magnétique est, par définition, représenté en grandeur et en direction, par la valeur numérique de la force à laquelle est soumise l'unité de masse magnétique, supposée transportée à l'endroit de l'espace où l'on veut connaître la valeur du champ. Il résulte de cette définition, que nous pouvons en toute rigueur, appliquer aux champs magnétiques, les lois de la composition des forces, et que nous pouvons par exemple, considérer le champ dans lequel est placée une aiguille aimantée (assez petite pour que ledit champ puisse être considéré comme uniformed ans l'étendue de l'espace parcouru par les pôles) comme étant la résultante de deux autres champs ; le premier parallèle à l'axe de rotation de l'aiguille ; le second perpendiculaire au plan formé par cet axe et par la ligne des pôles.

Le premier champ composant n'exerce aucune action directrice sur l'aiguille ; le seul effet qu'il puisse produire consiste en une tendance à faire dévier l'axe de rotation de l'aiguille ; cet effet est détruit par la résistance des pivots ou par un contre-poids convenable appliqué à l'une des extrémités de l'aiguille.

Le second champ composant est celui auquel nous donnons le nom de composante efficace, parce que c'est lui qui produit en entier la force directrice appliquée à l'aiguille. Il suffit donc que cette composante efficace soit nulle quelle que soit la direction de l'aiguille, pour que cette dernière soit astatique. Mais s'il existe déjà une composante efficace due à une cause quelconque telle que le magnétisme

Digitized by Google

terrestre, il faudra, pour que l'aiguille soit astatique, que ces deux composantes soient égales et opposées.

On peut obtenir facilement ce résultat avec un puissant aimant directeur placé comme nous l'avons représenté dans la figure 316. Mais pour des motifs que nous expliquerons en faisant connaître le moyen de rendre aussi uniforme que possible le champ magnétique produit par une bobine circulaire de faible épaisseur, il est pré-préférable d'employer deux aimants directeurs au lieu d'un seul et de les placer symétriquement par rapport à l'aiguille aimantée. On peut alors disposer les deux aimants compensateurs comme on le voit dans la figure 317 où ils sont représentés l'un en-dessus, l'autre en-dessous de l'aiguille ; ou bien encore les placer, ainsi que l'aiguille, dans un même plan horizontal (fig. 318).

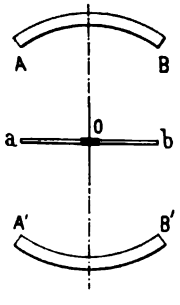


Fig. 317.

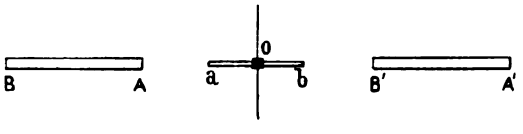


Fig. 318.

566. — Aimant astatique circulaire. — Mais la disposition qui nous paraît la plus satisfaisante à tous égards est celle que représente la figure 319. Les deux aimants compensateurs BXA, BX'A, sont courbés en forme de demi-circonférence et opposés en B et en A par les pôles de même nom. Ils forment ainsi un anneau circulaire aimanté, mobile autour de l'axe horizontal XX' qui doit être perpendiculaire à la direction du méridien magnétique. Au centre O de cet anneau, se trouve placée l'aiguille aimantée *ab*, mobile autour d'un axe vertical *dd'*, et que nous supposerons dirigée suivant le méridien magnétique lorsque la circonférence formée par les deux aimants compensateurs, est située dans le plan vertical passant par XX'. Il est facile de voir que dans

Digitized by Google

cette position, la composante efficace du champ magnétique produit en O par l'action des doubles pôles A et B, est nulle, et que par conséquent, l'action directrice de la terre n'est pas modifiée. Mais si

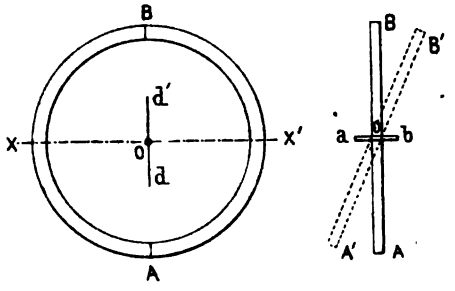


Fig. 319.

l'on fait tourner les aimants compensateurs autour de XX', de façon à les amener dans la position A'B', il n'en est plus de même.

En effet, le champ magnétique créé en O, par l'action simultanée des pôles A et B, a pour valeur $\frac{4\mu}{r^2}$, μ désignant la quantité de magnétisme libre afférente à chacun des quatre pôles des deux aimants, et r le rayon de la circonférence qui passe par les pôles des aimants circulaires.

La direction de ce champ est celle du diamètre A'B', et sa composante h', estimée suivant la direction ab de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire suivant le méridien magnétique (puisque nous l'avons supposée orientée dans cette direction), a pour valeur

$$h' = \frac{4\mu}{r^2} \sin \alpha$$

α désignant l'angle B'OB du plan des aimants compensateurs avec le plan vertical.

La composante horizontale du champ terrestre étant représentée par h, on voit que le champ résultant aura pour expression la somme algébrique de h et de h', soit

$$h + \frac{4\mu}{r^2} \sin \alpha.$$

Si l'on s'arrange de manière que le produit $\mu \sin \alpha$ soit négatif, on

Digitized by Google

pourra rendre le champ résultant aussi petit que l'on voudra, et même nul, c'est-à-dire obtenir l'astaticité de l'aiguille *ab*.

Ce dispositif permet donc de faire varier, dans des limites très écartées, avec la plus grande facilité et suivant une loi connue, la valeur du couple directeur correspondant à une déviation θ de l'aiguille aimantée, puisque ce couple a pour expression

$$\mathcal{M}\left(h + \frac{4\mu}{r^3} \sin \alpha\right) \sin \theta$$

$\mathcal{M}$ désignant le moment magnétique de l'aiguille aimantée.

567. — Système auto-astatique. — Les procédés que nous venons de décrire, sont basés sur l'emploi d'aimants compensateurs fixes placés à une certaine distance de l'aimant mobile qu'il s'agit de rendre astatique. Il faut modifier la position ou l'intensité de ces aimants fixes, chaque fois que le champ magnétique, dont on veut équilibrer l'action sur l'aiguille mobile, change d'intensité ou de direction. On peut aussi obtenir l'astaticité d'une manière toute différente, en disposant le système magnétique mobile, de façon que le couple développé par le champ magnétique dans lequel il est placé, soit nul dans toutes les positions du système mobile.

C'est ainsi qu'a été réalisé le premier système astatique employé dans les anciens galvanomètres connus sous le nom de Nobili. L'aiguille aimantée *ab* (fig. 320) est soudée en son milieu *c* à un

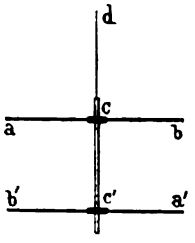


Fig. 320.

axe rigide *cc'* situé dans le prolongement du fil de suspension *cd*. Une seconde aiguille aimantée *a'b'*, identique à la première, est également soudée au même axe en *c'*, mais elle est dirigée en sens con-

Digitized by Google

traire de *ab* à laquelle elle est d'ailleurs parallèle. Il résulte de là, que les actions exercées par un champ magnétique extérieur assez étendu pour qu'on puisse le considérer comme ayant la même intensité en *a*, *b*, *a'* et *b'*, se font équilibre dans toutes les positions de l'équipage mobile, à la condition toutefois que les aiguilles aient des moments magnétiques égaux et que leurs lignes polaires soient parallèles. Ces conditions sont très difficiles à remplir exactement, de sorte que le système n'est jamais complètement astatique et qu'il est toujours doué d'une faible force directrice, et encore n'arrive-t-on à obtenir ce résultat qu'après de nombreux tâtonnements. Ajoutons que le moment magnétique des aiguilles peut éprouver de petites variations qui ne paraissent soumises d'ailleurs à aucune loi et qui détruisent l'astaticité si laborieusement obtenue.

568. — Systèmes auto-astatiques à force directrice réglable. — Il serait pourtant facile de réaliser un système dont la force directrice serait réglable à volonté et pourrait même changer de signe en passant, bien entendu, par zéro ; il suffirait pour cela de rendre l'une des aiguilles *a'b'* (fig. 321), mobile à frottement doux, autour d'un axe c'_1 perpendiculaire au plan formé par les deux

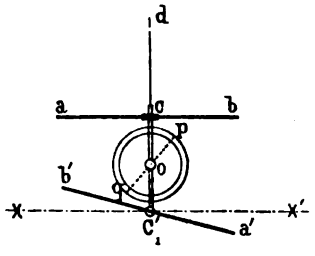


Fig. 321.

aiguilles *ab*, *a'b'*. En supposant que cette aiguille *a'b'* ait un moment magnétique un peu plus grand que celui de l'aiguille *ab*, on pourrait, comme nous allons le montrer, faire varier dans certaines limites le couple directeur exercé sur elle par le globe terrestre. En désignant en effet par $\mathcal{M}'$ son moment magnétique, par α l'angle $a'c'_1X'$ de la ligne des pôles avec la droite XX' (supposée parallèle à *ab*),

Digitized by Google

on trouve que le couple directeur dû à la composante horizontale h du champ terrestre, a pour valeur

$$\mathcal{M}'h \cos \alpha \sin \theta$$

θ étant l'angle du plan des deux aiguilles avec le méridien magnétique.

Le couple directeur développé sur l'aiguille ab étant de signe contraire à celui de l'aiguille $a'b'$, et ayant pour valeur $\mathcal{M}h \sin \theta$, on voit que le couple résultant développé sur l'équipage mobile, aura finalement pour expression

$$(\mathcal{M}' \cos \alpha - \mathcal{M})h \sin \theta.$$

Il suffit donc, pour le rendre nul, de donner à l'angle α une valeur satisfaisant à l'équation

$$\cos \alpha = \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}'}$$

ce qui n'est possible en général que si $\mathcal{M}'$ est plus grand que $\mathcal{M}$.

Si les deux aiguilles ab, $a'b'$, n'étaient pas dans le même plan, il serait impossible d'obtenir l'astaticité par ce procédé.

Nous avons représenté sur la même figure une variante de ce dispositif dans laquelle les deux aiguilles ab, $a'b'$, étant supposées parallèles et soudées à l'axe cc'_1, mais non rigoureusement égales entre elles, l'astaticité est obtenue au moyen d'un petit aimant circulaire pq mobile dans son plan, autour de son centre O lequel est situé sur l'axe cc'_1. La ligne polaire pq étant d'abord située sur cc'_1, ce petit système produit un couple directeur nul ; mais si on fait tourner la ligne polaire d'un angle α, le couple directeur prend une valeur proportionnelle au sinus de α. On peut donc ainsi compenser exactement l'inégalité des forces directrices des deux aiguilles ab, $a'b'$. Il est à peine besoin de dire que ce petit aimant circulaire est constitué par deux petites aiguilles courbées en demi-cercle et opposées par leurs pôles de même nom. Remarquons enfin qu'il n'est nullement nécessaire de le placer entre les deux aiguilles comme l'indique la figure, et qu'il serait au contraire préférable, à tous égards, de le mettre en dessous de $a'b'$, à une distance de quelques centimètres de cette seconde aiguille.

Digitized by Google

La figure 322 représente un autre dispositif auto-astatique, dans lequel les aimants *ab*, *a'b'*, sont placés de façon que leurs lignes polaires soient parallèles à l'axe de rotation et de suspension *cc'*. Si cette condition est réalisée, *chaque aimant* constitue à lui tout seul un système astatique, parce que les forces qui agissent sur chacun de ces pôles, sont égales, de signe contraire et qu'elles ont le même bras de levier par rapport à l'axe de rotation *cc'*.

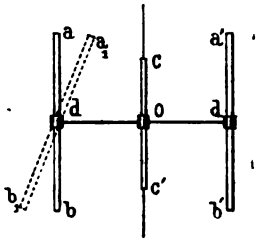


Fig. 322.

Mais si on détruit le parallélisme de l'un quelconque des aimants et de l'axe *cc'*, en lui donnant par exemple la position a_1b_1, l'astaticité de cet aimant est détruite, et il donne naissance à un couple directeur proportionnel au sinus de l'angle ada_1 (l'aimant *ab* et l'axe *cc'* étant toujours situés dans un même plan).

Chaque aimant étant astatique individuellement, on peut, lorsqu'on en dispose plusieurs autour de l'axe *cc'*, ne pas se préoccuper de la

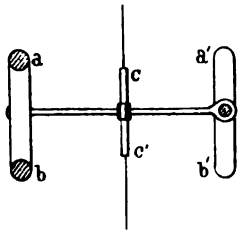


Fig. 323.

position respective de leurs pôles *a*, *a'*, *b*, *b'*. Mais il est préférable, au point de vue des réactions mutuelles qu'ils exercent les uns sur les autres, d'alterner leurs pôles de façon que deux aimants voisins aient leurs pôles de noms contraires en regard. Ils exercent alors l'un

Digitized by Google

sur l'autre une influence réciproque qui tend à renforcer leur aimantation.

Enfin, on peut encore remplacer les aimants droits *ab*, *a'b'* par des aimants en fer à cheval, comme dans la figure 323 où ils sont vus en bout, l'un, *ab*, du côté des pôles ; l'autre, *a'b'*, du côté de la face externe neutre.

De même que pour les aimants droits, les lignes polaires *ab*, *a'b'*, doivent être parallèles à l'axe de rotation *cc'* ; sinon, l'astaticité serait détruite.

569. — Emploi d'électro-aimants à la place d'aimants permanents pour produire une force antagoniste. — On voit quelle variété de dispositions comporte l'emploi des aimants comme moyen de produire une force antagoniste. Ils présentent, sur la pesanteur, l'avantage de donner lieu à une force indépendante de l'orientation des appareils, pourvu qu'on élimine, bien entendu, l'action du magnétisme terrestre en employant une des dispositions que nous venons d'étudier, mais on peut leur reprocher d'être sujets à des variations d'intensité imprévues, qui peuvent altérer l'exactitude des mesures. Cette objection est fondée, mais nous avons déjà montré comment on peut la supprimer en remplaçant les aimants par des électro-aimants animés par un courant dont l'invariabilité peut être facilement obtenue au moyen d'un rhéostat, et constatée à l'aide d'un galvanoscope dont la graduation est absolument arbitraire et ne doit satisfaire qu'à une seule condition : rester à peu près identique à elle-même. Nous disons « *à peu près* », car nous allons montrer immédiatement que l'intensité du courant magnétisant peut, lorsqu'elle possède une certaine valeur, varier beaucoup, tandis que le moment magnétique de l'électro-aimant excité par le courant, n'éprouve que des variations négligeables.

Il suffit, en effet, de jeter les yeux sur le tableau des constantes d'aimantation (1er volume, page 335), pour voir que lorsqu'un barreau de fer doux est placé dans un champ magnétique uniforme, de façon que sa longueur (qui doit être très grande par rapport à son diamètre) soit dirigée dans le sens des lignes de force du champ, il

Digitized by Google

prend une intensité d'aimantation représentée par les nombres 1147 et 1197, lorsque l'intensité du champ est représentée par les nombres 22,2 et 30,2, c'est-à-dire que la variation *relative* de l'intensité d'aimantation est un peu moindre que $\frac{44}{1000}$, pendant que celle du champ, et par conséquent celle du courant qui sert à la produire, est de $\frac{360}{1000}$. Si donc, l'intensité du courant magnétisant variait de 2 °/₀, quantité très facile à constater avec un galvanoscope ou rhéoscope quelconque, l'intensité d'aimantation du fer doux, faisant fonction d'aimant, ne varierait que de $\frac{1}{400}$ environ de sa propre valeur. Nous voyons un peu plus loin, dans le même tableau, que lorsque l'intensité du champ passe de 40 à 78, c'est-à-dire varie de 95 °/₀, celle de l'intensité d'aimantation passe de 1226 à 1337, n'éprouvant ainsi qu'une variation relative de $\frac{1}{11}$, moindre que le dixième de celle du champ.

La seule objection que l'on puisse faire à la substitution des électro-aimants aux aimants permanents, est que cela exige une dépense d'énergie. Or, un calcul fort simple, qui sera entièrement développé dans le chapitre relatif au calcul de l'énergie absorbée par les inducteurs des dynamos, montre que pour engendrer un champ magnétique uniforme de 30 unités, à l'intérieur d'un solénoïde ayant un centimètre de diamètre intérieur, et 20 centimètres de longueur, il suffit de le recouvrir d'une couche de fil de 1 centimètre d'épaisseur dans laquelle la dépense d'énergie électrique produite par le courant, sous forme de chaleur, est seulement de $\frac{1}{4}$ de watt.

Le moment magnétique d'un barreau de fer doux placé dans ce solénoïde et le remplissant exactement, serait égal au produit de son volume par l'intensité d'aimantation correspondante au champ de 30 unités.

On trouve, tous calculs faits, que ce moment aurait ainsi pour valeur 18800. Deux barreaux comme celui-ci, placés dans le prolongement l'un de l'autre, de façon que leurs centres fussent situés à une distance de 140 centimètres, feraient naître, au milieu de cette distance, un champ magnétique égal à la composante horizontale du

Digitized by Google

magnétisme terrestre. Ajoutons que le moment magnétique de chaque solénoïde serait, abstraction faite de celui du barreau, égal à 167, c'est-à-dire moins de $\frac{1}{100}$ de celui du barreau.

L'énergie nécessaire pour maintenir permanente l'aimantation du barreau que nous venons de prendre comme exemple, peut être facilement fournie par une pile de deux couples Leclanché, du modèle dans lequel le vase poreux est remplacé par un sac de toile, à la condition, bien entendu, que cette dépense d'énergie n'ait lieu que pendant le temps, toujours très court, nécessaire pour faire une mesure. Il serait inutile, en effet, de maintenir en activité le champ magnétique d'un instrument de mesure dont les indications ne serviraient à rien.

570. — Vérification et maintien de l'invariabilité du champ créé par un aimant. — Cependant, quelle que soit la confiance que l'on puisse avoir dans l'invariabilité du moment magnétique d'un électro-aimant, il n'est pas inutile de la contrôler fréquemment, et le seul contrôle certain, est celui qui est fourni par comparaison avec la force constante par excellence, c'est-à-dire la pesanteur. Aussi croyons-nous utile, pour terminer ce paragraphe, de montrer comment on peut, non seulement vérifier à chaque instant l'invariabilité du champ créé par un aimant, mais encore le ramener à la valeur qu'il doit conserver s'il venait à s'en écarter et cela, même dans le cas où le champ serait créé par un aimant permanent et où l'on ne pourrait, par conséquent, agir sur l'intensité d'un courant électrique, comme nous venons de l'indiquer en parlant de l'emploi des électro-aimants.

La solution de cette question est d'autant plus importante, que dans nombre d'instruments de mesures industrielles, tels que ampèremètres et voltmètres, l'emploi des aimants permanents a donné lieu, dans certain cas, à des erreurs atteignant parfois 10 °/₀ et même d'avantage. La variation du moment magnétique de ces aimants est tantôt accidentelle, lorsque l'acier n'est pas de qualité convenable, tantôt due à ce qu'ils ont été placés à proximité de

Digitized by Google

dynamos puissantes dont les inducteurs sont capables de donner naissance, même à plusieurs mètres de distance, à des champs magnétiques assez intenses pour modifier la puissance des aimants placés dans le voisinage des machines.

Il ne faut pas croire d'ailleurs, que la suppression pure et simple des aimants permanents dans les instruments de mesure, et leur remplacement par des dispositifs dans lesquels n'entre que du fer doux aimanté par le courant même que l'on veut mesurer, ferait disparaître complètement l'inconvénient que nous signalons ici.

Car le champ magnétique dans lequel se meuvent les pièces mobiles d'un instrument de mesure, et sans la présence duquel le courant électrique n'exercerait sur elles aucune action mécanique, est en réalité une résultante : 1° du champ produit par l'instrument lui-même ; 2° des champs produits par toutes les *masses magnétiques agissantes*, extérieures à l'instrument. Par conséquent, en supposant même que le champ propre à l'instrument, restât invariable, les champs perturbateurs dus à des causes extérieures, viendraient modifier son action sur les pièces mobiles de l'instrument, sans que rien permît de prévoir ni le sens, ni la grandeur de cette modification. Il est donc nécessaire, pour assurer l'exactitude des indications fournies par les instruments de mesure placés dans des usines électriques, de disposer de moyens permettant de vérifier, à chaque instant, la constance de leur champ magnétique propre et de le ramener à sa valeur normale s'il venait à s'en écarter.

Le principe de la disposition que nous allons décrire, est le suivant : si on place dans un champ magnétique deux pièces de fer doux solidaires, et situées à une faible distance l'une de l'autre, elles s'aimantent par induction et exercent mutuellement l'une sur l'autre une action mécanique f qui est une fonction déterminée de l'intensité h du champ, et varie dans le même sens que cette dernière, de sorte que chaque fois que l'intensité h reprend une même valeur h_0, la force f repasse de son côté par la même valeur f_0.

Voici comment nous utilisons ce principe. Soient deux pièces de fer doux solidaires A′, B′ (fig. 324), que l'on polarise par influence en les enfonçant plus ou moins entre les branches A et B d'un aimant per-

Digitized by Google

manent en fer à cheval AB. Ces pièces sont maintenues à une distance invariable l'une de l'autre et sont magnétiquement isolées au moyen de pièces de cuivre non représentées sur la figure. Entre leurs deux faces les plus rapprochées, prend naissance un champ magnétique qui est utilisé pour produire une action électro-magnétique quelconque (dont nous n'avons pas à nous préoccuper maintenant), et il s'agit de pouvoir constater à chaque instant, la constance de ce champ et de remédier à ses variations d'intensité s'il s'en produisait.

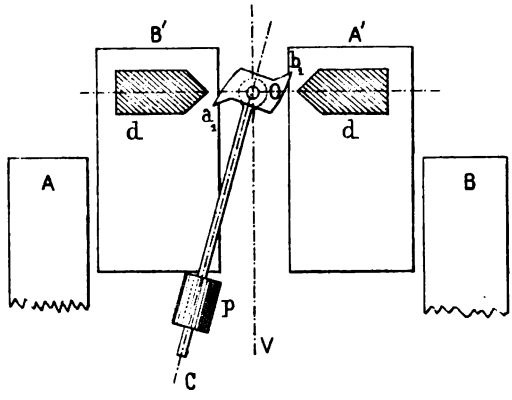


Fig. 324.

A cet effet, les pièces A', B' portent sur le côté deux autres petites pièces de fer doux d, d en forme de couteaux et entre lesquelles se meut une sorte de came également en fer doux a_1b_1, mobile sans frottement autour d'un axe O. Les faces terminales de cette came, sont courbées suivant deux arcs de cercle excentrés, de sorte que lorsque la came tourne autour de O, la distance entre ces faces terminales et les arêtes des couteaux d, d, va en diminuant de plus en plus. Il résulte de là que la came est soumise à l'action d'un couple qui la ferait venir en contact avec les pièces d, d, si elle n'était, en même temps, sollicitée par un couple de sens contraire dû à l'action d'un poids p qui peut glisser à frottement sur une tige OC fixée à la came. Lorsque les pièces A', B' sont polarisées, la came tourne d'un angle dont la valeur, presqu'impossible à déterminer par le calcul, est une fonction déterminée de l'intensité h du champ qui existe entre les deux pièces A' et B'. A cet angle correspond un couple antagoniste produit par le

Digitized by Google

poids p et qui est proportionnel au sinus de l'angle COV, de la tige CO avec la verticale OV. Il suffit donc de s'assurer de la constance de cet angle pour être certain de celle du champ compris entre A′ et B′, condition facile à remplir à l'aide d'un arc de cercle gradué devant lequel se meut une aiguille placée dans le prolongement de OC.

Si la déviation de OC venait à changer, on ferait glisser l'aimant AB parallèlement à lui-même suivant la droite OV, de façon à enfoncer plus ou moins les pièces A′ et B′ dans l'intervalle compris entre ses branches, et on ramènerait ainsi très-facilement l'intensité du champ compris entre A′ et B′, et par suite l'inclinaison de OC, à leur valeur normale.

Le dispositif décrit au numéro 564 et représenté par la fig. 316, permet aussi de ramener l'intensité d'un champ magnétique à une valeur constante. Il suffit, en effet, de solliciter le disque en fer DCD′ par une force constante (poids ou ressort) appliquée à l'extrémité du diamètre DD′, de façon à le faire buter contre la vis-arrêt b', les pôles de l'aimant mobile AB étant d'abord placés dans le prolongement de l'arête des couteaux C ; puis de faire tourner lentement l'aimant AB autour du pôle A, jusqu'à ce que le disque trébuche et quitte l'arrêt b' pour venir buter contre l'arrêt b, ces deux vis étant réglées de manière à ne permettre au disque qu'un mouvement d'une très petite amplitude. On note l'angle α dont l'aimant à dû tourner autour de son pôle A pour produire ce résultat et, si la force attractive de cet aimant est restée immuable, l'angle α le sera aussi ; dans le cas contraire, on fait varier légèrement la distance de l'aimant au plan du disque jusqu'à ce que la rupture d'équilibre du disque corresponde toujours au même angle α. On sera alors certain que l'intensité du champ, compris entre le disque et les pôles de l'aimant, sera ramenée à la même valeur.

571. — **Moyens à employer pour corriger la variation des indications dans les voltmètres.** — On peut aussi, dans un autre ordre d'idées, décéler les variations du champ magnétique, par la variation des indications que donne l'appareil de mesure dans lequel ce champ est utilisé, lorsqu'on met en com-

Digitized by Google

munication les extrémités du circuit électrique de l'instrument, avec une source d'électricité que l'on croit avoir le droit de considérer comme constante. Ce procédé est facile à employer dans les appareils auxquels on a donné le nom de voltmètres, bien que ce soient en réalité des ampèremètres combinés pour mesurer de faibles courants.

Pour que ce procédé ne donne pas de résultats illusoires, il faut que la source d'électricité employée donne une *f.e.m.* réellement constante ; qu'elle ne se polarise pas lorsqu'elle fonctionne à circuit fermé ; que sa résistance intérieure soit invariable, et enfin que la résistance du circuit de l'instrument de mesure soit également invariable. Si ces diverses conditions sont remplies, et qu'on se serve par exemple d'une pile Daniell ou d'une pile Leclanché, en ayant soin de prendre un nombre de couples suffisant pour que la déviation des pièces mobiles de l'instrument soit facile à lire à $\frac{1}{200}$ près de sa propre valeur, on pourra se rendre compte immédiatement des variations du champ magnétique de l'appareil, par la variation de la division lue sur l'instrument. Si on constate un changement, il sera facile de le faire disparaître en modifiant, au moyen d'une vis, la position de l'aimant par rapport aux pièces de fer doux qui donnent naissance au champ magnétique dans lequel se trouvent les pièces mobiles (aiguille aimantée ou circuit mobile), comme nous l'avons indiqué dans le dispositif décrit dans le numéro précédent.

On peut encore modifier le champ magnétique produit par l'aimant sans déplacer ce dernier ; il suffit d'en approcher ou d'en éloigner une masse de fer qui, s'aimantant par induction, agit comme le ferait un nouvel aimant polarisé en sens contraire. C'est ce que les électriciens de l'école anglaise expriment sous une autre forme en disant que l'on « crée une dérivation du flux magnétique de l'aimant ».

Les figures 325, 326 et 327 représentent trois dispositions basées sur l'application de ce principe. Dans la fig. 325, le faisceau aimanté ACB, formé de trois lames en forme de fer à cheval vues en bout du côté des pôles A et B, donne naissance à un champ magnétique

Digitized by Google

dont l'intensité atteint son maximum dans l'espace situé entre les extrémités polaires. C'est généralement dans cette région que se trouve située la pièce mobile (aiguille aimantée ou circuit électrique mobile) soumise à son action et à celle du courant qu'il s'agit de

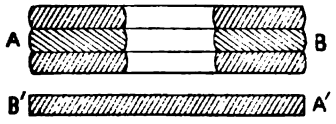


Fig. 325.

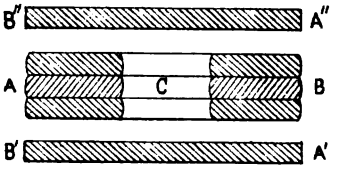


Fig. 326.

mesurer. Lorsqu'aucune masse de fer ne se trouve à proximité de l'aimant, ce champ magnétique a une valeur qui ne dépend que du moment magnétique du faisceau ACB. Mais si on approche dudit faisceau, une lame de fer doux B'A', elle s'aimante par induction et, prenant une polarité inverse de celle du faisceau, donne lieu à un champ magnétique individuel qui se compose avec le champ du faisceau et en modifie complètement la distribution et l'intensité, le renforçant dans certaines régions (comme celles qui sont comprises entre A et B' ou B et A'), et le diminuant dans d'autres régions comme celle qui est comprise dans l'espace interpolaire A et B. Il suffit, pour se rendre compte immédiatement de la réalité de ces modifications si différentes, de chercher comment se composent les forces appliquées à une masse magnétique positive égale à l'unité, lorsqu'on la place successivement dans chacune de ces deux régions, en tenant compte du signe des forces qui émanent des quatre pôles A, B, A', B'.

Une étude même très succincte de cette question, montre immédiatement que le champ situé entre les branches du faisceau est inégalement modifié; il est plus affaibli dans la région voisine de A'B' que dans celle qui en est la plus éloignée (bien que les points appartenant à ces diverses régions soient supposés situés dans le plan de la figure). En un mot, il n'est plus distribué symétriquement par rapport au milieu de la droite qui joint les deux pôles A et B du faisceau, et cela pourrait altérer la proportionnalité entre les indications d'un

Digitized by Google

instrument à libre déviation et l'intensité du courant électrique qui le traverse, quand bien même cette proportionnalité existerait lorsque la lame A'B' est supprimée.

Pour parer à cet inconvénient, il faut placer de l'autre côté du faisceau une seconde lame A''B'' (fig. 326) identique à A'B', et occupant par rapport au faisceau une position symétrique de celle de A'B'.

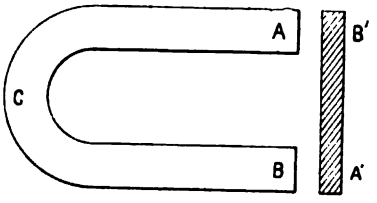


Fig. 327.

Enfin, on peut aussi lorsque la disposition générale de l'instrument le permet, employer une lame compensatrice unique A'B', perpendiculaire à l'axe de figure de l'aimant (fig. 327) et parallèle au plan des surfaces polaires A et B.

Dans les trois cas, les lames devront être manœuvrées à l'aide de vis permettant de faire varier leur distance au faisceau par degrés insensibles.

Digitized by Google

CHAPITRE DEUXIÈME

APPAREILS DESTINÉS A LA MESURE DE L'INTENSITÉ D'UN COURANT

---

§ 1. — APPAREILS ABSOLUS A CIRCUIT MOBILE.

572. — Electrodynamomètre. — Nous avons déjà donné la théorie de cet instrument (445) qui se compose d'une bobine cylindrique suspendue verticalement au centre d'une autre bobine beaucoup plus grande, et nous avons donné l'expression du couple exercé sur la petite bobine, lorsqu'on connaît l'intensité du courant qui traverse chaque bobine.

Nous avons démontré (443) que si on désigne par I l'intensité de ce courant, supposée la même dans chaque bobine, le couple C est donné par la formule

$$C = 2\frac{SS'I^2}{(r^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dans laquelle on représente par S la somme des aires comprises dans chacune des spires de la grande bobine ; par S' la somme des aires des spires de la seconde bobine ; par r le rayon de la spire moyenne de la grande bobine et par a la distance du centre de figure des deux bobines.

Pour que cette formule donne des résultats suffisamment exacts, il faut que le fil enroulé sur les deux bobines supposées cylindriques, forme une couche d'une faible épaisseur, aussi bien dans le sens du rayon que dans le sens de l'axe, et que le rayon de la bobine mobile soit une petite fraction du rayon de la grande bobine ; il faut aussi que le centre de la bobine mobile soit situé sur une droite passant par

Digitized by Google

le centre de la bobine fixe et perpendiculaire au plan de cette dernière ; l'axe de la bobine mobile doit, en outre, être perpendiculaire à l'axe de la bobine fixe, de sorte que les plans des spires des deux bobines soient respectivement perpendiculaires entre eux.

Ces conditions étant supposées remplies, la formule donne pour la valeur de I

$$I = \sqrt{\frac{C(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}{2SS'}}.$$

Le second membre de cette expression ne contient que des quantités d'ordre géométrique et d'ordre mécanique ; l'électrodynamomètre mérite donc bien le nom d'instrument absolu. Si l'on donne la valeur du couple C en dynes-centimètres, c'est-à-dire en dynes appliquées à un bras de levier de 1 centimètre ; celles de a et r en centimètres et celles de S et de S' en centimètres carrés ; la valeur de I sera exprimée en unités électro-magnétiques C. G. S. Il faudra donc multiplier par 10 la valeur de I ainsi obtenue, pour que la formule donne le nombre d'ampères qui représente l'intensité du courant.

573. — **Electrodynamomètre de Latimer-Clark.** — On démontre, par des calculs beaucoup trop compliqués pour trouver place ici, que la meilleure disposition à donner à l'électrodynamomètre, au point de vue de l'exactitude de la formule qui donne l'intensité du courant, est celle qui a été adoptée par Latimer-Clark et qui est représentée ci-contre (fig. 328). On voit que la bobine fixe est dédoublée en deux autres ainsi que la bobine mobile qui se compose de deux petites bobines parallèles dont l'écartement moyen est égal au rayon de la spire moyenne. Il en est de même pour les bobines fixes. Des dispositions particulières sont prises pour assurer le centrage du système mobile auquel le courant est amené par deux fils métalliques parallèles, très rapprochés, qui constituent une balance bifilaire (269), destinée à faire connaître la valeur du couple C développé par le courant.

574. — **Conditions dont dépend la sensibilité de l'électrodynamomètre.** — Mais au lieu de la balance bifilaire, on peut

Digitized by Google

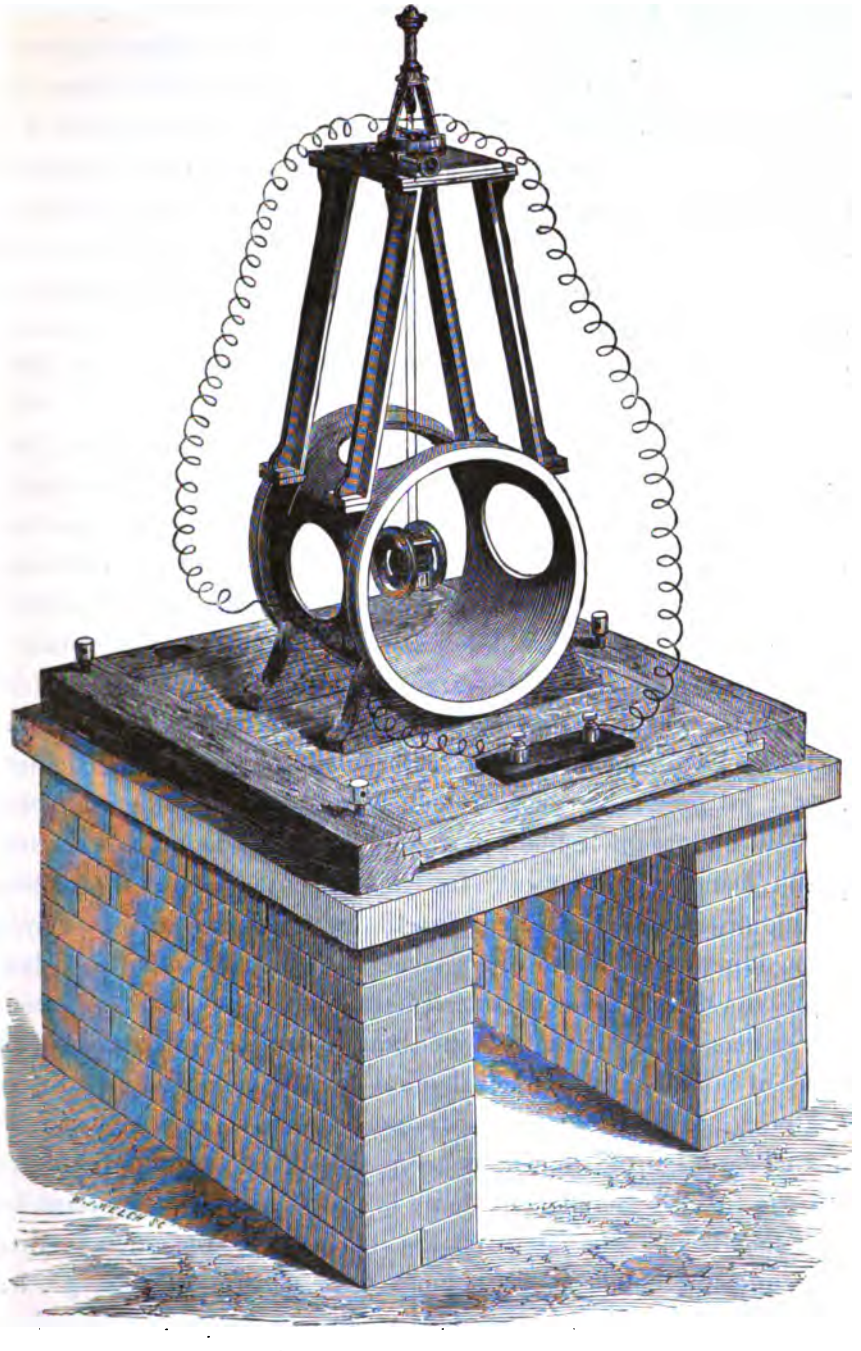


Fig. 328. — Electrodynamomètre de Latimer-Clark.

Digitized by Google

employer pour mesurer C, la balance de torsion ; il suffit, pour cela, de suspendre l'équipage mobile au moyen d'un fil unique qui sert à amener le courant. La sortie du courant s'effectue, dans ce cas, soit au moyen d'un second fil situé dans le prolongement du premier et attaché à une lame de ressort qui lui donne une tension constante, comme dans le galvanomètre à circuit mobile que nous décrirons plus loin, soit, ce qui est préférable, au moyen d'un petit fil d'acier court, très-rigide et d'un diamètre aussi petit que possible, plongeant au centre d'une cuvette de mercure très-large (de 4 à 5 centimètres de diamètre) pour éviter les effets de capillarité, exercés par les bords du ménisque mercuriel, sur le fil.

La balance de torsion est, comme nous l'avons démontré (269), bien plus sensible que la balance bifilaire, elle nous semble donc devoir lui être préférée, d'autant plus que la torsion des fils intervient nécessairement dans la balance bifilaire et que si l'on recherche une grande exactitude, on est obligé d'en tenir compte dans les calculs.

Nous avons expliqué avec détails (267) comment on détermine la tare d'un fil de torsion, c'est-à-dire la valeur du couple correspondant à l'unité d'angle de torsion (57°,395). Voyons maintenant s'il convient de laisser l'équipage mobile dévier librement sous l'action du courant, ou s'il est préférable de le ramener constamment dans la même position en tordant le fil au moyen de l'alidade à laquelle il est suspendu. Dans le premier cas, l'instrument peut être situé à une assez grande distance de l'opérateur qui lit les déviations, soit au moyen d'une lunette et d'un miroir attaché à l'équipage mobile et dans lequel se réfléchit l'image d'une échelle graduée (méthode de Gauss), soit en mesurant sur une échelle transparente le déplacement d'un faisceau lumineux réfléchi également dans le miroir mobile. Si, au contraire, on adopte la méthode qui consiste à ramener constamment l'équipage mobile à la même position, la lecture de l'angle se fait sur l'alidade mobile avec toute la précision que comportent les instruments analogues au théodolite et, en outre, la position relative de l'équipage mobile et des bobines fixes n'ayant pas changé, les formules donnent des résultats plus exacts que lorsqu'il y a déviation.

Enfin, on peut mesurer des courants qui correspondent à une

Digitized by Google

torsion supérieure à un quart de circonférence, ce qui est impossible lorsque l'équipage est mobile, puisqu'une déviation de 90° correspondrait à une intensité de courant infinie.

Pour ces motifs, et pour d'autres qu'il serait trop long d'énumérer, le premier procédé ne nous paraît acceptable que lorsque la déviation est inférieure à 3 degrés. Nous avons vu déjà d'ailleurs que le second procédé doit être préféré pour la mesure des potentiels au moyen de l'électromètre à quadrants (166).

575. — Électrodynamomètre dont les bobines fixes sont très longues par rapport à leur diamètre. — Nous venons de dire que la ou les bobines fixes doivent avoir une gorge de peu de profondeur dans le sens du rayon et de peu d'épaisseur dans le sens de l'axe, parce que, sans cela, les formules ne seraient plus exactes. Mais il y a une exception singulière à cette condition ; c'est le cas où, loin d'être très faible, l'épaisseur de la couche de fil comptée dans le sens de l'axe, est extrêmement grande par rapport au diamètre de la bobine fixe. On trouve alors que le champ magnétique est uniforme dans presque toute la longueur de la bobine (428) et égal à $4\pi n_1 I$, n_1 désignant le nombre de spires contenues dans chaque centimètre de longueur de la bobine. La bobine mobile se trouve donc dans les mêmes conditions que si elle était soumise à l'action du champ magnétique de la Terre. La formule qui donne la valeur du couple exercé sur elle, est alors rigoureuse, mais elle se transforme de la manière suivante.

La bobine mobile étant placée dans un champ magnétique uniforme, est soumise à l'action d'un couple qui a pour valeur (399)

$$C = \mathcal{H} S I \cos \alpha,$$

$\mathcal{H}$ désignant l'intensité du champ ; S, la somme des aires embrassées par toutes les spires ; I, l'intensité du courant qui traverse la bobine mobile ; et α, l'angle du plan de chaque spire avec les lignes de force du champ.

Or, l'intensité du champ est égale à $4\pi n_1 I$.

On a donc finalement

$$C = 4\pi n_1 S I^2 \cos \alpha.$$

Digitized by Google

576. — Exemple numérique. — Supposons que la bobine fixe BB′ (fig. 329) ait un diamètre intérieur de 6 centimètres, un diamètre extérieur de 8 centimètres, et une longueur égale à 10 fois son diamètre extérieur, soit 80 centimètres, et qu'elle soit enroulée d'un fil de 1^{mm} de diamètre isolant compris. Il est facile de voir que l'on aura $n_1 = 100$.

Si l'intensité du courant est égale à 1 ampère ou $\frac{1}{10}$ de C. G. S., l'intensité $\mathcal{H}$ du champ sera égale à

$$4\pi \times 100 \times \frac{1}{10} = 125,7.$$

Quant à la bobine mobile b, nous admettrons qu'elle a 4 centimètres de diamètre extérieur, 3 centimètres de diamètre intérieur et 3 centimètres de longueur, de manière qu'elle puisse se mouvoir librement autour de son axe de rotation AA′, sans frotter contre les parois intérieures de la bobine BB′. Si elle est entourée du même fil que la bobine fixe, le nombre total de spires qu'elle contient est égal à 150, et l'aire embrassée par la spire moyenne étant de $9c^2,62$, on a

$$S = 9,62 \times 150 = 1443 \text{ centimètres carrés.}$$

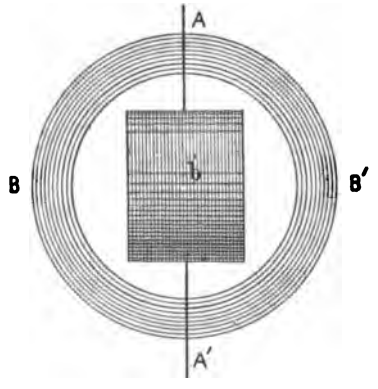


Fig. 329.

Les deux bobines étant traversées par un courant de un ampère, on a pour la valeur de C

$$C = 125,7 \times 1443 \times \frac{1}{10} \times \cos\alpha = 18180 \times \cos\alpha,$$

soit plus de 18 grammes appliqués à un bras de levier de 1 centimètre lorsque $\cos\alpha = 1$, c'est-à-dire lorsque les plans des spires de la bobine mobile sont parallèles à l'axe de la bobine fixe, comme le suppose la figure 329. Pour que la formule ci-dessus représente avec une exactitude suffisante la valeur de C, il est nécessaire de prendre certaines précautions dans la construction de l'instrument.

Digitized by Google

Il est indispensable que l'enroulement du fil sur la bobine fixe soit aussi régulier que possible et ne présente aucune solution de continuité ; il ne faudrait pas, par exemple, enlever quelques spires dans la région voisine de l'axe de rotation AA′ afin de le laisser passer ; cette suppression entraînerait une modification très appréciable dans la grandeur du couple C. On doit donc renoncer à la disposition représentée sur la figure, à moins que le fil de la bobine BB′ ne soit remplacé par de véritables barres rectangulaires dans lesquelles on peut percer les trous nécessaires pour le passage de l'axe AA′. Malheureusement, si on adoptait cette forme de conducteurs, il en résulterait une très grande diminution du facteur n_1 et par conséquent de la sensibilité de l'appareil.

La bobine *b* peut être montée sur des couteaux reposant sur des appuis intérieurs à la bobine BB′, et il est facile, dans le cas où cette disposition serait adoptée, d'imaginer des procédés permettant de transmettre au dehors de la bobine BB′, le couple exercé sur *b*.

L'erreur maxima qui résulte de ce que la bobine fixe n'est pas infiniment longue, est facile à calculer en appliquant la méthode que nous avons développée dans le numéro 403.

577. — Electrodynamomètre de M. Pellat. — Si l'on suppose la bobine *b* montée sur couteaux, on peut équilibrer le couple pro-

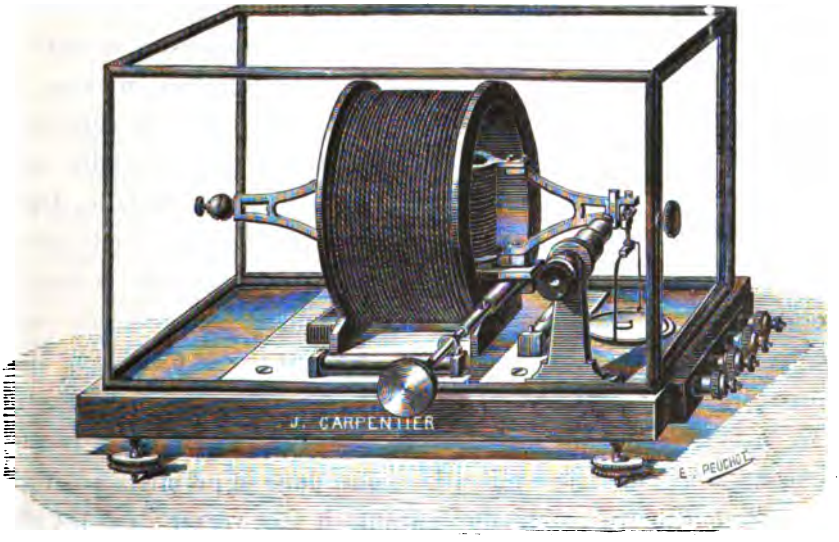


Fig. 330. — Electrodynamometre de M. Pellat.

duit par le passage du courant au moyen de poids tarés placés dans un plateau. C'est la disposition adoptée par M. Pellat dans l'élec-

Digitized by Google

trodynamomètre représenté ci-contre (fig. 330) et dans lequel le rapport de la longueur de la bobine fixe à son diamètre n'est pas très-grand, ce qui entraîne une correction dont M. Pellat estime la valeur par comparaison avec un instrument déjà étalonné. Cet électrodynamomètre n'est donc pas un instrument donnant des mesures absolues.

578. — **Mesure de l'intensité du courant en fonction du couple produit par un solénoïde de longueur modérée.** — Enfin, nous allons montrer que l'on peut, avec une bobine fixe de longueur modérée, mesurer expérimentalement la valeur que prendrait C si elle avait une longueur n fois aussi grande que celle qu'elle a réellement.

Pour cela, plaçons-la d'abord de telle façon que le plan de la dernière spire passe par le centre de la bobine mobile (orientée de façon que son axe de figure soit perpendiculaire à celui de la bobine fixe) supposée montée sur couteaux et munie d'un fléau portant un plateau à chaque extrémité, absolument comme une balance.

Lançons un courant, quelconque, mais maintenu rigoureusement constant au moyen d'un rhéostat et d'un galvanoscope, dans les deux bobines, et équilibrons le couple exercé sur la bobine mobile au moyen de poids tarés dont nous prendrons note. Puis enlevons ces poids tarés et remplaçons-les par du sable[1], rompons le courant et rétablissons l'équilibre entre les deux plateaux en versant du sable dans le second plateau. Cette première série d'opérations faite, déplaçons la bobine fixe en la faisant glisser parallèlement à elle-même suivant son axe (qui passe par le centre de figure de la bobine mobile), jusqu'à ce que le plan de la première spire vienne coïncider avec la position occupée précédemment par le plan de la dernière spire ou, ce qui revient au même, déplaçons-la d'une quantité égale à la longueur du solénoïde enroulé sur sa surface, et recommençons la même série d'opérations que dans la première position. Si, pour équilibrer l'action du courant, il faut verser dans les plateaux une quantité de sable représentant une fraction notable de

(1) La force produite par l'action du sable pourrait être obtenue au moyen de deux ressorts dont on augmenterait alternativement la tension.

Digitized by Google

celle qui s'y trouvait déjà par suite de la première opération, procédons à une troisième opération ; imprimons à la bobine fixe un nouveau déplacement de même amplitude et recommençons comme dans les deux opérations précédentes. En répétant n fois cette série d'opérations identiques, nous arriverons finalement à avoir dans chacun des deux plateaux un poids de sable égal à celui qui aurait été nécessaire pour équilibrer l'action d'un solénoïde n fois aussi long que le solénoïde enroulé sur la bobine fixe et dont la première spire serait dans un plan passant par l'arête du couteau de la bobine mobile. La somme des poids contenus dans les deux plateaux, est donc égale à l'action d'un solénoïde de longueur double, mais dont le centre de figure serait situé sur l'arête des couteaux.

En procédant comme nous venons de l'expliquer, on arrivera rapidement à trouver une position de la bobine fixe pour laquelle l'action du courant sur la bobiue mobile, sera insensible, et on sera ainsi averti qu'il est inutile d'aller plus loin. Le rapport du poids total de sable contenu à ce moment dans les deux plateaux, au poids qu'ils contiennent après la première opération, représente le coefficient par lequel il faut multiplier le double de l'action du solénoïde dans la première position, pour obtenir la valeur du couple exercé par un solénoïde s'étendant indéfiniment à droite et à gauche de la bobine mobile.

En d'autres termes, si on désigne par C le couple dû à l'action d'un solénoïde indéfini dans les deux sens, par c le couple mesuré expérimentalement dans la première opération, avec un solénoïde de longueur finie, entièrement situé d'un seul côté de la bobine mobile et par k le rapport du poids total de sable des deux plateaux à la fin de la dernière opération, au poids total qu'ils contiennent après la première opération, on aura

$$C = 2kc,$$

d'où on tire

$$2kc = 4\pi n_1 S I^2 \cos \alpha$$

et

$$I = \sqrt{\frac{k}{2\pi n_1 S \cos \alpha}} \sqrt{c}.$$

Digitized by Google

Cette formule fait donc connaître l'intensité du courant en fonction du couple produit par un solénoïde de longueur modérée, dont l'une des faces terminales passe par l'arête du couteau de suspension de la bobine mobile.

Nous sommes entrés dans ces détails pour montrer que l'on peut déterminer expérimentalement l'intensité d'un courant en mesures absolues, comme s'il était possible de construire un solénoïde indéfiniment long, mais nous pensons que la correction résultant de ce que le solénoïde a une longueur finie, peut être déterminée avec une précision très suffisante au moyen de la formule donnée au numéro 403.

579. — Électrodynamomètre dissymétrique. — Les calculs développés dans le numéro 403, montrent que : en désignant par r, le rayon de la couche extérieure du fil de la bobine fixe ; par l, la demi-longueur de la partie enroulée, le champ magnétique au centre de symétrie de la bobine, diffère de $4\pi n_1 I$ d'une quantité égale au plus à $4\pi n_1 I \times \frac{r^2}{2l^2}$ et qu'il a, par conséquent, une valeur au moins égale à

$$4\pi n_1 I\left(1 - \frac{r^2}{2l^2}\right).$$

Si, par exemple, le rapport $\frac{r}{l} = \frac{1}{10}$, on trouve que la valeur du champ au centre de la bobine, ou du moins à une distance de l'ouverture de cette bobine égale à 10 fois le rayon de l'ouverture, ne diffère que de $\frac{1}{200}$ de la valeur qu'elle aurait si le centre était à une distance infinie de l'ouverture.

Ces considérations nous amènent à donner, à l'électrodynamomètre absolu, l'une des deux formes indiquées par les figures 331 et 332. Dans la première, la bobine mobile b est attachée à une tige rigide CC′ reliée en C et en C′ à un cadre rectangulaire formé de quatre tiges DD′E′ED. La tige horizontale DD′ est attachée en son milieu F, au fil métallique de suspension qui sert en même temps à amener le courant et à mesurer l'intensité du couple exercé sur b, parce qu'il est relié à son extrémité supérieure à un bouton auquel est fixée une aiguille se déplaçant devant un cercle gradué et qui

Digitized by Google

permet de le tordre d'une quantité connue. L'autre tige horizontale EE', porte également en son milieu une pointe très fine, en acier, plongeant dans un large godet G contenant du mercure et servant à la sortie du courant.

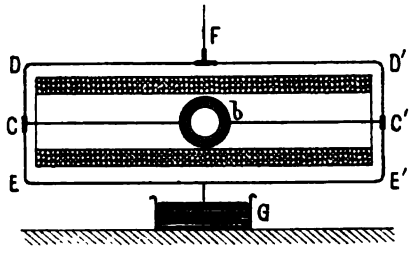


Fig. 331.

La seconde forme (fig. 332), à laquelle nous avons donné le nom d'électrodynamomètre dissymétrique, diffère de la précédente en ce que la bobine mobile *b*, au lieu d'être située au centre de figure de la bobine fixe, est placée à l'une des extrémités, de sorte que l'arête du couteau de suspension, qui remplace le fil métallique de la disposition précédente, se trouve dans le plan de la dernière spire. Il est facile, tout en remplissant cette condition, de placer les couteaux en dehors de la bobine fixe, ce qui rend le montage de l'instrument

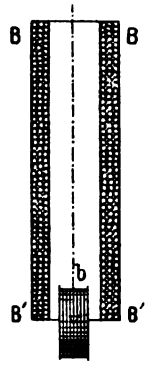


Fig. 332.

plus facile que celui du précédent. De plus, pour une même longueur de la bobine fixe, l'erreur résultant de ce que cette longueur n'est pas infinie, est quatre fois moindre que dans la disposition symé-

Digitized by Google

trique ; il est vrai que le couple développé est deux fois moindre, ce qui diminue la précision de la pesée ; mais l'erreur résultant de ce chef, est bien moindre que celle qui est due au défaut de longueur de la bobine. Dans l'instrument dissymétrique, lorsque la longueur de la bobine fixe est douze fois aussi grande que le diamètre de la couche extérieure de fil, l'erreur relative de la formule (1)

$$C = 2\pi n_1 S I^2 \cos \alpha$$

n'atteint pas $\frac{1}{1000}$.

580. — Mesure des constantes de construction n_1 et S. — Les quantités n_1 et S qui figurent dans la formule de l'électrodynamomètre, doivent être déterminées expérimentalement. La première, n_1, est facile à mesurer ; elle peut même l'être pendant l'enroulement de la bobine fixe, cet enroulement se faisant avec un tour à fileter. Si on appelle N le nombre de spires contenues dans une seule rangée occupant sur la bobine la longueur l exprimée en centimètres, et n le nombre de rangées superposées, le nombre total de spires est égal à Nn, et la valeur de n_1 est donnée immédiatement par la formule

$$n_1 = \frac{Nn}{l}.$$

La quantité n_1 peut donc être déterminée avec une grande précision.

L'évaluation exacte de S est beaucoup plus difficile. S est en effet égale à la somme des aires embrassées par les spires de la bobine mobile. Il faut donc, pour la déterminer, connaître le nombre de spires de chaque rangée, le diamètre moyen de ces spires et le nombre de rangées. Si on désigne par d_0 et d_1 les diamètres extérieur et intérieur d'une spire, la surface embrassée par cette spire a pour valeur

$$\frac{1}{4}\pi\left(\frac{d_0 + d_1}{2}\right)^2.$$

Toutes les spires d'une même rangée ayant le même diamètre, la

(1) On voit que le second membre a une valeur égale à la moitié de celle qui convient à l'instrument symétrique. Cela tient à ce que ce dernier peut être considéré comme résultant de la superposition de deux instruments dissymétriques placés bout à bout.

Digitized by Google

somme de leurs aires est égale à

$$\frac{1}{16}\pi N(d_0 + d_1)^2.$$

Les mesures de N, de d_0 et de d_1 devront être recommencées pour chacune des rangées successives du fil enroulé sur la bobine et il est essentiel que le nombre N soit un nombre entier, c'est-à-dire que l'entrée et la sortie du fil se trouvent sur une même droite parallèle à l'axe de figure de la bobine. On voit que ces mesures ne peuvent être faites avec la précision voulue que pendant l'enroulement de la bobine, et à la condition d'arrêter cette opération chaque fois qu'une rangée est terminée. Malgré ces précautions, le résultat obtenu ne présente pas de garanties suffisantes pour que l'on puisse fixer avec certitude la limite de l'erreur relative commise dans la mesure de S, ou du moins, pour que cette limite puisse être considérée comme négligeable.

En procédant de la manière suivante, on arrivera à des résultats plus exacts. Soit L la longueur totale du fil enroulé, avec la plus grande régularité possible, bien entendu ; N le nombre *total* des spires de la bobine entière ; la longueur de la spire moyenne sera égale à $\frac{L}{N}$, et en désignant par d son diamètre, on aura

$$\pi d = \frac{L}{N} \qquad \text{d'où} \qquad d = \frac{L}{\pi N}.$$

La surface de la spire moyenne étant égale à $\pi\frac{d^2}{4}$, a pour valeur $\frac{1}{4}\frac{L^2}{\pi N^2}$, de sorte que la surface totale des N spires, a pour expression

$$S = \frac{1}{4\pi}\frac{L^2}{N} = 0{,}07958\frac{L^2}{N}.$$

Il suffit donc de connaître avec précision la longueur L du fil enroulé sur la bobine. Cela est facile, mais il faut cependant apporter dans cette mesure certaines précautions, parce que le fil s'allonge pendant l'enroulement qui doit être fait sous une tension constante et mesurée au moyen d'un poids tenseur. Nous rappelons que L doit être exprimée, en centimètres et que le nombre N, qui doit être un

Digitized by Google

nombre entier, est donné par un compteur de tours fixé à l'axe du tour sur lequel est montée la bobine pendant l'enroulement.

581. — Détermination expérimentale directe de la surface des spires. — Voici maintenant un procédé qui dispense de toutes les mesures, soit de longueur de fil, soit de diamètre et de nombre de spires, et les remplace par la détermination, beaucoup plus facile à faire avec précision, de l'aire embrassée par quelques spires de grand diamètre. Ce procédé présente, de plus, l'avantage de faire connaître S lorsqu'il s'agit d'une bobine déjà construite dont on ne peut déterminer ni le diamètre de la spire moyenne, ni le nombre des spires, et les résultats qu'il donne sont exacts même quand l'enroulement serait très irrégulier et fait sans aucun soin.

Il est basé sur la mesure directe du couple développé par le champ magnétique de la Terre sur un circuit fermé parcouru par un courant. Nous savons que si on désigne par S la surface du circuit, par h la composante horizontale du magnétisme terrestre, par α l'angle du plan du circuit avec le méridien magnétique, par I l'intensité du courant, le couple C développé sur le circuit supposé mobile autour d'un axe vertical, a pour expression :

$$C = hIS \cos \alpha.$$

Si donc, on attache à un même cadre mobile suspendu par un fil de torsion, deux bobines traversées par le même courant, le couple développé sur l'ensemble, aura pour valeur, en désignant par S′ la surface collective des spires de la seconde bobine et par α' l'angle des plans de ces spires avec le méridien magnétique

$$C + C' = hI(S \cos \alpha + S' \cos \alpha').$$

Si on pose $C + C' = 0$, on en déduit

$$\frac{S'}{S} = -\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

et si les plans des spires des deux bobines font entre eux un angle droit, la formule devient

$$\frac{S'}{S} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \qquad \text{d'où} \qquad S = S' \operatorname{tg} \alpha.$$

Digitized by Google

Par conséquent, si les plans des spires des deux bobines font entre eux un angle droit, et si le couple de torsion est nul, la surface S se déduira immédiatement de la surface S′, supposée connue, en multipliant cette dernière par la tangente de l'angle du plan des spires de la bobine en expérience avec le méridien magnétique.

Tout se réduit donc aux conditions suivantes : 1° Le couple de torsion doit être nul quand le système est en équilibre pendant le passage du courant ; 2° Les plans des spires des deux bobines doivent faire entre eux un angle droit ; 3° La surface S′ de l'ensemble des spires de la seconde bobine, doit être facile à déterminer géométriquement avec précision.

On satisfait à la première condition de la façon suivante : Les deux bobines sont fixées à un cadre rectangulaire très léger suspendu à un faisceau de fils de cocon sans torsion ; ses deux côtés horizontaux portent des pointes d'acier très fines trempant dans de larges godets de mercure, comme nous l'avons déjà dit plus haut, et servant pour l'entrée et la sortie du courant dans les deux bobines reliées en tension. Nous savons qu'un fil de cocon ou même qu'un faisceau de fils de cocon collés ensemble sans être tordus, peut supporter des poids relativement considérables et que, cependant, la torsion de cet ensemble développe un couple élastique d'une petitesse telle, qu'on peut le négliger devant ceux qui sont dus aux forces dont nous nous occupons en ce moment (268). Si on avait des motifs pour préférer un fil métallique à un fil de cocon, le couple de torsion ne pourrait plus en général être négligé ; mais on pourrait encore le rendre nul en agissant sur le bouton de l'alidade à laquelle est soudée l'extrémité supérieure du fil, de façon à faire tourner le fil jusqu'à ce que l'angle de cette alidade avec le cadre mobile, pendant que le courant traverse les bobines, reprenne la même valeur que lorsque le courant ne passe pas. Il est facile de s'assurer que cette condition est remplie, puisque le cadre mobile est muni d'une aiguille qui permet de lire les angles dont il dévie lorsqu'on lance le courant dans les bobines en expérience.

La seconde condition, « Les plans des spires des deux bobines

Digitized by Google

doivent faire entre eux un angle droit », est vérifiée de la manière suivante : on met d'abord les deux bobines *sensiblement* à angle droit, ce qui est toujours facile, et on oriente le cadre mobile de façon que le plan des spires d'une des bobines soit à peu près dans le méridien magnétique. On note l'angle α_0 indiqué par l'aiguille liée au cadre mobile, puis on lance le courant dans la bobine la plus rapprochée du méridien magnétique, on note alors l'angle α_1 de l'aiguille et on supprime le courant ; l'aiguille du cadre mobile doit alors s'arrêter de nouveau sur la division α_0. On lance alors le courant dans l'autre bobine seulement et on note l'angle α_2 ; si les deux bobines font entre elles un angle droit, la différence $\alpha_2 - \alpha_1$ des deux déviations successives doit être égale aussi à un angle droit. Si cette condition n'est pas remplie, on modifie l'angle des deux bobines, et on recommence les mesures jusqu'à ce qu'elle le soit. Il est à peine nécessaire de dire que si le fil de suspension est métallique et que, par conséquent, son couple de torsion ne soit pas négligeable, il faut prendre les précautions indiquées plus haut pour le rendre nul.

La troisième condition concernant la détermination géométrique de la surface S′ de la bobine-étalon, est facile à réaliser. Il suffit en effet de constituer la seconde bobine au moyen de quelques spires d'un grand diamètre et par conséquent faciles à compter et à mesurer avec une grande précision. Si par exemple elles avaient 20 centimètres de diamètre moyen [1] et qu'elles fussent au nombre de 5, on trouverait immédiatement

$$S' = 1570^{c.q},80$$

et il serait facile de déterminer ce nombre avec une précision relative atteignant $\frac{1}{1000}$. Il est d'ailleurs évident que la bobine

---

[1] Nous appelons diamètre moyen d'une spire, la moyenne arithmétique entre le diamètre extérieur et le diamètre intérieur de cette spire. Supposons, pour fixer les idées, qu'un fil de 1 millimètre de diamètre soit enroulé sur un mandrin ayant exactement 200 millimètres de diamètre ; la spire moyenne aura son diamètre égal à $\frac{200 + 202}{2}$ ou 201 millimètres, et son aire aura pour valeur $\frac{\pi}{4} \times \overline{20,1}^2 = 317^{c.q},31$.

Digitized by Google

de grand diamètre peut jouer le rôle de support par rapport à la petite, et permettre ainsi la suppression du cadre ; d'où allègement de tout le système.

582. — Électrodynamomètre absolu de M. Marcel Deprez. — Les inconvénients inhérents aux appareils destinés aux mesures absolues, se retrouvent dans les électrodynamomètres comme dans les électromètres et les magnétomètres ; nous les constaterons également dans les appareils à circuit fixe où on a recours à l'action exercée par un circuit sur un aimant. Ces inconvénients, que nous avons déjà signalés, consistent en ce que, pour satisfaire aux conditions hors desquelles les ressources de l'analyse algébrique ne permettraient plus de calculer la valeur des grandeurs électriques que l'on veut mesurer, en fonction des dimensions des appareils servant à les produire, on est obligé de placer les parties actives à des distances relativement considérables les unes des autres et qu'alors les forces qu'il faut mesurer deviennent extrêmement petites.

Le théorème dit « des similitudes » (447-450) montre, à la vérité, qu'il est possible d'augmenter indéfiniment la valeur du couple développé par les parties fixes d'un électrodynamomètre sur les parties mobiles, sans augmenter dans la même proportion le poids de ces dernières, puisque le couple est proportionnel à la cinquième puissance des dimensions homologues, tandis que le poids est proportionnel à la troisième puissance. Cet accroissement relatif de l'intensité du couple, n'entraîne d'ailleurs aucun accroissement dans l'erreur relative résultant de ce que les équations ne sont qu'approchées, parce que les dimensions des circuits fixes et mobiles sont, ainsi que les distances qui les séparent, multipliées par le même coefficient. Mais, pour tirer de cette propriété des systèmes électro-dynamiques, tout le parti qu'elle comporte, il faudrait donner aux instruments des dimensions très considérables.

Nous avons donc cherché si, parmi toutes les formes que l'on pouvait donner à l'électrodynamomètre, il n'en existait pas une permettant de représenter l'action mécanique développée, en fonction des dimensions, par une équation algébrique *rigoureusement exacte*.

Digitized by Google

Les propriétés du solénoïde enroulé sur un tore (428) nous ont donné la solution de ce problème intéressant. La raison en est simple ; le tore étant, avec le solénoïde rectiligne indéfini, le seul système électro-dynamique à enroulement uniforme dans lequel l'intensité du champ magnétique soit exprimable rigoureusement en fonction des coordonnées des points de l'espace soumis à l'action du courant.

Nous avons vu, en effet, que l'intensité de ce champ, en un point intérieur au tore, a pour valeur

$$h = \frac{2NI}{x}$$

expression dans laquelle N représente le nombre total des spires équidistantes parcourues par le courant I et x la distance du point considéré à l'axe de révolution du tore. Cette expression est *rigoureuse* quelle que soit la forme des spires, pourvu qu'elles soient identiques et qu'elles fassent entre elles des angles égaux infiniment petits, chacune d'elles étant parcourue par un courant excessivement faible ; la somme NI de tous ces courants est finie et représentée par ce qu'on pourrait appeler le *courant total*. En pratique, on peut satisfaire rigoureusement à ces conditions, bien qu'elles paraissent irréalisables, en construisant les spires avec des bandes de métal découpées sur un plan suivant un profil convenable, enroulées ensuite sur le tore et reliées entre elles. Mais, en se bornant à entourer ce tore d'un conducteur isolé, enroulé en hélice suivant les procédés ordinaires, on ne commettrait qu'une erreur extrêmement petite et que tout le monde accepte d'ailleurs sans discussion dans les instruments usuels, même quand ils sont destinés aux mesures de haute précision.

Voyons maintenant quelle serait la valeur du couple développé sur un conducteur circulaire filiforme ABCD (fig. 333) complètement entouré par l'enroulement solénoïdal, situé dans un plan perpendiculaire à l'axe de révolution du tore, et mobile autour d'une droite AC perpendiculaire à ce même axe de révolution qui, sur la figure, est projeté en O'. Considérons un élément infiniment petit MM' du conducteur circulaire mobile parcouru par un courant d'intensité I', et désignons par θ l'angle MO'O ; par ρ, le rayon vecteur MO' ; par a, la

Digitized by Google

distance OO′ du centre du conducteur circulaire mobile à l'axe de révolution du tore ; et par r, le rayon OM du conducteur circulaire mobile. Nous supposerons que ce dernier est *parcouru par un courant*

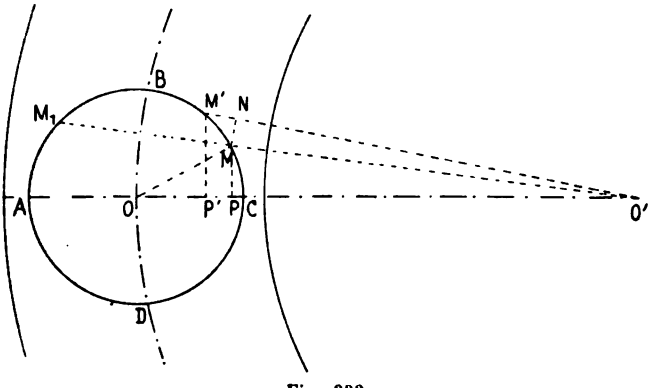


Fig. 333.

égal à l'unité. La force df, exercée sur un élément infiniment petit MM′ du cercle mobile, est perpendiculaire au plan de la figure et a pour valeur le produit de l'intensité du champ magnétique, dans lequel cet élément est placé, par la longueur M′M dudit élément, comptée perpendiculairement à la direction des lignes de force, soit

$$df = \frac{2NI}{\rho} \cdot d\rho.$$

Le moment dM de cette force, par rapport à l'axe AC, a pour valeur

$$df \times \overline{MP}$$

d'où

$$dM = \frac{2NI}{\rho} d\rho . \rho \sin\theta = 2NI \sin\theta . d\rho.$$

Le moment total est donc égal à

$$2NI \int \sin\theta . d\rho.$$

Mais on a

$$\int \sin\theta . d\rho = \rho . \sin\theta - \int \rho \cos\theta . d\theta.$$

Le point M appartenant à la circonférence ABCD, on a, d'autre part,

$$\overline{OP}^2 + \overline{PM}^2 = \overline{OM}^2$$

Digitized by Google

ou, en remarquant que

$$\overline{OP} = a - \rho \cos \theta$$

$$\overline{PM} = \rho \sin \theta,$$

on a

$$(a - \rho \cos \theta)^2 + \rho^2 \sin^2 \theta = r^2,$$

équation qui donne

$$\rho \cos \theta = \frac{\rho^2 + a^2 - r^2}{2a}.$$

On a donc

$$\int \sin \theta . d\rho = \rho \sin \theta - \int \frac{\rho^2 + a^2 - r^2}{2a} d\theta$$

ou, en intégrant,

$$\int \sin \theta . d\rho = \rho \sin \theta - \frac{a^2 - r^2}{2a} \theta - \frac{1}{a} \int \frac{1}{2} \rho^2 d\theta + \text{const.}$$

Si on part d'une valeur initiale θ_0 de l'angle du rayon vecteur O'M avec OO', et que l'on fasse mouvoir le point M le long de la circonférence ABCD jusqu'à ce qu'il atteigne la position M_1 pour laquelle l'angle θ redevient égal à θ_0, la valeur de l'intégrale définie prise entre ces deux limites, se réduit à

$$-\frac{1}{a} \int \frac{1}{2} \rho^2 d\theta,$$

expression qui, abstraction faite du signe, est précisément égale à la valeur numérique de l'aire du segment circulaire MBM_1M. Par conséquent, le moment des forces appliquées à la circonférence entière, est donné finalement par l'équation

$$M = 2NI \int \sin \theta . d\rho = 2NI \cdot \frac{\pi r^2}{a}.$$

Si au lieu d'être égal à l'unité, le courant qui parcourt la circonférence ABCD avait une intensité représentée par I', le moment aurait évidemment pour expression

$$M = 2NI \cdot \frac{\pi r^2}{a} I'.$$

On voit que cette expression est indépendante de la distance du plan du cercle ABCD, au plan équatorial du tore. Elle s'applique donc à toutes les spires d'une bobine de forme circulaire, pourvu

Digitized by Google

que ces spires soient parallèles au plan équatorial. En désignant par S la somme des surfaces embrassées par les spires d'une telle bobine, la valeur du moment total est donc donnée par l'expression très simple

$$M = \frac{2NS}{a} II'.$$

Nous avons dit ailleurs (507) comment on calcule la somme S en fonction de la spire moyenne. L'expression de M a ceci de remarquable, qu'elle est précisément égale à celle que l'on obtiendrait si le champ magnétique était uniforme et égal à $\frac{2NI}{a}$, c'est-à-dire s'il avait partout la valeur qu'il possède au centre commun des spires de la bobine.

Voyons quelle pourrait être la grandeur du moment de rotation de la bobine mobile. Nous supposerons que le tore est engendré par un cercle de 20 centimètres de diamètre tournant autour d'un axe situé dans son plan à 30 centimètres de son centre, et que la bobine mobile a 19 centimètres de diamètre extérieur, 16 centimètres de diamètre intérieur et 5 centimètres de hauteur. Enfin, nous admettrons que le tore est entouré d'une seule couche de fil contenant 1000 spires régulièrement espacées dont le fil a 1 millimètre de diamètre, et que la bobine contient 750 spires (50 dans le sens de l'axe, 15 dans le sens du rayon), le fil ayant un diamètre de $\frac{8}{10}$ de millimètre.

On peut, sans inconvénient, lancer dans le fil du tore un courant de 5 ampères, et dans celui de la bobine, un courant de 1 ampère. On aura donc, en traduisant ces nombres en unités C.G.S

$$I = \frac{5}{10}, \qquad I' = \frac{1}{10}.$$

Il reste à évaluer S. Nous admettrons que la surface collective des spires est égale à celle de la spire de diamètre moyen, multipliée par le nombre des spires, ce qui est suffisant pour le but que nous poursuivons actuellement. Or, la spire de diamètre moyen a une surface égale à

Digitized by Google

$$\frac{\pi}{4}\left(\frac{19+16}{2}\right)^2 = 240\,c^2,5.$$

La surface collective des spires serait donc, dans les limites d'approximation qui nous suffiront pour cet exemple

$$240 \times 750 = 180000$$

et le moment M aurait pour valeur

$$\frac{2 \times 1000 \times 180000}{30} \times \frac{5}{10} \times \frac{1}{10} = 600000 \text{ dynes} \times \text{centimètres.}$$

Ce serait le moment d'une force de 60 grammes environ, appliquée à un bras de levier de 10 centimètres, et qui pourrait facilement être mesurée avec une erreur relative ne dépassant pas $\frac{1}{10000}$.

L'axe de la bobine mobile doit, comme nous l'avons dit, couper l'axe de révolution du tore à angle droit et, pour qu'on puisse lui appliquer la force antagoniste qui sert à équilibrer l'action du courant, il faut qu'il traverse l'enroulement du tore. Pour ne pas altérer l'exactitude théorique des calculs dont nous venons de donner un exemple, il est nécessaire de ne troubler en rien la régularité de cet enroulement ; il faut donc : ou faire passer l'axe dans le petit intervalle qui existe entre deux spires consécutives, dans leur portion extérieure, c'est-à-dire là où elles sont le plus loin possible de l'axe de révolution ; ou, si les spires sont constituées par de larges lames de cuivre, ne pas hésiter à percer d'un trou de quelques millimètres de diamètre celle qui est située sur le prolongement de l'axe de rotation de la bobine mobile. Il n'en résultera de l'enlèvement de cette petite quantité de matière, aucune erreur appréciable.

Il est à peine nécessaire de dire que le principe dont nous venons de développer l'application à l'électrodynanomètre, pourrait être appliqué également dans les instruments à circuit fixe, dans lesquels l'organe mobile est un barreau aimanté, et qui vont faire l'objet du paragraphe suivant.

Digitized by Google

§ 2. — APPAREILS ABSOLUS A CIRCUIT FIXE.

583. — Boussole des Tangentes. — La boussole des tangentes est le type des instruments à circuit fixe destinés à mesurer l'intensité d'un courant ; mais nous ne pensons pas qu'elle mérite complètement le nom d'instrument absolu car, outre ses dimensions géométriques, il faut encore connaître la grandeur du champ magnétique terrestre du lieu occupé par la boussole pour que, de ses indications, on puisse conclure en unités absolues, l'intensité du courant qui la traverse. Nous en avons déjà donné la théorie (381), et nous avons démontré que si on désigne par I l'intensité du courant qui traverse le cadre circulaire, supposé réduit à une spire unique de rayon r dont le plan est situé dans le méridien magnétique, par α la déviation de l'aiguille aimantée dont le point neutre coïncide avec le centre du cadre, cette déviation étant comptée à partir du méridien magnétique et dans un plan horizontal, on a l'équation

$$I = \frac{hr}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha \qquad \text{ou} \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi}{hr} I$$

Si, au lieu d'une seule spire, le courant en traversait plusieurs, l'intensité I devrait être remplacée par le produit NI du nombre total de spires, par l'intensité du courant qui passe dans chacune d'elles. Le produit NI reçoit quelquefois le nom de *volume du courant*.

Enfin, si au lieu d'un courant unique, il existait plusieurs courants traversant chacun un certain nombre de spires, l'intensité I représenterait le courant fictif qui, passant dans une seule spire, produirait sur l'aiguille aimantée un couple égal à la somme des couples exercés par chacune des spires. On aurait donc, en désignant par n, n', n'', ... les nombres de spires appartenant à des circuits distincts traversés par des courants i, i', i'', ...

$$I = ni + n'i' + n''i'' + \ldots$$

Cette équation n'est applicable, bien entendu, que si toutes les spires,

Digitized by Google

étant supposées réunies, forment un câble de diamètre négligeable par rapport au diamètre du cadre de l'instrument, de façon qu'elles puissent être assimilées à un circuit filiforme dont le diamètre serait égal à celui de la spire moyenne.

Lorsque le centre de l'aiguille aimantée ne coïncide plus avec celui du cadre, tout en restant cependant situé sur une perpendiculaire au plan du cadre, et passant par son centre, l'effort exercé sur chaque pôle de l'aiguille est exprimé par une formule différente que nous avons déjà fait connaître (381-2°) et, en écrivant que le couple dû à cet effort est égal à celui qui est dû au magnétisme terrestre, on arrive facilement aux équations

$$I = \frac{1}{2\pi}\frac{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}{r^2}h \operatorname{tg}\theta \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{1}{h}\frac{2\pi r^2}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}I$$

dans lesquelles r désigne le rayon de la spire moyenne ; x, la distance du centre du cadre au centre de la boussole ; I, *le volume du courant*, et h la composante horizontale du magnétisme terrestre.

Exemple numérique. — Quand on veut calculer les dimensions d'une boussole des tangentes satisfaisant à des conditions données, on réduit naturellement les données à leur expression la plus simple. On suppose donc d'abord que le centre de l'aiguille coïncide avec le centre du cadre, c'est-à-dire que $x = 0$; puis on se donne l'intensité du courant qui doit produire une déviation de 45°, ce qui donne $\operatorname{tg}\alpha = 1$.

Il vient alors, en remplaçant I par le produit NI

$$1 = \frac{2\pi NI}{hr} \qquad \text{ou} \qquad N = \frac{hr}{2\pi I}.$$

On voit que le nombre de spires doit être proportionnel au rayon du cadre, mais, comme la longueur, et par suite, la résistance de chaque spire, sont elles-mêmes proportionnelles à r, il en résulte que la résistance totale du circuit est proportionnelle au carré de r. On aurait donc intérêt à prendre le rayon du cadre aussi petit que possible si la condition qui domine toutes les autres dans un instrument absolu, celle de l'exactitude des formules qui représentent l'intensité du courant en fonction des dimensions de l'instrument, n'exigeait au contraire que ce rayon fût aussi grand que possible par rapport à la longueur de l'aiguille aimantée et à la section de la gorge d'enroulement du fil.

Nous supposerons donc que l'on prenne $r = 20$ centimètres. La section de la gorge du cadre ne devant pas avoir plus de 1 centimètre

Digitized by Google

carré, soit 1 centimètre dans le sens de l'axe et 1 centimètre dans le sens du rayon, le rayon intérieur de la gorge sera égal à $20 - 1 = 19$ cent. et le rayon extérieur à $20 + 1 = 21$ cent.

Si l'intensité du courant qui produit une déviation de 45° doit être de 1 ampère, on fera

$$I = \frac{1}{10}.$$

Enfin la valeur de h différant très peu de 0,2, il vient

$$N = \frac{0{,}2 \times 20}{2\pi \times \frac{1}{10}} = 6{,}37.$$

Comme le nombre de spires doit être entier, on prendra $N = 6$ ou $N = 7$, et il résultera de cette modification que l'intensité correspondant à une déviation de 45°, sera égale à

$$1 \times \frac{6{,}37}{6}$$

dans le premier cas, ou à

$$1 \times \frac{6{,}37}{7}$$

dans le second.

Dans une gorge carrée de 1 centimètre de section, on pourrait loger facilement 7 spires dans le sens de l'axe et 7 couches de fil dans le sens du rayon ; on aurait donc ainsi 49 spires de fil dont le diamètre métallique serait de 1 millimètre. L'intensité du courant correspondant à 45° serait alors de

$$1 \times \frac{6{,}37}{49} = 0^{A},13.$$

L'appareil serait près de huit fois aussi sensible que dans le cas précédent.

Enfin, on pourrait se contenter d'une seule spire constituée par un fil de 2 millimètres de diamètre et remplissant alors d'une façon presque complète les conditions idéales que suppose la formule. L'intensité du courant correspondant à 45° serait de $6^{A},37$, et pourrait être mesurée facilement à $\frac{1}{1000}$ près de sa propre valeur, à la condition que la valeur de h, dans l'endroit où se fait l'observation, fût elle-même connue avec cette précision. Or, les tables publiées chaque année par l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* donnent, pour un grand nombre de villes, la valeur de h avec une approximation que l'on peut estimer supérieure à $\frac{1}{1000}$, *à la condition que l'on se place dans un endroit ne contenant pas de masses magnétiques, telles que des poutres en fer*, qui modifient la grandeur et la direction du méridien magnétique apparent. Si l'on avait des doutes à cet

Digitized by Google

égard, il faudrait procéder à la détermination directe des éléments magnétiques apparents de la position occupée par le centre de la boussole des tangentes, au moyen de la méthode de Gauss.

584. — Boussole des Tangentes modifiée par Gaugain. — Ainsi que nous l'avons déjà répété plusieurs fois, les formules simples auxquelles nous sommes arrivés, pour représenter la déviation de l'aiguille aimantée sous l'action du courant, supposent que les dimensions de tous les organes de l'appareil sont très petites par rapport au diamètre du cadre circulaire. L'aiguille aimantée doit être, elle aussi, considérée comme filiforme et d'une longueur très petite.

Gaugain a cherché quelle forme il conviendrait de donner au cadre sur lequel est enroulé le fil parcouru par le courant, pour que le champ magnétique pût être considéré comme sensiblement uniforme dans la région dans laquelle se meut l'aiguille aimantée. Si cette uniformité était réalisée, la tangente de la déviation de cette aiguille deviendrait exactement proportionnelle à l'intensité du courant.

L'expérience a conduit Gaugain à conclure que la forme du cadre la plus favorable au point de vue qui nous occupe, était celle d'un cône dont le sommet serait situé au centre de l'aiguille, et dont les génératrices feraient avec l'axe un angle α, donné par la relation $\operatorname{tg}\alpha = 2$, d'où $\alpha = 63^\circ 26'$. C'est donc un cône dont l'angle au sommet est égal à $126^\circ 52'$. Les spires constituant l'enroulement doivent être réparties avec la plus grande régularité possible sur la surface de ce cône, et doivent y former une couche de très faible épaisseur.

En étudiant mathématiquement la disposition préconisée par Gaugain, Bravais a trouvé qu'elle atteignait en effet le but poursuivi.

Si l'on suppose les spires réduites à une seule de rayon r, le centre de l'aiguille devra, pour satisfaire à la relation $\operatorname{tg}\alpha = 2$, être situé à une distance du centre de la spire égale à la moitié du rayon. La formule du numéro précédent

$$I = \frac{1}{2\pi} \frac{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}{r^2} h \operatorname{tg} \theta$$

Digitized by Google

peut s'écrire

$$I = \frac{hr}{2\pi}\left(\frac{r^2 + x^2}{r^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

dont le second membre peut être considéré comme le produit de deux facteurs : le premier,

$$\frac{hr}{2\pi}$$

représente la valeur de l'intensité du courant capable de produire la déviation θ si le centre de l'aiguille coïncidait avec le centre du cadre, c'est-à-dire si on avait $x = 0$.

Le second facteur

$$\left(\frac{r^2 + x^2}{r^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

est un simple coefficient du degré zéro.

Dans la boussole de Gaugain, on a, d'après ce que nous venons de dire

$$x = \frac{r}{2},$$

d'où on tire

$$\left(\frac{r^2 + x^2}{r^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}3975.$$

L'intensité du courant qui, dans la boussole Gaugain, produit une certaine déviation, est donc égale à 1,3975 fois celle du courant qui produirait la même déviation dans la boussole ordinaire ayant le même nombre de spires. La boussole de Gaugain est donc moins sensible, mais elle présente cet avantage, que les déviations de l'aiguille y sont presque rigoureusement égales à celles qui résultent de la formule simple donnée plus haut. Lorsque la longueur de l'aiguille est égale au cinquième du diamètre du cadre, supposé réduit à une spire unique, l'erreur relative maxima, commise en appliquant cette formule, s'élève à $\frac{1}{300}$. Si cette longueur n'est égale qu'au sixième du diamètre, l'erreur devient moitié moindre, soit $\frac{1}{600}$.

Digitized by Google

Malgré cet avantage, la boussole de Gaugain est peu employée parce que la même exactitude peut être atteinte avec une boussole ordinaire dont l'aiguille est assez petite.

585. — **Boussole de Helmholtz.** — Helmholtz a adopté, dans la boussole de Gaugain, la disposition qui consiste à placer le centre de l'aiguille à une distance du cadre égale au quart du diamètre de celui-ci, mais il a renoncé à l'enroulement sur un cône et en outre, il a ajouté à l'instrument un second cadre C'A'C' (fig. 334) identique au premier CAC, et symétriquement placé par rapport au centre O de l'aiguille qui est ainsi située sur la normale AA' commune aux deux cadres, à une distance de chaque cadre égale à la moitié de leur rayon commun AC = A'C'.

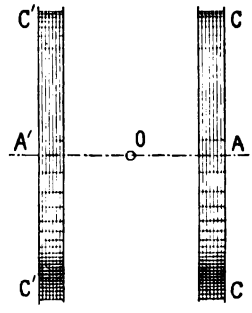


Fig. 334.

Ce n'est pas seulement au point de vue de la symétrie, que ce second cadre C'A'C' est avantageux. Le calcul montre, en effet, que le champ magnétique dans la région parcourue par l'aiguille, approche encore plus de l'uniformité que dans la disposition dissymétrique de Gaugain, de sorte que l'erreur relative de la formule est encore plus faible. Maxwell le démontre dans son grand Traité d'Électricité et de Magnétisme, mais par des calculs longs et compliqués et auxquels il n'est heureusement pas besoin d'avoir recours. C'est en effet, un fait absolument général, que lorsqu'un corps est soumis à l'action d'un système matériel exerçant sur lui une force, fonction donnée, mais quelconque, de la distance de ce corps à un point fixe, il est avantageux, si l'on veut que cette force reste

Digitized by Google

sensiblement constante quand on imprime un faible déplacement au corps, d'avoir recours à l'action d'un second système matériel dont l'action s'ajoute à celle du premier. Ce second système agissant doit être identique au premier (avec cette différence toutefois que le signe de la force qu'il développe doit être renversé) et le corps doit, dans sa position moyenne, être situé au milieu de la droite qui joint les points à partir desquels les distances sont comptées. Soit, en effet, M et M′ (fig. 335), les deux points symétriquement placés par rapport à la position moyenne O, du corps soumis à l'action des systèmes matériels dont les points M et M′ font partie et à partir desquels on compte la distance. Nous supposerons que l'action exercée par M est attractive et qu'elle décroît suivant une loi quelconque lorsque la distance augmente. La force développée par M′ devra donc être répulsive, tout en étant représentée numériquement par la même fonction de la distance que la force attractive de M.

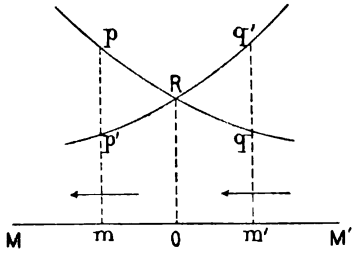


Fig. 335.

Représentons par les éléments de courbe pq, $p'q'$, la loi suivant laquelle varient la force attractive de M et la force répulsive de M′. En raison de l'identité des fonctions qui les représentent numériquement, ces deux éléments pq, $p'q'$, sont symétriquement placés par rapport à la droite OR qui joint le point O à leur intersection R; il résulte de cette symétrie que la somme de deux ordonnées telles que $m'q$, $m'q'$, correspondant à une position m' du corps, voisine de O, ne diffère du double de l'ordonnée OR que d'un infiniment petit du second ordre. Cette somme serait même rigoureusement constante si pq et $p'q'$ étaient des éléments rectilignes.

Digitized by Google

Il est donc très avantageux de remplacer l'action d'un système unique par celle de deux systèmes identiques, symétriquement placés par rapport au mobile (lorsque ce dernier est dans sa position normale) et exerçant sur lui des efforts égaux et de même direction. Cette remarque peut servir, non seulement dans le cas qui nous occupe présentement, mais encore lorsqu'il s'agit d'une aiguille aimantée soumise à l'action d'un aimant. Un second aimant placé dans le prolongement du premier, à la même distance du centre de l'aiguille, a pour effet de rendre sensiblement constant le champ magnétique dans lequel évolue l'aiguille.

Disons enfin, pour terminer ce qui est relatif à la boussole d'Helmholtz, que lorsque les circuits des deux bobines ne peuvent pas être considérés comme filiformes, on doit, pour rendre aussi uniforme que possible le champ magnétique dans le voisinage de l'aiguille aimantée, donner à la gorge des cadres circulaires qui contiennent les spires, des dimensions satisfaisant à la relation suivante :

$$31(\Delta x)^2 = 36(\Delta r)^2 \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\Delta x}{\Delta r} = \sqrt{\frac{36}{31}} = 1{,}0776,$$

dans laquelle Δr représente l'épaisseur collective des couches de fil enroulées, comptée dans le sens du rayon, et Δx cette même épaisseur comptée dans le sens de l'axe ce qui, pratiquement, équivaut à donner à la gorge une section carrée.

586. — Mesure des courants en unités absolues par la méthode de Kohlrausch. — Kohlrausch a imaginé le dispositif suivant qui est une combinaison de l'électrodynamomètre et de la boussole des tangentes. Supposons que le courant, dont on veut mesurer l'intensité, passe successivement dans deux cadres circulaires entourés de fil et ressemblant à des poulies d'un grand diamètre dont la gorge a de faibles dimensions, aussi bien dans le sens de l'axe que dans le sens du rayon, de façon que l'on puisse, sans erreur sensible, considérer la résultante des actions électro-magnétiques des spires comme égale à l'action que produirait la spire moyenne si elle était traversée par un courant d'intensité NI, N étant le nombre de spires et I l'intensité du courant qui traverse chaque spire.

Digitized by Google

Le premier cadre est fixe et, en son centre, se trouve une aiguille aimantée suspendue à un fil de cocon et orientée, ainsi que le plan du cadre lui-même, dans le méridien magnétique.

Le second cadre est mobile; il est suspendu à un fil de torsion métallique qui sert à mesurer le couple de torsion développé par les actions mutuelles du courant et du champ magnétique terrestre [1]. Le courant est amené au conducteur mobile par un quelconque des procédés indiqués dans un autre chapitre; le moyen adopté par Kohlrausch est l'emploi de deux fils métalliques parallèles très longs et constituant une balance bifilaire que l'on doit tarer directement. Le plan du cadre doit être perpendiculaire à celui du méridien magnétique lorsque le courant est supprimé, condition que l'on réalise facilement en agissant sur le bouton auquel est suspendu le fil de torsion ou le bifilaire.

Le premier cadre et son aiguille aimantée constituent, lorsqu'on laisse dévier librement celle-ci, une boussole des tangentes; la déviation α de l'aiguille est alors donnée par l'équation

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi NI}{hr}$$

dans laquelle h représente l'intensité de la composante horizontale du magnétisme terrestre et r le rayon de la spire moyenne.

De cette équation, on tire

$$\frac{I}{h} = \frac{r \operatorname{tg} \alpha}{2\pi N}.$$

Le second cadre, qui est mobile et dont le plan coïncide d'abord avec la direction des lignes de force de la composante horizontale du magnétisme terrestre, est soumis à un couple dont la valeur est donnée par l'équation

$$C = SIh \cos \beta$$

dans laquelle S désigne la somme des surfaces enfermées dans chacune des spires du cadre, et β la déviation du plan de ce cadre, pen-

(1) On devrait dire, pour être rigoureux : les actions mutuelles du conducteur enroulé sur le cadre et du globe terrestre, ces actions mutuelles ayant pour origine, d'une part, le passage du courant dans le conducteur, et d'autre part, l'état magnétique du globe. C'est pour abréger le langage que nous nous exprimons ainsi.

Digitized by Google

dant le passage du courant. Mais cette déviation du plan du cadre a pour effet de donner naissance à un couple antagoniste développé par le fil de suspension ou par le bifilaire, et ce couple, lorsque la déviation n'excède pas 2 degrés 1/2, peut être considéré comme proportionnel à l'angle [1], quelle que soit la ligne trigonométrique à laquelle il est réellement proportionnel. On peut donc le représenter par l'expression très simple

$$C = c\beta$$

dans laquelle β représente la déviation du cadre et c un coefficient indépendant de β.

Ces deux couples devant être égaux pour que le cadre soit en équilibre, on a

$$SIh \cos \beta = c\beta \qquad \text{d'où} \qquad Ih = \frac{c\beta}{S \cos \beta}.$$

On a donc deux équations qui font respectivement connaître la valeur du produit Ih et celle du rapport $\frac{I}{h}$, comme dans la méthode de Gauss, pour la détermination simultanée de la composante horizontale du magnétisme terrestre et du moment magnétique d'un aimant. En multipliant ces deux équations membre à membre, on trouve

$$I^2 = \frac{cr\beta \operatorname{tg} \alpha}{2\pi NS \cos \beta}.$$

En les divisant membre à membre, on obtiendrait la valeur de h^2

$$h^2 = \frac{2\pi Nc}{Sr} \cdot \frac{\beta}{\cos \beta} \cot \alpha.$$

La disposition imaginée par Kohlrausch, permet donc de déterminer simultanément l'intensité du courant en unités absolues et celle de la composante horizontale du magnétisme terrestre.

Il serait facile d'ailleurs de réunir les deux cadres en un seul, comme l'a indiqué Kohlrausch lui-même, et de déterminer α et β au

(1) Pour fixer les idées à cet égard, nous donnons la valeur de l'arc de 2° 1/2 et de ses lignes trigonométriques ; le rayon étant représenté par 100000, l'Arc aura pour valeur 4363, le Sinus 4362, la Tangente 4366, la Sécante 100095.

On voit que, en prenant le sinus à la place de l'arc ou réciproquement, l'erreur relative commise est inférieure à 1/4000 et que si l'on substitue la tangente au sinus, cette erreur est encore moindre que 1/1000.

Digitized by Google

moyen de deux lectures faites successivement : la première, avec l'aiguille aimantée mobile et le cadre fixe orienté dans la direction du méridien ; la seconde, avec le cadre mobile autour de son axe de suspension, l'aiguille aimantée étant enlevée.

587. — Boussole des Sinus. — Soit CC (fig. 336) le cadre circulaire d'une boussole des tangentes, *ab* l'aiguille aimantée mobile autour de son centre O, et dirigée suivant le méridien magnétique lorsque le cadre n'est parcouru par aucun courant. Supposons le cadre orienté également de façon que les plans de ses spires soient parallèles au méridien magnétique, et lançons-y un courant ; l'aiguille *ab* va dévier et faire avec le plan du cadre un angle θ.

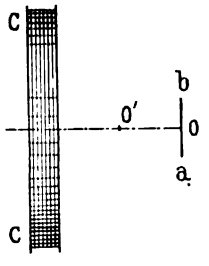


Fig. 336.

Faisons alors tourner tout l'appareil (cadre et aiguille) autour d'un point fixe quelconque tel que O' ; pendant cette rotation, il arrivera en général un moment où l'aiguille redeviendra parallèle au cadre, et on reconnaîtra qu'il en est ainsi lorsqu'elle sera revenue au zéro de sa graduation. A ce moment, le couple exercé sur l'aiguille, par le cadre, a pour valeur

$$\frac{2\pi N I r^2}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\mathfrak{M},$$

expression dans laquelle N désigne le nombre total de spires ; r, le rayon de la spire moyenne, et x la distance de son plan au centre O de l'aiguille dont le moment magnétique est $\mathfrak{M}$. Le couple dû à l'action du magnétisme terrestre sur l'aiguille est, d'autre part, égal à

$$h\mathfrak{M}\sin\theta,$$

Digitized by Google

θ désignant l'angle de l'aiguille, ou du plan du cadre, avec le méridien magnétique. Ces deux couples devant être égaux, on a

$$\frac{2\pi N I r^2}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = h \sin\theta,$$

d'où

$$I = \frac{h(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi N r^2}\sin\theta \qquad \text{ou} \qquad \sin\theta = \frac{2\pi N r^2}{h(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} I.$$

Ce sont les équations relatives à la boussole des tangentes dans lesquelles on a remplacé $\operatorname{tg}\theta$ par $\sin\theta$.

Fig. 337. — Boussole des sinus.

On voit que la boussole des sinus appartient à la catégorie des appareils dans lesquels est invariable la position relative des organes entre lesquels se développent les forces électriques qu'il s'agit de mesurer. La boussole des tangentes, au contraire, appartient à la classe des appareils à libre déviation.

La figure 337 représente l'appareil dans son ensemble.

Dans cette disposition, le milieu de l'aiguille coïncide avec le centre du cadre M.

Un cercle divisé H, sur lequel se déplace un curseur C, lorsque

Digitized by Google

l'on fait tourner l'appareil (corde M, aiguille n, cadran horizontal N) autour de l'axe vertical O, permet de lire l'angle dont on a été obligé de déplacer l'ensemble pour amener l'aiguille dans le plan du cadre.

588. — **Autre disposition de la boussole des sinus.** — Prenons une boussole des tangentes ordinaire, c'est-à-dire dans laquelle le centre de l'aiguille coïncide avec le centre du cadre, et rendons ce dernier mobile autour d'un axe *horizontal passant par la ligne des pôles de l'aiguille,* cette aiguille étant supposée mobile autour d'un axe vertical auquel elle reste constamment perpendiculaire. Donnons au plan du cadre une certaine inclinaison α, comptée à partir de la verticale ; le couple exercé sur l'aiguille, pendant le passage du courant, a pour valeur

$$\frac{2\pi NI}{r}$$

mais il est situé dans un plan diamétral perpendiculaire au plan du cadre, faisant par conséquent, avec la verticale, un angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$.

En raison des propriétés des couples, il peut être décomposé en deux autres : l'un, dont le plan est vertical et dont l'action est détruite par la rigidité de l'axe de rotation de l'aiguille ; l'autre, situé dans un plan horizontal et ayant pour intensité

$$\frac{2\pi NI}{r} \mathfrak{M} \cos \alpha.$$

C'est ce dernier qui tend à dévier l'aiguille et qu'il faut équilibrer par une action magnétique extérieure, ou par la torsion d'un fil élastique, pour la ramener dans la direction du diamètre horizontal autour duquel le cadre est mobile. L'équation de l'équilibre est donc la même que dans les instruments étudiés précédemment, mais avec cette différence que, dans celui-ci, l'intensité I du courant est multipliée par un facteur $\cos \alpha$ auquel on peut donner à volonté toutes les valeurs comprises entre 0 et 1. C'est donc un instrument dont la sensibilité est variable arbitrairement suivant une loi connue et très simple, qualité précieuse qui permet de l'employer pour la mesure des courants dont l'intensité varie dans des limites très étendues.

Digitized by Google

589. — Inconvénients des appareils absolus à circuit fixe. — Les appareils à circuit fixe que nous avons décrits jusqu'à présent, sont irréprochables au point de vue théorique, mais ils présentent l'inconvénient d'exiger la connaissance de l'intensité du magnétisme terrestre, à moins que l'on ne préfère équilibrer l'action du courant par la torsion d'un fil élastique ; mais dans ce dernier cas, il faudrait connaître, non seulement le coefficient de torsion de ce fil, mais aussi le moment magnétique de l'aiguille aimantée. On ne peut donc, quoi qu'on fasse, quand on emploie des instruments à circuit fixe, échapper à la nécessité d'effectuer des mesures magnétiques qui sont difficiles et délicates et qui doivent être fréquemment répétées, parce que le moment magnétique des aimants permanents d'une part, et l'intensité du magnétisme terrestre d'autre part, éprouvent des variations continuelles, sans cause connue, et dont la grandeur ne peut être considérée comme négligeable lorsqu'il s'agit de mesures de précision.

Afin de donner une idée nette de la grandeur de ces variations, nous reproduisons ici un tableau des déterminations du moment magnétique d'un faisceau aimanté, et de la composante horizontale du magnétisme terrestre, effectuées par M. Limb [1], avec un soin extrême :

Dates	Valeurs de $\mathcal{M}$	Valeurs de h
27 Août 1893	3318	0,207284
9 Septembre 1893	3380	0,201636
8 Mai 1894	3249	0,205851
11 Mai 1894	3249	0,206236
29 Mai..... 1894	3293	0,205354
21 Juin..... 1894	3308	0,207368
19 Juillet.... 1894	3299	0,205051
Moyenne arith.	3299	0,205540

On voit que les valeurs de $\mathcal{M}$ peuvent différer de 1,5 °/₀ en plus ou en moins de la valeur moyenne, tandis que les variations de h

(1) Thèse pour le doctorat, sur la mesure directe des forces électromotrices en unités absolues. — Gauthier-Villars ; Paris, 1895.

Digitized by Google

peuvent atteindre 2 °/₀ de la moyenne prise pour une période de onze mois. On voit également que dans un intervalle de huit mois (9 septembre 1893, 11 mai 1894), la valeur de $\mathfrak{M}$ a éprouvé une variation relative de 4 °/₀ et celle de h une variation de 2,3 °/₀. Ajoutons que la mesure de $\mathfrak{M}$, telle que la faisait M. Limb, en s'entourant de toutes les précautions possibles, exigeait 3 heures.

Ces variations, à peine tolérables dans des mesures industrielles (en exceptant celle de 4 °/₀ qui est réellement trop grande), sont inacceptables dans des mesures de précision comme celles auxquelles sont destinés les appareils-étalons. On ne peut donc pas employer avec confiance une boussole des tangentes, si l'on n'a soin de déterminer fréquemment la valeur du champ magnétique terrestre à l'endroit où l'on opère ; on ne peut pas employer davantage la boussole à fil de torsion puisque, dans ce cas, la mesure de l'intensité du courant exige que l'on connaisse le moment magnétique de l'aiguille aimantée.

La mesure absolue d'un courant avec les appareils à circuit fixe, est donc entourée de difficultés qui devraient assurer la préférence à l'électrodynamomètre si celui-ci ne présentait des défauts d'une autre nature qui, bien que moindres, n'en sont pas moins réels, et dont le plus sérieux est qu'il faut amener le courant à la bobine mobile par des fils nécessairement très fins ou par des godets à mercure.

En résumé : on voit que les instruments à circuit fixe exigent absolument la mesure fréquente des deux quantités $\mathfrak{M}$ et h bien que la connaissance d'une seule d'entre elles soit nécessaire ; mais cette double mesure est une conséquence de la méthode de Gauss, et jusqu'à présent on n'en a pas fait connaître d'autre donnant des résultats d'une exactitude comparable à celle de ladite méthode. Or, la mesure rigoureuse des quantités $\mathfrak{M}$ et h, est longue, délicate et exige des instruments coûteux.

Si l'on veut répandre dans l'industrie électrique, l'habitude de vérifier les instruments de mesure usuels dont les indications sont si souvent entachées d'erreurs très notables, et dont rien ne révèle l'existence, il est absolument nécessaire que l'on possède des instru-

Digitized by Google

ments absolus, simples, faciles à contrôler puisque leurs indications sont ramenées aux unités fondamentales (centimètre, gramme, seconde), et d'un usage rapide et commode. Il suffit d'ailleurs que les erreurs relatives auxquelles ils peuvent donner lieu, ne dépassent pas $\frac{1}{200}$.

Les raffinements de construction, le luxe des méthodes et des calculs que l'on met en œuvre dans les laboratoires où les mesures de ce genre sont faites avec la précision la plus grande possible, ne sont nullement nécessaires quand on se place au point de vue industriel. Ce sont ces considérations qui nous ont amené à imaginer les appareils absolus dont la description suit.

590. — **Ampèremètre absolu à circuit fixe de M. Marcel Deprez.** — Principe de l'appareil. — Etant donné un solénoïde parcouru par un courant d'intensité I, dans lequel se trouve un petit barreau de fer doux aimanté par le courant, l'appareil est disposé de façon à faire connaître :

1° le produit P, de l'intensité I par le moment magnétique $\mathfrak{M}$ du barreau ;

2° le rapport Q, de l'intensité du courant à celle de la composante horizontale h du magnétisme terrestre ;

3° le rapport R, du moment magnétique $\mathfrak{M}$ du barreau à la composante horizontale h du magnétisme terrestre.

Ces trois quantités P, Q, R, connues, on en déduit immédiatement l'intensité I du courant. On a, en effet, les trois équations

$$P = \mathfrak{M}I, \qquad Q = \frac{I}{h}, \qquad R = \frac{\mathfrak{M}}{h},$$

dans lesquelles P, Q, R, sont des nombres donnés directement par l'expérience, et desquelles on déduit immédiatement

$$I = \sqrt{\frac{PQ}{R}}, \qquad \mathfrak{M} = \sqrt{\frac{PR}{Q}}, \qquad h = \sqrt{\frac{P}{QR}}.$$

Voyons maintenant comment on peut obtenir, rapidement et avec une exactitude suffisante, P, Q et R.

Description de l'appareil. — Il se compose : 1° d'une bobine

Digitized by Google

cylindrique horizontale de petit diamètre BB, vue en coupe longitudinale dans les figures 338 et 339, et d'une longueur égale à 30 fois au moins son diamètre extérieur. Elle est entourée d'un fil métallique isolé, enroulé avec une régularité aussi grande que possible ;

2° d'un équipage mobile formé d'un cadre métallique rectangulaire d'une grande légèreté CC'D'DC, dont les côtés verticaux CD, C'D', sont reliés entre eux par une tige horizontale AA', très légère, portant en son milieu un petit cylindre de fer doux *ab* ayant

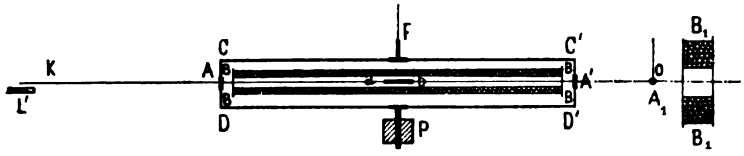


Fig. 338.

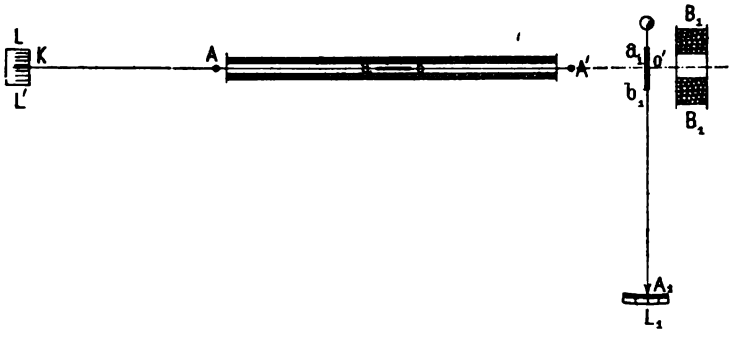


Fig. 339.

environ 2 millimètres de diamètre et 20 millimètres de longueur. Le centre de figure de ce petit cylindre doit coïncider avec celui de la bobine BB et celui du rectangle CC'D'DC. La tige AA' porte, sur son prolongement, une aiguille AK dont l'extrémité K se meut devant une petite règle curviligne LL' portant trois divisions : celle du milieu devant laquelle s'arrête l'aiguille quand aucun courant ne traverse la bobine, indique que l'axe de l'aimant *ab* coïncide avec l'axe de la bobine ; les deux autres divisions correspondent aux positions occupées par l'aimant lorsqu'il fait, avec l'axe de la bobine, deux angles respectivement égaux à $+\beta$ et $-\beta$, la valeur de β étant inférieure au rapport du diamètre de la bobine BB à sa longueur, et choisie d'ailleurs arbitrairement.

Digitized by Google

3° d'un fil de torsion F, en argent, suspendu par son extrémité supérieure à une alidade (non représentée sur la figure) se mouvant devant un cercle gradué et permettant de tordre le fil d'un angle connu, de manière à amener l'aiguille AK devant une quelconque des trois divisions marquées sur la petite règle LL'. Cette balance de torsion est complétée par une tige filetée soudée au côté DD' du cadre mobile et sur laquelle on peut visser une masse cylindrique P dont les dimensions ainsi que le poids, et par suite le moment d'inertie, sont rigoureusement connus. Cette masse permet de déterminer, au moyen de la méthode des oscillations, le coefficient de torsion du fil métallique, c'est-à-dire le couple développé par sa réaction élastique lorsqu'on le tord d'un angle égal à l'unité (57°,295), ainsi que nous l'avons expliqué dans le 1er volume (267) ;

4° d'une petite aiguille aimantée a_1b_1 (fig. 339) horizontale, suspendue à un fil de cocon dont la force directrice est, comme nous le savons, absolument négligeable vis-à-vis du couple directeur dû au magnétisme terrestre. A cette aiguille aimantée, qui doit être sensiblement perpendiculaire au cylindre de fer doux *ab*, lorsqu'aucun courant ne passe dans la bobine BB, est fixée une aiguille b_1A_1 qui se déplace devant une petite règle graduée L_1, et qui doit coïncider avec le méridien magnétique lorsqu'aucun courant ne passe dans BB. Il suit de là que lorsque $I = 0$, le petit cylindre de fer doux *ab* est perpendiculaire au méridien magnétique ;

5° d'une bobine B_1B_1 dont les dimensions ne sont astreintes à aucune condition géométrique déterminée et qui est seulement destinée à équilibrer exactement l'action exercée sur a_1b_1 par la bobine BB lorsqu'elle est traversée par un courant, le petit cylindre de fer doux *ab étant supposé enlevé*. Si cette condition est remplie, pour une position déterminée de B_1B_1 et pour une intensité donnée du courant, elle le sera ensuite pour une intensité quelconque, à la condition de ne pas changer la position de B_1B_1, que les positions relatives des deux bobines BB, B_1B_1 et de l'aiguille aimantée a_1b_1, n'éprouvent pas de changement appréciable.

Mesure d'un courant. — Pour mesurer, avec cet instrument, l'inten-

Digitized by Google

sité d'un courant en unités absolues, on procède de la manière suivante :

I. L'axe de la bobine BB et le cylindre en fer doux *ab*, doivent d'abord être placés exactement dans le méridien magnétique, c'est-à-dire dans une position perpendiculaire à celle qui est représentée sur la figure ; le fil élastique doit être sans torsion, l'alidade étant au zéro ainsi que l'aiguille AK. Ces conditions étant remplies, on lance le courant dans les bobines BB et B_1B_1 montées en série ; le petit cylindre *ab* s'aimante, mais comme il est d'avance orienté de façon que son axe coïncide avec le méridien magnétique, rien ne décèle la présence du courant, si ce n'est la déviation de l'aiguille a_1b_1 qui est soumise à l'action de *ab* d'une part et du magnétisme terrestre, d'autre part. On tourne alors l'alidade du fil de torsion jusqu'à ce que l'aiguille AK, liée au cylindre *ab*, s'arrête devant un des repères, L par exemple, et indique ainsi que *ab* fait avec l'axe de la bobine BB un angle égal à β. Le barreau *ab* est alors soumis à l'action de trois couples qui se font équilibre. Le premier couple est dû au champ magnétique de la bobine ; il a pour valeur le produit de ce champ magnétique ($4\pi n_1 I$), par le moment magnétique $\mathfrak{M}$ du barreau et par le sinus de l'angle β que fait le barreau avec l'axe de BB ; mais ce sinus étant très petit, peut être confondu, sans erreur sensible, avec l'angle lui-même. Le couple produit par le courant est donc égal à

$$4\pi n_1 I \mathfrak{M} \beta.$$

Le second couple est produit par la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Nous le supposerons de même sens que le précédent ; sa valeur est

$$\mathfrak{M} h \beta.$$

Enfin, le troisième couple, produit par la torsion du fil, a pour mesure le produit du coefficient c_1 de torsion de ce fil, par l'angle de torsion qui est égal à l'angle α, dont il a fallu tourner l'alidade, diminué de l'angle β. L'équation d'équilibre est donc

$$c_1(\alpha - \beta) = (4\pi n_1 I + h)\mathfrak{M}\beta.$$

Ramenons maintenant l'alidade au zéro et renversons le sens du

Digitized by Google

courant ; le barreau ab s'aimantera en sens contraire, mais le couple exercé sur lui par la bobine ne changera pas de sens, tandis que le couple dû au magnétisme terrestre sera renversé. L'action directrice développée sur le barreau sera donc diminuée et par suite, aussi, l'angle de torsion. L'équation de l'équilibre deviendra, en désignant par α' la rotation de l'alidade :

$$c_1(\alpha' - \beta) = (4\pi n_1 \mathrm{I} - h)\mathcal{M}\beta.$$

Ces deux équations donnent

$$\mathcal{M}\mathrm{I} = \frac{c_1(\alpha + \alpha' - 2\beta)}{8\pi n_1 \beta}, \qquad \mathcal{M}h = \frac{c_1(\alpha - \alpha')}{2\beta}, \qquad \frac{\mathrm{I}}{h} = \frac{\alpha + \alpha' - 2\beta}{4\pi n_1(\alpha - \alpha')}.$$

On obtient donc ainsi le produit $\mathcal{M}\mathrm{I}$ et le rapport $\frac{\mathrm{I}}{h}$.

II. Pour obtenir le rapport $\frac{\mathcal{M}}{h}$, on utilise la déviation de l'aiguille aimantée a_1b_1.

Pour mesurer cette déviation, on oriente la bobine BB, perpendiculairement au méridien magnétique, et on immobilise le cadre mobile CC'D'D dans cette direction, puis on lance le courant successivement dans deux sens opposés et l'on prend la moyenne arithmétique des déviations de l'aiguille a_1b_1. Cette déviation moyenne permet de calculer la valeur du rapport $\frac{\mathcal{M}}{h}$, ainsi que nous l'avons expliqué en détail en traitant de la méthode de Gauss (274).

Des calculs, dans le détail desquels nous ne pouvons entrer, montrent que cet appareil permettrait, même en lui donnant des dimensions très restreintes, de déterminer rapidement l'intensité d'un courant, en unités absolues, avec l'approximation indiquée, à la condition, bien entendu, d'apporter dans les détails de construction, et dans la manière de faire les expériences, tous les soins que comporte ce genre d'instruments. Il serait nécessaire d'ailleurs de faire chaque mesure deux fois, le sens du courant étant renversé dans deux opérations consécutives. Il faudrait également veiller à ce que l'intensité du courant fût rigoureusement invariable pendant la série des expériences ; cette dernière condition serait facile à remplir en intercalant dans le circuit un rhéoscope, comme ceux que nous allons

Digitized by Google

bientôt décrire, et un rhéostat destiné à ramener le courant à l'intensité qu'il doit avoir s'il venait à s'en écarter.

Nous ferons remarquer que les seules données de construction qu'il soit nécessaire de connaître pour se servir de cet instrument, sont :

1° la distance du fil de torsion du petit barreau de fer doux au fil de cocon auquel est suspendue l'aiguille aimantée, ou plutôt la distance du centre du barreau au centre de l'aiguille ;

2° le moment d'inertie de la masse additionnelle suspendue à l'équipage mobile ;

3° le nombre de spires contenu dans l'unité de longueur de la bobine principale.

Ce ne sont donc que des données géométriques et mécaniques, et par conséquent l'instrument mérite bien la qualification d'*absolu*.

Digitized by Google

CHAPITRE TROISIÈME

APPAREILS USUELS BASÉS SUR L'UTILISATION DES ACTIONS MÉCANIQUES PRODUITES PAR LES CIRCUITS PARCOURUS PAR DES COURANTS

---

591. — Classification des appareils destinés à la mesure de l'intensité d'un courant. — Tous les instruments destinés aux mesures électriques industrielles, sont (sauf quelques exceptions, très peu nombreuses, que nous examinerons à part) basés sur l'utilisation des actions mécaniques que peuvent produire les circuits parcourus par des courants, quand on les met en présence d'aimants ou d'autres circuits, également parcourus par des courants.

Dans le premier cas, l'effort moteur développé est proportionnel au produit de l'intensité du courant par celle du champ magnétique engendré par l'aimant ; dans le second cas, il est proportionnel au produit des intensités des courants qui parcourent les deux circuits en présence.

Les instruments de la première catégorie peuvent eux-mêmes être divisés en deux classes :

1° ceux dans lesquels on emploie un aimant permanent ;

2° ceux dans lesquels on emploie un électro-aimant excité par le courant lui-même.

Enfin, dans les appareils de la première catégorie, on peut, comme dans les anciens galvanomètres, employer un circuit fixe et un aimant mobile ou, au contraire, un aimant fixe et un circuit mobile, suivant le but à atteindre ; dans les appareils de la seconde caté-

Digitized by Google

gorie, on est nécessairement obligé de rendre un des circuits mobile. Nous étudierons donc les dispositions employées dans l'ordre suivant :

1° Appareils à circuit fixe agissant sur aimant permanent mobile ;

2° Appareils à circuit mobile et à aimant permanent fixe ;

3° Appareils à circuit fixe et à aimant temporaire mobile ;

4° Appareils composés de deux circuits dont l'un mobile (Électrodynamomètre).

§ 1. — APPAREILS A CIRCUIT FIXE AGISSANT SUR UN AIMANT PERMANENT MOBILE.

592. — Galvanomètre de Nobili. — Le plus ancien spécimen de ce genre, est le galvanomètre ordinaire composé d'une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical (généralement constitué par un fil de cocon) et placée dans un cadre sur lequel on enroulait un certain nombre de tours de fil.

Pour le rendre plus sensible, Nobili imagina de le constituer

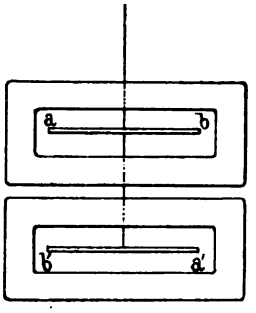


Fig. 340.

par la réunion de deux appareils identiques composés chacun d'un cadre et d'une aiguille (fig. 340). Les deux aiguilles étaient fixées à un même axe rigide suspendu au fil de cocon, elles étaient aussi identiques que possible, parallèles, et aimantées en sens inverse, réalisant ainsi un système auto-astatique indifférent à

Digitized by Google

l'action du magnétisme terrestre, tandis que les actions mécaniques des courants sur les aiguilles, étant de même sens, s'ajoutaient entre elles. La seule force antagoniste était donc celle développée par la torsion du fil de cocon qui est, comme nous l'avons déjà dit, prodigieusement petite, et en outre, une faible action directrice produite par le magnétisme terrestre et que l'on ne peut jamais éliminer complètement à cause de l'impossibilité d'obtenir deux aiguilles ayant rigoureusement le même moment magnétique ; ce couple directeur magnétique est généralement beaucoup plus grand que le couple de torsion du fil de cocon.

Les instruments de ce genre sont extrêmement sensibles, mais ne peuvent être considérés comme permettant de faire des mesures exactes à cause du peu de stabilité de la seconde force antagoniste proportionnelle à la *différence* des moments magnétiques des deux aiguilles ; de sorte qu'une variation relative très faible, mais en sens contraire du moment de ces aiguilles, produit une variation relative considérable dans le couple directeur résultant. En outre, aucune des conditions que l'on doit remplir pour obtenir un effort mécanique maximum avec une dépense d'énergie minime, n'y est observée.

Il peut paraître singulier que nous nous préoccupions de la dépense d'énergie dans des appareils de ce genre, mais nous montrerons plus loin que cette considération est nécessaire quand on veut atteindre une très grande sensibilité, parce que tout appareil de mesure est en réalité un moteur électrique dans lequel la production d'un effort statique exige une dépense d'énergie, et que, dans beaucoup de cas, cette dépense d'énergie est limitée par la nature même du phénomène que l'on étudie. Des exemples ultérieurs feront d'ailleurs mieux comprendre l'utilité de ces considérations.

593. Influence du diamètre de la bobine d'un galvanomètre sur la dépense d'énergie nécessaire pour produire un effort déterminé. — Dans le galvanomètre de Nobili tel que le représente la fig. 340, il y a un véritable gaspillage d'énergie ; c'est-à-dire que l'on

Digitized by Google

pourrait produire la même déviation des aiguilles en dépensant, dans le circuit, une quantité d'énergie électrique (RI^2) incomparablement moindre ; et ce défaut est d'autant plus grand, que les aiguilles aimantées sont plus longues.

Sans nous arrêter à donner une démonstration de ce fait, démonstration facile à trouver d'ailleurs, nous allons chercher l'expression de l'effort développé par une bobine circulaire CCC'C' de faible épaisseur, sur un pôle magnétique situé en son centre, et calculer la dépense d'énergie qui en résulte dans le circuit de la bobine.

Désignons par : μ, la masse magnétique du pôle A (fig. 341) ; n, le

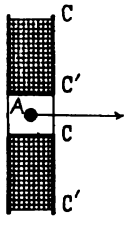


Fig. 341.

nombre des spires contenues dans un centimètre carré de la section droite de la bobine par un plan diamétral ; I, l'intensité du courant ; l, la longueur de la bobine dans le sens de l'axe, cette longueur étant supposée très petite par rapport au diamètre intérieur de la bobine ; ρ, la résistance de l'unité de longueur du fil enroulé ; r_0 et r_1, les rayons des spires intérieure et extérieure.

Au lieu de considérer la bobine comme constituée par un fil enroulé suivant une hélice composée d'un certain nombre de spires, ce qui nous obligerait à un calcul laborieux, nous supposerons qu'elle est entièrement métallique et parcourue, dans le sens de la circonférence, par un courant unique égal à la somme de tous les courants partiels qui traversent chacune des spires, c'est-à-dire égal au produit de l'intensité du courant réel I, par le nombre total des spires. Or ce nombre est égal à

$$nl(r_1 - r_0).$$

Le courant fictif par lequel nous remplaçons le courant réel I, a

Digitized by Google

donc pour valeur

$$nl(r_1 - r_0)\mathrm{I}$$

et nous le supposerons uniformément réparti dans toute l'étendue de la section droite de la bobine, de sorte que si dans cette section, nous considérons un rectangle infiniment petit ayant une longueur dl dans le sens de l'axe de la bobine, et une hauteur dr dans le sens du rayon, l'intensité du courant qui le traverse. aura pour valeur le produit de l'intensité fictive

$$nl(r_1 - r_0)\mathrm{I},$$

par le rapport de la section de ce rectangle, à la section métallique totale

$$(r_1 - r_0)l$$

soit :

$$nl(r_1 - r_0)\mathrm{I} \cdot \frac{dldr}{(r_1 - r_0)l} = n\mathrm{I}dldr.$$

L'effort infiniment petit exercé par le courant circulaire de rayon r, sur le pôle magnétique de masse μ, a pour expression (369)

$$\frac{2\pi n\mathrm{I}dldr}{r}\mu$$

En intégrant deux fois, d'abord par rapport à l, et ensuite par rapport à r, on trouve pour la valeur finie de l'effort

$$f = 2\pi\mu nl\mathrm{I}\log\frac{r_1}{r_0}$$

ou, en désignant par N le nombre total des spires, et en remarquant que l'on a

$$f = \frac{2\pi\mathrm{NI}\mu}{r_1 - r_0}\log\frac{r_1}{r_0},$$

$$\mathrm{N} = nl(r_1 - r_0),$$

La quantité $\frac{\mathrm{N}}{r_1 - r_0}$ pourrait s'appeler le *nombre de spires par unité de longueur du rayon*. En la désignant par n_1, on aurait

$$f = 2\pi n_1\mu\mathrm{I}\log\frac{r_1}{r_0},$$

formule qui montre qu'à épaisseur égale dans le sens de l'axe, la valeur de f ne dépend que du *rapport* des rayons extérieur et

Digitized by Google

intérieur de la bobine, et pas du tout de leur valeur absolue. Ainsi deux bobines de même épaisseur, enroulées avec le même fil, parcourues par le même courant, produiront exactement le même effort sur le pôle μ, si leurs rayons intérieur et extérieur sont dans le même rapport.

Voyons maintenant quelle est la quantité de fil enroulé. En appelant U le volume *apparent* de l'enroulement, on a

$$U = \pi(r_1^2 - r_0^2)l$$

et u le volume *réel*, c'est-à-dire le volume du cuivre qui constitue le fil, il est clair que le poids P du fil enroulé aura pour valeur, en désignant par p le poids de l'unité de volume du cuivre,

$$P = pu = p\frac{u}{U}U = p\frac{u}{U}\pi(r_1^2 - r_0^2)l.$$

Nous appellerons le rapport $\frac{u}{U}$ le *volume spécifique* de l'enroulement, il dépend du diamètre du fil nu et de l'épaisseur de la couche isolante qui le recouvre.

Le poids du fil croît donc sans limite quand on augmente proportionnellement r_1 et r_0, tandis que f reste constant.

Enfin, nous allons voir que la quantité d'énergie dépensée pour produire ce même effort f, croît très rapidement avec r_1, tandis que f ne croît, au contraire, que très lentement, puisqu'il est proportionnel au logarithme du rapport $\frac{r_1}{r_0}$.

Nous avons désigné par ρ la résistance de l'unité de longueur du fil ; la résistance totale R étant proportionnelle à la longueur totale du fil, a pour valeur ρL, L désignant ladite longueur. D'autre part, le volume u du cuivre enroulé a pour expression le produit de la section s du conducteur, par sa longueur L. On a donc les équations

$$R = \rho L, \qquad Ls = u$$

d'où

$$R = \rho\frac{u}{s} = \rho\frac{u}{U}\frac{U}{s} = \rho\frac{u}{U}\frac{\pi(r_1^2 - r_0^2)l}{s}.$$

La résistance de la bobine est donc proportionnelle à $(r_1^2 - r_0^2)$,

Digitized by Google

tandis que l'effort produit sur le pôle magnétique n'est proportionnel qu'au logarithme de $\frac{r_1}{r_0}$.

La dépense d'énergie croît donc très rapidement avec le diamètre extérieur de la bobine, tandis que l'effort mécanique croît au contraire très lentement.

594. — Influence de la longueur de la bobine d'un galvanomètre sur la dépense d'énergie nécessaire pour produire un effort déterminé. — Si au lieu d'augmenter les dimensions de la bobine dans le sens du rayon, on l'augmente dans le sens de l'axe seulement, on arrive à des conclusions analogues, bien que l'expression de la force développée sur le pôle ait une forme toute différente.

Remplaçons, en effet, sur une bobine, l'enroulement du conducteur filiforme par un bloc de métal de mêmes dimensions apparentes, parcouru dans le sens de la circonférence par un courant unique uniformément réparti, dont l'intensité serait égale au produit NI, de l'intensité I du courant réel qui traverse chaque spire, par le nombre total N des spires. L'expression de la force appliquée à un pôle magnétique d'intensité μ, situé sur l'axe d'un cylindre de cuivre creux, a été déjà donnée au n° 436. Elle est repésentée par la formule

$$F = 2\pi i \int\int \frac{y^2 dx dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dans laquelle on désigne par : i, l'intensité du courant qui traverse un centimètré carré de la section droite de la bobine massive, par laquelle nous remplaçons la bobine réelle ;

dx, l'épaisseur d'une spire infiniment mince comptée dans le sens de l'axe ;

dy, l'épaisseur de cette même spire dans le sens du rayon ;

x, la distance du plan de la spire au pôle magnétique situé sur l'axe de la spire ;

y, le rayon de cette spire.

Dans l'exemple précédent, nous aurions pu appliquer cette formule en faisant dx constant et $x = 0$; elle nous aurait donné naturel-

Digitized by Google

lement le même résultat que celui que nous avons déjà trouvé, mais il nous a paru plus court et plus clair de traiter directement le problème. Dans la nouvelle hypothèse où nous nous plaçons, la formule du n° 436 est, au contraire, d'un emploi plus simple et plus rapide, parce que l'exemple précédent nous a familiarisé avec la substitution d'un conducteur massif, parcouru par un courant unique, à la bobine composée de spires en hélices isolées les unes des autres.

Dans le problème que nous traitons maintenant, il suffit, pour appliquer la formule, de supposer y et dy constants et d'intégrer par rapport à x depuis x_0 jusqu'à x_1, ces deux lettres désignant la distance des faces terminales de la bobine au pôle magnétique, sous la réserve qu'elles seront affectées du signe + si elles sont toutes deux situées du même côté de ce pôle. On a alors

$$F = 2\pi\mu i y^2 dy \int \frac{dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

En posant

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg}\theta,$$

l'intégration se fait immédiatement et on trouve, tous calculs faits,

$$F = 2\pi\mu i dy(\cos\theta_1 - \cos\theta_0).$$

Pour faire disparaître de cette formule, les quantités i et dy, et la ramener à la même forme que celle à laquelle nous sommes arrivés dans le problème précédent, il suffit de remplacer i par nI, n étant le nombre de spires contenues dans un centimètre carré de la section droite de la bobine par un plan diamétral, et I l'intensité du courant qui passe dans le fil. Quant au symbole infinitésimal dy, nous pourrons le remplacer par l'épaisseur ε de la bobine dans le sens du rayon, à la condition que cette épaisseur soit une petite fraction du rayon intérieur OA (fig. 342) de la bobine. Avec ces modifications, la formule devient

$$F = 2\pi n\mu I\varepsilon(\cos\theta_0 - \cos\theta_1),$$

θ_0 et θ_1 désignant les angles AMO, A'MO', sous lesquels on voit, du pôle M, le rayon AO = A'O' de la bobine.

Digitized by Google

Si on suppose que le pôle soit situé au milieu d'une bobine extrêmement longue par rapport à son diamètre, on a sensiblement

$$\cos\theta_1 = +1, \qquad \cos\theta_0 = -1$$

et la valeur de F devient

$$F = -4\pi n\varepsilon I\mu$$

ou, en remarquant que $n\varepsilon I$ peut être considéré comme représentant

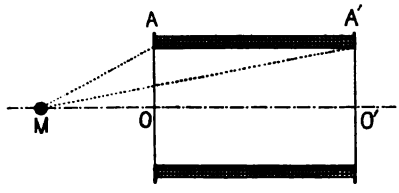


Fig. 342.

la somme I_1 des courants qui traversent les spires contenues dans un centimètre de longueur de la bobine, mesurée dans le sens de l'axe,

$$F = -4\pi\mu I_1,$$

identique, au signe près, à celle que nous avons déjà trouvée en suivant une voie toute différente (403, page 542).

595. — Relation entre les dimensions des bobines et celles de l'aimant mobile, dans les instrumnts de mesure. — Les deux problèmes que nous venons de traiter sont intéressants en ce qu'ils montrent que si on augmente indéfiniment les dimensions de la bobine dans le sens du rayon seulement, la force F augmente aussi indéfiniment, quoique de plus en plus lentement; tandis que si l'augmentation porte sur la longueur seulement, la force F tend vers une limite finie qui a une valeur double de celle qui correspond au cas où le diamètre et l'épaisseur de la bobine sont dans le rapport de $\sqrt{3}$ à l'unité.

L'énergie dépensée dans le fil croît, au contraire, indéfiniment dans les deux cas. Il n'y a donc aucun intérêt à donner à la bobine des dimensions considérables, comme on le faisait autrefois, et le théorème relatif à la similitude des systèmes électro-magnétiques (436) va nous permettre de rendre ceci encore plus évident.

Digitized by Google

En effet, si on multiplie par un facteur k toutes les dimensions d'un système de conducteurs (tel qu'une bobine ou un ensemble de bobines de forme absolument quelconque), ces dimensions étant comptées à partir d'un point O de l'espace choisi arbitrairement pour origine, de façon à constituer un second système de conducteurs, géométriquement semblable au premier, et dont le point O serait le centre de similitude ; si d'autre part, la densité du courant (quotient de l'intensité du courant qui traverse une spire, par la section droite du fil dont la spire est formée) est la même dans les deux systèmes de conducteurs ;

Ce théorème montre que l'intensité du champ magnétique développé en O par l'action du second système, sera k fois aussi grande que celle due au premier, tout en conservant la même direction.

Mais le volume du métal du conducteur étant multiplié lui-même par k^3, comme le montre la géométrie élémentaire, et l'énergie dépensée dans l'unité de temps sous forme de chaleur (331),

$$q = \frac{1}{A}\rho u i^2$$

étant proportionnelle au volume total du système de conducteurs et à la densité i du courant, nous pouvons écrire, en désignant par H l'intensité du champ magnétique du premier système ; par H_k, celle du champ du second système ; par W, la quantité d'énergie convertie en chaleur pendant l'unité de temps dans le premier système ; par W_k, celle qui correspond au second système

$$H_k = kH, \qquad W_k = k^3 W.$$

Ces équations très simples, vont nous conduire immédiatement à des conséquences très importantes. Supposons qu'au point O se trouve une petite aiguille aimantée et prenons pour unité, le couple développé sur elle par l'action du premier système. Prenons également pour unité d'énergie la quantité d'énergie dépensée dans le premier système, et supposons, pour fixer les idées, que le rapport de similitude k soit égal à 2. Le couple développé sur l'aiguille, par l'action du second système, sera alors aussi représenté par 2, tandis que la quantité d'énergie sera représentée par 8. Proposons-nous mainte-

Digitized by Google

nant de ramener l'intensité du couple exercé par le second système, à la valeur 1 ; il suffira pour cela, puisque l'intensité du champ magnétique d'un système de conducteurs est proportionnelle à l'intensité du courant, de multiplier la densité du courant par le facteur $\frac{1}{2}$; mais alors la formule

$$q = \frac{1}{A} \rho u i^2,$$

nous montre que, u étant multiplié par 8 ; i^2 par $\frac{1}{4}$; q est finalement multiplié par 2. Ainsi donc, l'emploi du second système, double *en tous sens* du premier, nous conduit à une dépense d'énergie double pour produire le même couple sur la même aiguille.

Ce second système serait donc beaucoup plus désavantageux que le premier si l'aiguille aimantée conservait le même moment magnétique. Mais les conséquences seraient tout autres si les dimensions linéaires de l'aiguille étaient aussi multipliées par k et que l'intensité d'aimantation restât la même, c'est-à-dire si son moment magnétique était proportionnel à son volume.

En effet, le couple développé sur un aimant par un conducteur, a pour mesure le produit $\mathcal{M}\mathcal{H}$ du moment magnétique de l'aimant par l'intensité $\mathcal{H}$ du champ magnétique créé par le passage du courant dans le conducteur.

Si donc, les dimensions de l'aimant sont multipliées par k, son moment $\mathcal{M}$ sera multiplié par k^3, le produit $\mathcal{M}\mathcal{H}$ sera multiplié par k^4.

On trouve ainsi, en supposant $k = 2$ que, à densité égale de courant, le second système développerait un couple représenté par 16, en dépensant une quantité d'énergie représentée par 8. Si l'on se posait comme condition de dépenser la même quantité d'énergie dans les deux systèmes, la densité du courant devrait être, dans le second système, multipliée par $\sqrt{\frac{1}{8}}$ et le couple produit serait proportionnel au nombre

$$16 \times \sqrt{\frac{1}{8}} = 5{,}657.$$

Digitized by Google

On voit par ces deux exemples que l'amplification des dimensions des bobines n'est avantageuse que si l'on amplifie en même temps les dimensions de l'aimant mobile. Dans le cas contraire, il y a intérêt à n'employer que des bobines de dimensions restreintes, contenues dans une sphère de faible rayon dont le centre coïncide avec le pôle sur lequel agit la bobine ou avec le point situé au milieu de ses deux pôles si l'aiguille aimantée est très petite.

596. — Conditions dans lesquelles sont appelés à fonctionner les instruments de mesure. — Avant de confirmer, et de compléter, ce que nous venons de dire, par des exemples numériques, nous croyons nécessaire de préciser les conditions dans lesquelles sont appelés à fonctionner les instruments de mesure en général, et ceux à aimant permanent mobile, en particulier.

Ainsi que nous le disions plus haut, les instruments de mesure basés sur les actions mécaniques produites par les courants électriques, sont de véritables moteurs électriques dans lesquels un travail mécanique, consistant à vaincre une force antagoniste, est produit aux dépens de la source d'électricité à laquelle on l'applique. Lorsque cette source est destinée à la production de l'énergie électrique employée industriellement, la quantité d'énergie absorbée par l'instrument de mesure est si petite (même quand elle atteindrait plusieurs watts) en comparaison de celle qui est mise en jeu dans les usines électriques, que l'on peut la considérer comme absolument négligeable. Mais lorsque l'instrument est destiné à des mesures d'une nature spéciale, comme celles qu'on effectue dans les laboratoires, dans lesquels la source d'électricité produit une quantité d'énergie extrêmement petite, une des conditions les plus importantes que l'on doive imposer à l'appareil, est qu'il n'absorbe pour lui-même qu'une fraction très petite de cette énergie. En n'observant pas cette règle, l'instrument ne pourrait donner, comme nous le démontrerons plus tard, que des résultats d'une précision insuffisante ou qui exigeraient un temps considérable pour être constatés.

C'est d'ailleurs un fait presqu'évident sans démonstration, que les

Digitized by Google

dimensions et la masse d'un appareil de mesure doivent être d'autant plus faibles, que les forces à la mesure desquelles il est destiné sont plus petites. Or, à ce point de vue, les appareils à circuit fixe et à aimant permanent mobile, présentent des qualités particulières, que l'étude comparative des autres classes d'appareils nous permettra seule de mettre en évidence, et qui leur assurent la suprématie lorsqu'il s'agit d'étudier et de mesurer des phénomènes électriques d'une extrême délicatesse. Aussi n'ont-ils pas été complètement abandonnés, même lorsqu'on a pu connaître et apprécier les avantages spéciaux propres aux instruments à circuit mobile.

597. — Calcul de la sensibilité d'un galvanomètre à aimant permanent mobile. (Exemple numérique.) — Supposons que l'aiguille aimantée *ab* (fig. 343) soit formée d'un petit fil d'acier de $\frac{1}{2}$ millimètre de diamètre et de 1 centimètre de longueur placé au centre d'une bobine cylindrique dont la spire intérieure a 2 centimètres de diamètre ; la spire extérieure, 4 centimètres ; et dont l'épaisseur est de 1 centimètre.

L'instrument étant supposé destiné à la mesure des différences de

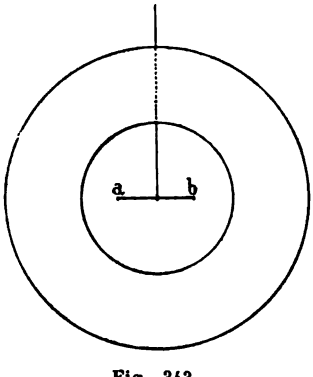


Fig. 343.

potentiels très faibles, doit présenter une faible résistance ; en conséquence, le fil qui recouvre la bobine a un diamètre métallique de $\frac{85}{100}$ de millimètre et un diamètre extérieur (isolant compris) de $1^m/_m$. Il y a donc 10 spires dans le sens du rayon, et 10 dans le sens de l'axe, soit un nombre total de 100 spires.

Nous calculerons le couple moteur en admettant, pour simplifier les

Digitized by Google

calculs, qu'il a la même valeur que si les deux pôles étaient successivement placés au centre de la bobine et que tout se passe comme si l'ensemble des spires était remplacé par une spire unique, placée dans le plan de l'aiguille, et ayant un diamètre égal à la moyenne arithmétique des diamètres intérieur et extérieur. Ces hypothèses ont évidemment pour conséquence des erreurs qui sont en général par défaut, excepté celle qui consiste à supposer nulle l'épaisseur de la bobine dans le sens de l'axe ; mais elles sont relativement peu importantes, surtout quand on considère que notre but n'est pas de calculer un projet de galvanomètre comme on calcule un projet de machine dynamo-électrique, mais bien de montrer quel sera l'ordre de grandeur des quantités que l'on pourra mesurer avec un tel instrument. A ce point de vue, une erreur relative, même de 20 °/₀ sur le résultat final, n'a pas d'importance, puisqu'on peut toujours modifier suffisamment l'une des données de l'appareil pour annuler complètement une erreur de cet ordre. Ceci posé, nous calculerons d'abord le moment magnétique de l'aiguille ; le couple qui lui est appliqué lorsque l'enroulement est parcouru par un courant de 1 ampère ; ce même couple, lorsque les deux extrémités de l'enroulement sont en communication avec deux points ayant entre eux une différence de potentiel de 1 volt ; le couple antagoniste développé, suivant que l'on emploie le magnétisme terrestre ou la torsion d'un fil métallique ; et enfin l'intensité du courant ou la *d. d. p.* correspondant à une déviation angulaire de $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire de $\frac{1}{10}$ de millimètre au bout d'une aiguille de 10 centimètres.

Moment magnétique de l'aiguille. — Nos propres expériences nous ayant montré que l'on obtient très facilement un moment magnétique de 750 unités par centimètre cube d'acier à aiguilles, nous admettrons ce chiffre dans le cas actuel. Le volume de notre aiguille étant égal à $\frac{2}{1000}$ de centimètre cube, on voit que son moment magnétique sera égal à

$$750 \times 0{,}002 = 1{,}5.$$

Couple produit par le courant de 1 ampère. — Le courant de 1 ampère est égal à $\frac{1}{10}$ d'unité C. G. S. ; d'autre part, le couple produit par une spire unique de rayon r, située dans le plan de l'aiguille et concentrique à cette dernière, a pour valeur

$$\frac{2\pi I}{r}\mathcal{M}.$$

On doit prendre ici l'intensité I égale à la somme de toutes les intensités qui passent dans les 100 spires qui constituent l'enroulement, soit 10 unités C. G. S. ; quant au rayon r de la spire moyenne, il a pour valeur, en centimètres, $\frac{1+2}{2} = 1{,}5$.

Digitized by Google

Le couple appliqué à l'aiguille est donc égal à

$$\frac{2 \times 3,14 \times 10}{1,5} \times 1,5 = 62,8 \text{ dynes-centimètres.}$$

Couple produit par une d.d.p. de un volt. — Pour calculer ce couple, il est nécessaire de chercher ce que produirait dans l'enroulement une *d.d.p.* de 1 volt, et pour cela, il faut connaître la résistance de cet enroulement.

La longueur totale du fil est égale à

$$(1,5 \times 2\pi \times 100) \text{ centimètres} = 9^{m},40$$

Sa résistance est égale à celle d'un fil de 1^{mm} de diamètre, multipliée par le carré de l'inverse du rapport des diamètres, soit tous calculs faits, $0^{\omega},26$.

Le courant produit dans ce fil, par une *d. d. p.* de 1 volt, serait donc $3^{A},85$ et le couple appliqué à l'aiguille, aurait pour valeur

$$3^{A},85 \times 62,8 = 241,8 \text{ dynes-centimètres.}$$

Calcul du couple antagoniste dû au magnétisme terrestre. — L'aiguille n'étant pas astatisée, le couple produit par le magnétisme terrestre, lorsqu'elle fait un angle θ avec le méridien magnétique, a pour valeur $\mathcal{M}.h.\sin\theta$.

Nous savons que la valeur moyenne de h, pour les localités situées en France, diffère très peu de 0,20. Si nous supposons en outre que l'angle θ soit égal à $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire que la déviation linéaire de l'aiguille indicatrice liée à l'aiguille aimantée, soit égale à $\frac{1}{1000}$ de sa longueur (déviation très facile à mesurer), nous trouvons que le couple antagoniste aura pour valeur

$$1,5 \times 0,2 \times \frac{1}{1000} = 0,0003 \text{ dyne-centimètre.}$$

Intensité du courant nécessaire pour produire une déviation égale à $\frac{1}{1000}$. — Le courant de 1 ampère produisant un couple égal à 62,8, l'intensité i du courant correspondant à une déviation de $\frac{1}{1000}$, sera donnée par l'équation

$$62,8i = 0,0003 \qquad \text{d'où} \qquad i = \frac{1 \text{ ampère}}{210000}.$$

Différence de potentiel nécessaire pour produire une déviation égale à $\frac{1}{1000}$. — La différence de potentiel ε sera donnée par l'équation

$$241,8 \times \varepsilon = 0,0003 \qquad \text{d'où} \qquad \varepsilon = \frac{1 \text{ volt}}{800000}.$$

598. — Calcul de la variation de la sensibilité d'un galvanomètre, résultant d'un changement dans le diamètre du

Digitized by Google

fil et dans le nombre des spires. (Exemple numérique). — Ces différents nombres nous font connaître la sensibilité de l'instrument, c'est-à-dire l'intensité et la *d. d. p.* correspondante à la déviation que l'on considère comme étant la plus petite que l'on puisse apprécier sans peine et sans employer de moyens raffinés d'amplification. Mais ils n'ont rien d'absolu, car en changeant le diamètre du fil enroulé sur la bobine, tout en conservant exactement les dimensions apparentes de cette dernière, c'est-à-dire le diamètre des spires intérieure et extérieure ainsi que l'épaisseur de la bobine, on apporterait des changements considérables dans la valeur de i et de ε.

Il est d'ailleurs facile de trouver, sans recommencer les calculs ci-dessus, les modifications apportées à la sensibilité de l'instrument par un changement quelconque dans le diamètre du fil et dans le nombre des spires, à la condition, comme nous venons de le dire, que les dimensions apparentes de la bobine restent les mêmes.

Supposons, par exemple, que le diamètre métallique du fil soit réduit à $\frac{15}{100}$ de millimètre et l'épaisseur de la couche isolante à $\frac{7}{100}$, ce qui donne au fil un diamètre extérieur de $\frac{22}{100}$ de millimètre. Le nombre N′ de spires, avec le nouveau fil, sera égal au nombre N de spires de l'exemple précédent, multiplié par le carré du rapport du diamètre de l'ancien fil au diamètre du nouveau.

Nous aurons donc

$$N' = \left(\frac{1,00}{0,22}\right)^2 N = 2066.$$

Nous admettrons $N' = 2000$.

Quant à la résistance de l'enroulement, elle est proportionnelle au rapport $\frac{L}{d^2}$ de la longueur L du fil, au carré de son diamètre métallique, et par conséquent, la nouvelle résistance R′ sera liée à l'ancienne résistance R par l'équation

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{d^2} : \frac{L}{d^2} = \frac{L'}{L} \cdot \left(\frac{d}{d'}\right)^2.$$

Mais les dimensions apparentes de la bobine restant les mêmes, le rapport $\frac{L'}{L}$ est égal au rapport $\frac{N'}{N}$ du nombre de spires. Nous aurons donc

$$\frac{R'}{R} = \frac{N'}{N} \cdot \left(\frac{d}{d'}\right)^2.$$

Mais on a

$$\frac{N'}{N} = 20; \qquad \left(\frac{d}{d'}\right)^2 = \left(\frac{0,85}{0,15}\right)^2; \qquad R = 0,26.$$

Digitized by Google

On a, par suite $R' = 169^{\omega}$.

Il nous est facile maintenant de trouver l'intensité à laquelle correspondra une déviation angulaire de l'aiguille égale à $\frac{1}{1000}$. Il suffit, en effet, de considérer que le nombre des spires étant 20 fois aussi grand, l'intensité nouvelle I' nécessaire pour produire cette déviation, est 20 fois moindre que l'ancienne intensité I, parce que le couple moteur est proportionnel à $2\pi NI$ et qu'il doit conserver une même valeur, puisque la déviation est la même.

Nous aurons donc

$$I' = \frac{1}{20} \times \frac{1}{210000} = \frac{1 \text{ ampère}}{4200000}.$$

L'instrument est donc 20 fois aussi sensible, en ce qui concerne la mesure des intensités, qu'il l'était avec l'ancien fil.

Mais en revanche, il est bien moins sensible en ce qui concerne la mesure des différences de potentiel. En effet, la résistance de la bobine étant devenue égale à 169^{ω} au lieu de $0^{\omega},26$, il faudra, pour produire le même courant, une *d. d. p.* ε', égale à l'ancienne multipliée par le rapport $\frac{169}{0,26}$.

Mais d'autre part, le nombre des spires étant 20 fois aussi grand, il suffira pour produire la même déviation, d'un courant et par suite d'une *d. d. p.* 20 fois moindre. Nous aurons donc finalement

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{169}{0,26} \times \frac{1}{20} \qquad \text{d'où} \qquad \varepsilon' = \frac{1 \text{ volt}}{24700}$$

soit, à très peu près, $\frac{1}{25000}$ de volt.

599. — Expression algébrique donnant la sensibilité d'un galvanomètre en fonction de l'enroulement de la bobine. — Nous pouvons traduire très facilement ces résultats en formules algébriques que nous donnerons sans démonstration, parce qu'il suffira au lecteur de se reporter à l'exemple numérique que nous venons de traiter en détail, pour trouver immédiatement cette démonstration.

Désignons par d_0 et d_1 le diamètre métallique et le diamètre couvert du fil ; par N le nombre de spires ; par L la longueur totale du fil ; par R la résistance de la bobine ; par I l'intensité du courant capable de produire une déviation donnée $\left(\frac{1}{1000} \text{ par exemple}\right)$; par

Digitized by Google

ε la *d. d. p.* correspondante entre les extrémités du fil de l'appareil. Employons les mêmes lettres, mais affectées d'un accent, pour désigner ces mêmes quantités lorsqu'on remplace l'ancien enroulement par un autre de même volume et de mêmes dimensions.

On arrivera facilement, en suivant les raisonnements exposés plus haut, aux relations suivantes

$$\frac{N'}{N} = \frac{L'}{L} = \left(\frac{d_1}{d'_1}\right)^2,$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{N}{N'} = \left(\frac{d'_1}{d_1}\right)^2,$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{L'}{d'^2_0} : \frac{L}{d^2_0} = \frac{L'}{L}\left(\frac{d_0}{d'_0}\right)^2$$

ou enfin

$$\frac{R'}{R} = \left(\frac{d_0 d_1}{d'_0 d'_1}\right)^2,$$

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{R'I'}{RI} = \left(\frac{d_0}{d'_0}\right)^2.$$

Si on appliquait directement ces formules à l'exemple du numéro précédent, on trouverait des divergences dues à ce que, ayant trouvé que le nombre des spires de fil de $\frac{15}{100}$ de millimètre de diamètre, devait être égal à 2066, nous l'avons réduit à 2000.

600. — Moyens d'accroître la sensibilité d'un galvanomètre. — Dans le galvanomètre que nous venons d'étudier, nous avons admis que la force antagoniste, due au magnétisme terrestre, s'exerçait avec toute son intensité ; la sensibilité de l'instrument est donc réduite à son minimum, et on pourrait l'accroître considérablement en opposant à l'action de la terre celle d'un aimant directeur qui exercerait sur l'aiguille un couple de sens contraire et égal aux $\frac{9}{10}$, par exemple, de celui de la Terre, de sorte que le couple résultant n'aurait, en réalité, qu'une valeur égale à $\frac{1}{10}$ de celle que nous avons admise. Il est évident que la sensibilité deviendrait dix fois

Digitized by Google

aussi grande et que la déviation de $\frac{1}{1000}$ correspondrait à un courant ou à une *d. d. p.* dix fois moindre.

On pourrait même rendre l'aiguille complètement astatique, de façon à réduire la force antagoniste à celle qui résulte de la torsion du fil de cocon. Mais l'appareil deviendrait alors extrêmement lent dans ses indications et, par suite, d'un usage peu commode; tandis que, en laissant agir le couple directeur de la Terre avec toute son intensité, les oscillations de l'aiguille seraient très rapides (environ cinq oscillations simples par seconde, comme on peut s'en assurer en appliquant la formule démontrée au numéro 217) à la condition toutefois, qu'elle ne soit pas obligée d'entraîner avec elle des masses parasites ayant un moment d'inertie comparable au sien, comme cela aurait lieu si on lui attachait un miroir destiné à projeter l'image d'un fil sur une échelle divisée placée à une certaine distance.

Lorsque l'instrument ne doit pas être employé comme *galvanomètre balistique* (voir le chapitre relatif à la mesure d'une quantité d'électricité), il doit être pourvu d'un amortisseur, qui consiste simplement en une boîte de cuivre électrolytique, remplissant presque tout le noyau de la bobine, en ne laissant libre que l'espace strictement nécessaire pour le mouvement de l'aiguille aimantée. Les oscillations de cette dernière font naître, dans ladite masse de cuivre, des courants induits qui la ramènent rapidement au repos sans modifier en rien sa position d'équilibre, parce que les forces mises en jeu sont proportionnelles à la vitesse de l'aiguille, et s'annulent par conséquent, lorsque cette dernière devient immobile.

601. — Dispositions de galvanomètres dans lesquelles les spires des bobines sont très rapprochées des pôles sur lesquels elles doivent agir. — Nous avons vu combien il est important de rapprocher le plus possible les spires du pôle sur lequel elles doivent agir; or, cette condition est d'autant moins bien remplie que l'aiguille est plus longue, puisque la spire intérieure ne peut avoir un diamètre moindre que la longueur de l'aiguille. La plus grande partie des éléments de la spire est alors forcément

Digitized by Google

éloignée des pôles et, en outre, sa longueur a pour conséquence un accroissement inutile de la résistance qu'elle oppose au passage du courant. Voici une disposition dans laquelle ces inconvénients sont presque complètement supprimés, qui permet d'employer des spires d'un très petit diamètre, quelle que soit la longueur de l'aiguille aimantée, et de faire agir la force électro-magnétique à une très petite distance des pôles de l'aiguille. Mais elle a, par contre, l'inconvénient d'imposer l'emploi de la méthode acinétique, parce que la force exercée sur les pôles de l'aiguille, le courant restant constant, varie rapidement avec la position relative de ceux-ci par rapport aux bobines.

Les figures 344 et 345 représentent schématiquement cette disposition.

L'aiguille aimantée (fig. 344) est courbée en forme de U et ses deux pôles *a*, *b*, pénètrent dans deux bobines, A, B, de faibles dimensions, dont la partie intérieure a un diamètre un peu plus grand que celui de l'aiguille, de façon à lui permettre de se mouvoir librement. L'instrument comporte au moins deux aimants identiques fixés par leurs points neutres C et C′ à un levier très léger CC′ (simplement constitué par une paille de blé) suspendu en son milieu à un fil de torsion qui se projette horizontalement en F. On voit que le plan de chaque aimant fait, avec le levier de suspension, un angle aigu ; cela est dû à ce que les extrémités polaires *a* et *a′* des aimants, doivent se mouvoir, autant que possible, tangentiellement au cercle décrit du point F comme centre avec un rayon égal à

$$aF = a'F.$$

Si on courbait les deux branches des aimants suivant un arc de cercle ayant son centre en F (fig. 345), on obtiendrait le même résultat et la disposition serait plus élégante.

Si les deux pôles d'un même aimant sont situés sur une parallèle au fil de suspension F, cet aimant forme, à lui seul, un système auto-astatique (567) ; de sorte que l'appareil, formé de deux ou de quatre systèmes identiques, est *à fortiori* lui-même astatique. De là la nécessité de le munir d'un organe capable de développer une force antagoniste facile à obtenir par l'un des moyens décrits dans un autre

Digitized by Google

chapitre. On pourra, par exemple, se servir de l'action directrice du magnétisme terrestre sur une petite aiguille aimantée rectiligne fixée horizontalement en son milieu à l'équipage mobile. Mais alors,

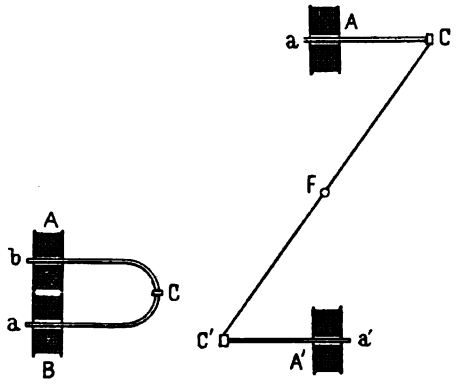


Fig. 344.

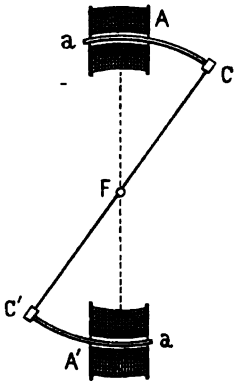


Fig. 345.

la disposition de l'instrument exigeant l'emploi de la méthode acinétique, il faudra faire tourner tout l'appareil autour d'un axe vertical jusqu'à ce que le couple. dû au magnétisme terrestre, fasse équilibre à celui qui est produit par l'action des bobines sur les pôles. Il est à peine nécessaire de dire que, dans ce cas, le fil de suspension serait un fil de cocon.

602. — Sensibilité du galvanomètre précédent. — Pour montrer la sensibilité d'un appareil de ce genre, nous allons recommencer les calculs développés dans le numéro 597, lorsqu'il s'agissait d'un galvanomètre ordinaire.

Nous supposerons que chaque aimant est constitué par un fil d'acier ayant 2^{mm} de diamètre, 150^{mm} de longueur développée, et dont les branches sont situées à 20^{mm} l'une de l'autre. Un tel aimant pèse environ $3^{gr},75$ de sorte que l'ensemble des deux aimants et du levier CC' qui les réunit, pèse moins de 10^{gr}. Quant à son intensité d'aimantation, l'expérience nous a appris que si on emploie l'acier des aiguilles à tricoter que l'on trouve partout, elle peut atteindre facilement le nombre 750 ; mais nous nous bornerons au nombre 500, pour tenir compte des différentes causes d'affaiblissement aux-

Digitized by Google

quelles ces petits aimants peuvent être exposés. Nous ferons remarquer qu'il est très facile de leur rendre leur aimantation maxima en lançant, pendant un temps très court, un courant assez fort dans les bobines.

Le nombre qui représente l'intensité d'aimantation d'un aimant rectiligne, représente aussi, comme nous l'avons vu, la densité du magnétisme supposé uniformément réparti sur la surface polaire terminale de cet aimant. Or, cette section droite est, dans l'exemple actuel, égale à $0^{c.2},03$; la quantité de magnétisme répartie sur chaque région polaire, a donc pour valeur

$$0,03 \times 500 = 15 \text{ unités.}$$

Ce nombre va nous permettre de calculer facilement la grandeur des efforts développés, sur chacun des pôles des deux aimants, par les bobines à l'intérieur desquelles ils pénètrent, et dont il nous reste à déterminer les dimensions. Afin de permettre à l'aimant de se mouvoir avec une parfaite liberté, sans risque de venir toucher les parois des bobines, il convient de donner au diamètre intérieur de ces dernières, une valeur notablement supérieure au diamètre des branches.

Nous adopterons donc 5^{mm} pour le diamètre intérieur, et 15^{mm} pour le diamètre extérieur. Le rayon de la spire moyenne sera par suite égal à 1/2 centimètre, et l'épaisseur de la couche de fil dans le sens du rayon à

$$\frac{15 - 5}{2} = 5^{mm}.$$

Enfin, nous donnerons à l'épaisseur de la couche de fil, dans le sens de l'axe, une valeur égale à 5^{mm}.

En dirigeant les calculs dans le même ordre que dans l'exemple numérique précédent, nous arriverons aux résultats suivants :

Couple produit par le courant de 1 ampère. — Nous supposerons d'abord que l'enroulement est constitué par un fil dont le diamètre métallique est égal à $0^{mm},85$, et dont la couche isolante a une épaisseur totale de $0^{mm},15$, de sorte que son diamètre extérieur soit exactement égal à 1^{mm}.

Le nombre des spires d'une bobine sera alors égal à 5, dans le sens du rayon, et à 5 dans le sens de l'axe, soit en totalité 25.

Digitized by Google

Au lieu d'appliquer la formule logarithmique du no 593, nous nous bornerons à calculer l'action mécanique du courant en admettant qu'elle est la même que si toutes les spires avaient le même rayon que la spire moyenne, soit 1/2 centimètre ; nous commettrons ainsi une erreur en moins de peu d'importance (environ 10 °/₀) dans un calcul de ce genre.

Or, la spire moyenne a un rayon égal à 1/2 centimètre, de sorte que la force appliquée à un pôle d'intensité μ situé au centre de cette spire, supposée parcourue par un courant de 1 ampère (un dixième de C. G. S.), aurait pour valeur

$$\mu \frac{2\pi \times \frac{1}{10}}{0,5} = 1,25\mu.$$

Pour trouver la force totale, il faut multiplier cette valeur par le nombre de spires qui est ici de 25, et par la masse magnétique d'un pôle que nous avons supposé égale à 15. Cette force totale, exercée sur un seul pôle, a donc pour valeur

$$(1,25 \times 25 \times 15) \text{ dynes.}$$

Mais le nombre des pôles est égal à quatre et nous supposons leur bras de levier (c'est-à-dire la longueur représentée sur la fig. 344 par la distance *a*F) égal à cinq centimètres.

Le couple total exercé sur les quatre pôles, lorsque chaque bobine est parcourue par un courant de 1 ampère, a donc finalement pour valeur

$$1,25 \times 25 \times 15 \times 4 \times 5 = 9375 \text{ dynes-centimètres.}$$

Intensité du courant nécessaire pour produire une déviation égale à $\frac{1}{1000}$. — Si la force antagoniste nécessaire pour ramener au zéro l'aiguille de l'instrument, est produite par un fil d'argent, il sera très facile de déterminer sa longueur en fonction de son diamètre et de la grandeur du couple correspondant à un angle égal à l'unité. La formule de Coulomb et le tableau du numéro 265 permettent de résoudre immédiatement ce problème.

On trouve ainsi que si on donne au fil $\frac{1}{10}$ de millimètre de dia-

Digitized by Google

mètre et 30 centimètres de longueur, la valeur de ce couple atteindra 9,4 dynes-centimètres et que, par conséquent, un angle de torsion égal à l'unité, permettrait d'équilibrer le couple produit par un courant égal à $\frac{1}{1000}$ d'ampère.

Une déviation égale à $\frac{1}{1000}$, correspondrait donc à une intensité de $\frac{1}{1000000}$ d'ampère.

Si le fil avait un diamètre de $\frac{1}{20}$ de millimètre, cette sensibilité deviendrait 16 fois aussi grande. On pourrait d'ailleurs adopter cette valeur pour le diamètre, sans risquer de rompre le fil, car le poids de l'équipage mobile ne correspondrait qu'à une charge de 5 kilogrammes environ par millimètre carré. Mais les indications de l'instrument seraient alors trop lentes, parce qu'il faudrait beaucoup de temps pour s'assurer que l'aiguille est réellement immobile et pour la ramener exactement au zéro dans le cas contraire.

Différence de potentiel nécessaire pour produire une déviation égale à $\frac{1}{1000}$. — En faisant le calcul de la résistance des bobines, comme nous l'avons exposé en détail dans l'exemple précédent, on trouve que leur résistance collective lorsque toutes les quatre sont accouplées en série, est égale à $0^{\omega},087$.

Il en résulte que la *d. d. p.* nécessaire pour produire une déviation de $\frac{1}{1000}$, est égale à

$$0,087 \times 0,000001$$

soit un peu moins de $\frac{1}{10000000}$ de volt.

En groupant les bobines en dérivation ou en parallèle, cette sensibilité deviendra quadruple, et enfin, en employant un fil de $\frac{1}{20}$ de millimètre de diamètre, elle serait encore multipliée par 16. On pourrait donc facilement la rendre 64 fois aussi grande, c'est-à-dire accuser par une déviation angulaire de $\frac{1}{1000}$, une *d. d. p.* inférieure à $\frac{1}{600000000}$ de volt.

Digitized by Google

603. — Dispositions de galvanomètres à circuit fixe permettant d'atteindre une très grande sensibilité. — Signalons encore deux autres dispositions de galvanomètres à circuit fixe, permettant d'atteindre une très grande sensibilité.

Dans la première, représentée fig. 346, le système magnétique est composé d'une série de petits aimants rectilignes (aiguilles à coudre aimantées) identiques entre eux, parallèles et également espacés le long d'une tige commune OO′ attachée au fil de suspension F. Le système électrique est constitué par un cadre contenant une faible quantité de fil, et dont les côtés, CD, C′D′, parallèles à l'axe OO′ sont aussi rapprochés que possible des extrémités des aimants mobiles.

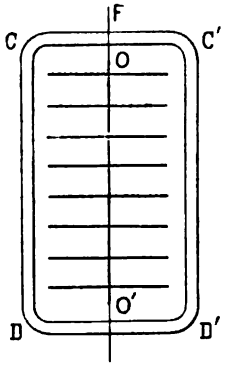


Fig. 346.

Il est facile de démontrer que, en désignant par $\mathcal{M}$ le moment magnétique collectif de ces derniers ; par a la distance d'un quelconque des pôles au côté du cadre dont il est le plus proche ; par N le nombre total de spires, le couple exercé sur l'ensemble des aimants diffère peu de la valeur de l'expression $\frac{2\mathcal{M}NI}{a}$ [1], lorsque le cadre et les aimants sont dans le même plan, et à la condition que le cadre ait assez peu d'épaisseur pour qu'on puisse l'assimiler à un conducteur filiforme.

Le moment magnétique collectif des aimants est indépendant de

[1] L'expression exacte est $\frac{4d\mathcal{M}NI}{(2d-a)a}$, dans laquelle d désigne la distance de chaque côté du cadre à l'axe de rotation OO′ des aimants.

Digitized by Google

leurs dimensions individuelles (à la condition, bien entendu, que leur intensité d'aimantation reste constante) et ne dépend que de leur volume collectif ; leur moment d'inertie est, au contraire, essentiellement dépendant de leur longueur, et enfin la distance *a* est sensiblement indépendante de leurs dimensions, surtout lorsque leur longueur est faible. Il résulte de là qu'on peut donner à ce système un moment d'inertie très petit sans modifier le couple moteur dû à l'action du courant. D'autre part, la distance *a* de l'axe d'un des côtés (CD par exemple) du cadre, au pôle le plus proche d'un quelconque des aimants, peut être rendue très petite et elle est la même pour tous les points du fil et pour tous les aimants. Toutes ces propriétés réunies font de ce dispositif une des formes les plus parfaites que l'on puisse donner aux galvanomètres à aimant mobile, surtout lorsqu'il est employé comme *galvanomètre balistique*.

Les figures 347 et 348 représentent, la première en projection hori-

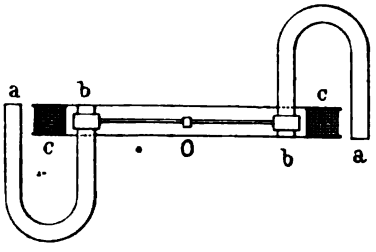


Fig. 347.

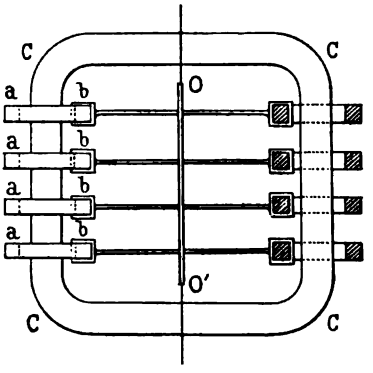


Fig. 348.

zontale, la seconde en projection verticale, une autre disposition qui présente une certaine analogie avec la précédente. Les aimants au lieu d'être rectilignes, sont ici courbés en forme d'U et c'est entre leurs branches que passent les côtés C, C du cadre, dont chacun agit ainsi avec la même intensité sur les deux pôles de chaque aimant, tandis que dans la disposition précédente, l'action d'un quelconque des côtés du cadre sur le pôle le plus éloigné de lui, peut être considérée comme négligeable.

Digitized by Google

§ 2. — APPAREILS A CIRCUIT MOBILE ET A AIMANT PERMANENT FIXE

604. — Relations entre les dimensions respectives des bobines et des aimants dans les appareils à circuit mobile. — Les appareils à circuit mobile se composent, comme leur nom l'indique, d'un cadre de forme quelconque, placé dans le champ magnétique d'un aimant permanent et mobile autour d'un axe de rotation. Tous les galvanomètres décrits dans le chapitre précédent, pourraient être transformés en appareils à circuit mobile, en fixant les aimants permanents, ou aiguilles aimantées, qui en font partie, et en rendant mobiles les bobines dans lesquelles passe le courant. Mais, si cette inversion n'était accompagnée d'aucune modification dans les dimensions respectives des circuits et des aimants, elle donnerait des résultats bien inférieurs à ceux des appareils primitifs, parce que le moment d'inertie du circuit et son poids sont bien supérieurs à celui de l'aiguille, et que les fils de suspension, devant être métalliques pour amener le courant, et très fins pour que leur couple de torsion soit faible, augmenteraient beaucoup la résistance des bobines, surtout lorsqu'elles sont enroulées avec un fil relativement gros.

On doit donc, pour obtenir des appareils à circuit mobile des résultats satisfaisants, renverser complètement les proportions que nous avons reconnues bonnes pour les appareils à circuit fixe, c'est-à-dire employer des circuits contenant très peu de fil et des aimants permanents relativement puissants. Ils deviennent alors d'un excellent usage et doivent être préférés aux appareils à circuit fixe auxquels ils ne sont inférieurs que dans un seul cas : celui où on a besoin d'une sensibilité poussée aux dernières limites.

605. — Théorie des appareils à circuit mobile. — Pour établir le plus simplement possible la théorie de ce genre d'instruments, nous supposerons d'abord que le cadre mobile se déplace dans un champ magnétique uniforme, comme celui de la Terre, sans

Digitized by Google

nous préoccuper des dimensions que doit avoir l'aimant, ni des dispositions au moyen desquelles on peut obtenir cette uniformité. Nous verrons ensuite comment on doit disposer les aimants pour réaliser un tel champ magnétique.

Le couple C, exercé sur le circuit mobile par le champ magnétique d'intensité $\mathcal{H}$, a pour valeur (398) $\mathcal{H}I\Sigma S$; ΣS désignant la somme des surfaces embrassées par les spires de la bobine mobile. Si on désigne par N le nombre de spires; par S la surface embrassée par la spire moyenne, on a sensiblement $\Sigma S = NS$; de sorte que le couple C a pour expression

$$C = NS\mathcal{H}I.$$

Cette équation suppose que le plan de chaque spire est parallèle aux lignes de force du champ. Dans le cas contraire, le second membre doit être multiplié par le cosinus de l'angle α de ce plan avec la direction des lignes de force. On a alors

$$C = NS\mathcal{H}I \cos \alpha.$$

Mais dans ce qui suit, nous supposerons que l'angle α est assez petit pour que *cos* α puisse toujours être considéré comme égal à l'unité, ou que l'on emploie une disposition spéciale permettant de rendre la valeur de C indépendante de α.

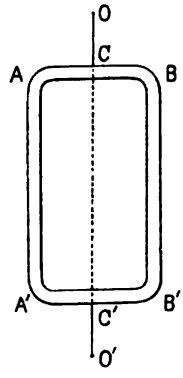


Fig. 349

Si l'on admet que le cadre ait la forme d'un rectangle (fig. 349), et que l'on désigne par a sa longueur CC', comptée parallèlement à l'axe de rotation OO' ; par b sa largeur AB, comptée perpendicu-

Digitized by Google

lairement à ce même axe, sa surface aura pour valeur ab ; de sorte que le couple C a pour expression

$$C = Nab\mathcal{H}I.$$

Cette équation suppose que les côtés AA', BB' sont filiformes, mais, comme en réalité, ils ont une épaisseur qui n'est pas négligeable, nous conviendrons de désigner par a et b les moyennes arithmétique, entre les valeurs des côtés extérieur et intérieur du cadre.

Le couple C doit être équilibré par la torsion du fil de suspension, mais cette torsion produit deux couples de valeur différente, suivant qu'on laisse le cadre dévier librement sous l'influence du courant, ou qu'on le ramène à sa position d'équilibre naturel en tordant, avec un bouton, le fil supérieur CO. Dans le premier cas, les deux fils de suspension CO, C'O' sont tordus de quantités égales, et les couples élastiques qui prennent naissance, s'ajoutent pour faire équilibre au couple produit par le courant. Dans le second cas, au contraire, le fil inférieur C'O' n'éprouve aucune torsion, et le couple antagoniste est entièrement dû au fil supérieur OC qui doit donc être tordu d'un angle plus grand que dans le premier cas. Cette seconde méthode (méthode acinétique) permet donc (outre tous les autres avantages qu'elle présente et que nous avons fait ressortir déjà plusieurs fois) une lecture plus précise, puisqu'elle correspond à une déviation angulaire plus considérable. Nous supposerons cependant, dans ce qui suit, que l'instrument est à libre déviation, parce que c'est ainsi qu'il est généralement employé.

En appelant l et l' les longueurs CO et C'O' des fils de suspension ; d leur diamètre commun ; μ le coefficient de torsion, le couple élastique dû à la somme de leurs couples individuels, aura pour valeur (265)

$$\left(\frac{\mu d^4}{l} + \frac{\mu d^4}{l'}\right)\alpha$$

ou, si on suppose

$$l = l'$$

$$\frac{2\mu d^4}{l}\alpha.$$

Ce couple devant être égal à celui que produit le courant, on a

Digitized by Google

l'équation

$$NabH\mathcal{H}I = \frac{2\mu d^4}{l}\alpha.$$

Cette équation diffère totalement de celle à laquelle nous avons été conduits en étudiant les galvanomètres à circuit fixe et aimant mobile. Dans ceux-ci, en effet, le couple produit par le courant croît très lentement lorsqu'on augmente beaucoup les dimensions de la bobine; tandis que dans les instruments à circuit mobile, il croît proportionnellement au nombre de spires et à leur surface. En outre, comme on peut donner à l'intensité $\mathcal{H}$ du champ, une valeur considérable, on arrive forcément à cette conclusion que les appareils à circuit mobile permettent de faire produire, à un courant d'intensité donnée, un couple aussi grand qu'on le veut. Cette conclusion est vraie, mais on aurait tort d'en conclure immédiatement que les appareils à circuit mobile sont *dans tous les cas* supérieurs aux autres.

606. — Détermination de la longueur et du diamètre d'un fil métallique ayant une résistance ohmique et une constante de torsion données. — Ainsi que nous l'avons déjà dit, les appareils à circuit fixe doivent être préférés pour la mesure des courants engendrés par des différences de potentiel extrêmement petites, parce que la résistance qu'ils opposent au passage du courant peut être rendue aussi petite qu'on le veut et qu'on peut, en outre, réduire la force antagoniste, grâce à l'emploi du fil de cocon, à une valeur prodigieusement petite. Dans les appareils à circuit mobile on ne peut malheureusement pas réduire la résistance au passage du courant sans augmenter démesurément le couple antagoniste qui est proportionnel à la quatrième puissance du diamètre du fil de torsion et en raison inverse de la longueur.

On peut cependant déterminer de la manière suivante le diamètre et la longueur d'un fil ayant une résistance ohmique et une constante de torsion données à l'avance.

La résistance ohmique r des deux fils de même longueur et de même diamètre, placés bout à bout, a pour expression (309)

$$r = r_1 \frac{2l}{d^2},$$

Digitized by Google

r_1 désignant la résistance d'un fil dont le diamètre et la longueur ont une valeur égale à l'unité de longueur choisie.

D'autre part, le couple de torsion f est, comme nous venons de le voir, égal à

$$\frac{2\mu d^4 \alpha}{l},$$

ce qui, pour

$$\alpha = 1$$

donne l'équation

$$f = \frac{2\mu d^4}{l}$$

qui, combinée avec l'équation

$$r = \frac{2r_1 l}{d^2}$$

donne

$$d^2 = \frac{f}{2\mu}\frac{r}{2r_1}, \qquad l = \frac{f}{2\mu}\left(\frac{r}{2r_1}\right)^2.$$

Comme il est souvent ennuyeux de chercher la valeur des coefficients r_1 et μ qui doivent être exprimés en unités parfaitement définies, tandis que l'usage est de se servir d'unités différentes pour exprimer le diamètre et la longueur des fils, nous préférons mettre ces expressions sous une autre forme qui a l'avantage de permettre d'employer des unités arbitraires et indépendantes les unes des autres pour les diamètres, les longueurs, les résistances et les couples. Supposons que l'on connaisse la résistance r d'un fil de diamètre d et de longueur l, ainsi que le couple f nécessaire pour le tordre d'un angle égal à l'unité, et que l'on veuille en conclure le diamètre d' et la longueur l' d'un second fil de même métal, dont on se donne la résistance r' et le coefficient de torsion f'.

Les lois d'Ohm donneront d'abord l'équation

$$\frac{r'}{r} = \left(\frac{l'}{l}\right)\left(\frac{d}{d'}\right)^2.$$

Les lois de Coulomb relatives à la torsion (267) donneront la seconde équation

$$\frac{f'}{f} = \left(\frac{l}{l'}\right)\left(\frac{d'}{d}\right)^4.$$

Digitized by Google

Multipliant ces deux équations membre à membre, il vient

$$\frac{d'}{d} = \sqrt{\left(\frac{r'}{r}\right)\left(\frac{f'}{f}\right)}.$$

Mais la première équation donne

$$\frac{l'}{l} = \left(\frac{r'}{r}\right)\left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

ou en remplaçant $\frac{d'}{d}$ par sa valeur

$$\frac{l'}{l} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2\left(\frac{f'}{f}\right).$$

On voit que ces équations ne contiennent que des rapports de quantités de même nature, ce qui permet, comme nous venons de le dire, d'employer des unités de longueur différentes pour les diamètres et pour les longueurs des fils, ainsi que des unités arbitraires pour les résistances et les couples.

607. — Exemple numérique. — Sachant qu'un fil d'argent de 1^{mm} de diamètre et de 1 mètre de long, a une résistance égale à $0^{\omega},02$ et exige un couple égal à 28 000 dynes — centimètres pour être tordu d'un angle égal à l'unité, on demande quels seront le diamètre et la longueur d'un fil de même métal, ayant une résistance de $\frac{1}{10}$ d'Ohm et un coefficient de torsion de 1 dyne-centimètre.

On posera :

$$l = 1, \qquad d = 1, \qquad r = 0{,}02, \qquad f = 28000$$
$$r' = 0{,}1, \qquad f' = 1.$$

Les formules ci-dessus donneront

$$\frac{d'}{d} = \sqrt{\frac{0{,}10}{0{,}02} \cdot \frac{1}{28000}} = \frac{1}{75}.$$

Le diamètre d du premier fil étant égal à 1^{mm}, on voit que le diamètre d' du second sera égal à $\frac{1}{75}$ de millimètre.

La seconde équation donne

$$\frac{l'}{l} = \left(\frac{0.10}{0{,}02}\right)^2 \cdot \frac{1}{28000} = 0{,}0009,$$

c'est-à-dire que la longueur l' sera égale à $\frac{9}{10}$ de millimètre. Il serait évidemment impraticable de suspendre le cadre mobile à un fil aussi court,

Digitized by Google

et le résultat auquel nous arrivons ainsi, prouve que s'il est théoriquement toujours possible de déterminer le diamètre et la longueur d'un fil métallique de façon que sa résistance ohmique et son coefficient de torsion aient des valeurs arbitrairement choisies, les nombres auxquels conduisent les équations peuvent être pratiquement irréalisables.

Nous ferons remarquer que la résistance de $\frac{1}{10}$ d'ohm et le coefficient de torsion de 1 dyne$\times$centimètre, devraient être multipliés par le nombre 2, puisque la direction de l'axe de rotation du cadre mobile est déterminée par deux fils situés dans le prolongement l'un de l'autre. L'instrument aurait donc une résistance totale égale à celle du cadre augmentée de $\frac{2}{10}$ d'ohm, et un coefficient de torsion égal à 2 dynes. Ces nombres irréalisables d'ailleurs comme nous venons de le démontrer, seraient encore bien supérieurs à ceux qu'on peut obtenir avec la plus grande facilité dans un galvanomètre à circuit fixe et aimant permanent mobile. Nous sommes donc obligés de conclure que, pour la mesure des *faibles différences de potentiel*, ce dernier genre d'appareils est supérieur au galvanomètre à circuit mobile.

608. — Exposé du problème de la détermination des éléments d'un galvanomètre à circuit mobile. — Puisque la seule cause qui empêche le galvanomètre à circuit mobile de l'emporter à tous égards sur les appareils à circuit fixe, réside dans l'emploi forcé d'un fil de suspension métallique qui ne peut avoir en même temps une faible résistance ohmique et un très petit coefficient de torsion, nous sommes amenés à prendre pour point de départ de la prédétermination des éléments d'un galvanomètre à circuit mobile, les dimensions des fils qui servent à la fois de conducteur, d'axe et de dynamomètre, et à poser le problème de la façon suivante :

Étant donnés la nature du métal qui constitue le fil de suspension, ainsi que le diamètre et la longueur de ce fil, déterminer les dimensions du cadre mobile et du fil qui est enroulé sur ce cadre, de manière à obtenir la sensibilité la plus grande possible, lorsque la d. d. p. aux bornes de l'instrument, a une valeur donnée.

609. — Influence de la forme et des dimensions du cadre d'un galvanomètre sur la sensibilité de l'appareil. — Avant d'aborder la solution algébrique de ce problème cherchons si la

Digitized by Google

forme et les dimensions du cadre peuvent avoir une influence, le poids du fil enroulé restant bien entendu invariable.

Le couple produit par le courant étant proportionnel à la surface des spires, tandis que la résistance de celles-ci est proportionnelle à leur périmètre, il convient de donner au cadre une forme telle, que la surface des spires soit la plus grande possible pour un périmètre donné. C'est le cercle qui jouit de cette propriété, mais pour des raisons de construction, on préfère donner au cadre une forme rectangulaire. Or de tous les rectangles de même périmètre c'est le carré qui embrasse la plus grande surface ; le cadre devra donc avoir la forme d'un carré.

Si nous désignons par c le côté de ce carré ; par N le nombre des spires ; la surface totale S embrassée par l'ensemble des spires, a pour valeur Nc^2, tandis que la longueur totale L de toutes les spires, supposées développées en ligne droite, est égale à $4Nc$. On a donc les équations

$$S = Nc^2, \qquad L = 4Nc,$$

desquelles on tire

$$S = \frac{cL}{4}.$$

Cette dernière équation nous montre que si on se donne la longueur totale L du fil enroulé sur le cadre, la surface S aura la plus grande valeur possible lorsque le côté c du cadre aura aussi la plus grande valeur qu'il puisse avoir, c'est-à-dire $\frac{L}{4}$, ce qui donne

$$N = 1.$$

On devrait donc donner au cadre des dimensions telles que la longueur totale L ne constituât qu'une seule spire. Malheureusement cela conduirait parfois à des dimensions exagérées, et nous devons nous contenter de conclure de là que l'on doit donner au cadre la forme carrée et le faire le plus grand possible, de façon que le nombre de spires soit le plus petit possible pour une quantité de fil donnée.

610. — Influence du rapport de la résistance électrique du cadre, à celle des fils de suspension, sur la sensibilité du

Digitized by Google

galvanomètre à circuit mobile. — Le rapport de la résistance électrique du cadre à celle des fils de suspension, a aussi, comme nous allons le montrer une influence considérable sur la sensibilité de l'appareil. Désignons en effet, par ε la *d. d. p.* aux bornes de l'instrument ; par r la résistance collective des deux fils de suspension ; par r' la résistance du cadre ; l'intensité I du courant a pour expression

$$I = \frac{\varepsilon}{r + r'},$$

le couple produit par le courant est, comme nous l'avons vu, égal à

$$NS\mathcal{H}I,$$

ou, en remplaçant I par sa valeur

$$\frac{NS\mathcal{H}\varepsilon}{r + r'}.$$

Mais la résistance r' de l'enroulement est une fonction du nombre de spires, facile à déterminer lorsqu'on s'impose la condition que le poids du fil doit rester constant. Supposons, en effet, que l'on ne mette d'abord qu'une seule spire et appelons r'_1 sa résistance ; si on la déroule et qu'on la fasse passer dans une filière de façon à multiplier sa longueur par le nombre N, son volume réel restant invariable, sa section sera multipliée par $\frac{1}{N}$, la résistance de l'unité de longueur sera donc multipliée par N et la résistance totale par N^2. Enroulée de nouveau sur le cadre, elle formera N spires au lieu d'une et sa résistance r' sera égale à r'_1N^2.

Le couple produit par le courant sur le cadre, sera donc représenté par l'expression

$$\frac{NS\mathcal{H}\varepsilon}{r + r'_1N^2}.$$

Cette fraction a une valeur qui tend vers zéro lorsque N tend vers zéro ou vers l'infini, elle passe donc par un maximum que l'on détermine en égalant à zéro sa dérivée par rapport à N. On trouve ainsi que ce maximum est atteint lorsque N satisfait à la relation

$$r = r'_1N^2,$$

Digitized by Google

c'est-à-dire lorsque la résistance collective des fils de suspension est égale à celle de l'enroulement.

611. — Solution algébrique du problème du n° 608. — Nous pouvons maintenant aborder le problème dans toute sa généralité, c'est-à-dire chercher la valeur théorique de l'angle de torsion du fil de suspension en fonction des différents éléments qui jouent un rôle dans la sensibilité de l'appareil. Nous avons à considérer dans ce fil deux ordres de grandeurs très distinctes, celles qui dépendent de sa substance et qu'il n'est pas en notre pouvoir de modifier, et celles que nous pouvons au contraire choisir arbitrairement. Parmi les premières, celles qui jouent le rôle le plus important dans le problème qui nous occupe, sont la résistance spécifique, le coefficient de torsion par unité de longueur et de diamètre (le coefficient μ de Coulomb) (265) et la résistance à la rupture par unité de section ; les secondes, celles que nous pouvons choisir arbitrairement, se réduisent au diamètre et à la longueur du fil.

Dans le circuit mobile, nous aurons à tenir compte des éléments suivants : *résistance spécifique* du conducteur ; *densité*, qui dépendent de la nature du métal dont est fait le cadre mobile. Ce métal est généralement le cuivre, mais il n'est pas évident *a priori* qu'il en doive être ainsi dans un appareil où le poids des pièces mobiles doit être le plus petit possible, et nous aurons à examiner si un autre métal, tel que l'aluminium, ne conviendrait pas mieux. Quant à la forme du cadre, bien que nous ayons démontré qu'il était préférable de la prendre carrée et de n'avoir qu'une spire, il est évident que l'on peut être amené, par des considérations de facilité de construction, à déroger à ces deux règles et à adopter pour le circuit mobile la forme d'un rectangle très allongé et comportant beaucoup de spires.

Il est nécessaire, pour que l'on comprenne bien le sens des notations que nous avons adoptées, que nous entrions dans quelques détails sur la forme et la construction du circuit mobile. D'abord, comme il doit être aussi léger que possible, le fil qui le constitue n'est pas enroulé en réalité sur un cadre ; il est préalablement enduit d'une dissolution

Digitized by Google

de gomme laque dans l'alcool et enroulé en spires fortement serrées sur un mandrin démontable, puis séché dans une étuve. Les spires s'agglutinent entre elles, grâce à la gomme laque, et lorsque cette dernière est arrivée à l'état de complète siccité, on démonte le mandrin et on enlève l'enroulement qui forme un tout compact et rigide comme le serait un cadre métallique.

Ensuite, le circuit mobile n'est pas, comme le supposent implicitement les équations données plus haut, plongé dans un champ magnétique uniforme dans toute son étendue. En effet, pour réduire autant que possible le poids et le volume des aimants permanents qui engendrent le champ magnétique, on réduit ces derniers aux dimensions strictement nécessaires pour que les côtés verticaux du cadre puissent s'y déplacer sans frotter contre aucune pièce. La figure schématique 350 fait bien comprendre la disposition adoptée pour cela.

Entre les pôles A et B de l'aimant, se trouve une pièce de fer doux E de forme et de dimensions telles, que l'intervalle qui existe entre

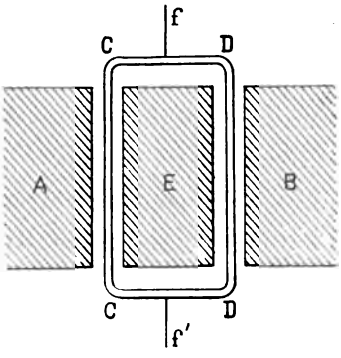


Fig. 350.

elle et les pôles A et B, affecte la forme d'un canal étroit dans lequel se déplacent les côtés CC et DD du cadre, mobile autour de l'axe *ff'*. Il résulte de là que les lignes de force des champs AE d'une part, et EB d'autre part, peuvent être considérées comme étant entièrement concentrées dans ces deux canaux et que l'on peut négliger celles qui existent en dehors d'eux.

Digitized by Google

Ceci posé, en désignant par N le nombre de spires du cadre, par l la longueur du canal AE mesurée parallèement à l'axe de rotation ff', l'effort mécanique F appliqué à chacun des côtés CC et DD, est donné par l'équation

$$F = Nl\mathcal{H}I.$$

Si on désigne par c la demi-distance des côtés CC, DD, le moment de F a pour valeur

$$Fc = Nlc\mathcal{H}I,$$

et le moment total du couple, appliqué à l'ensemble du cadre mobile, devient égal à

$$2Nlc\mathcal{H}I = N\mathcal{H}I \times 2cl.$$

Mais le produit $2cl$ représente la surface du rectangle qui a pour côtés l et $2c$, rectangle nécessairement plus petit que celui qui est réellement formé par le cadre mobile.

Aussi pour éviter toute confusion sur la véritable signification de la surface S qui figure dans l'expression du couple appliqué au cadre, avons-nous préféré la remplacer par le produit de la longueur du *fil efficace* par le bras de levier c. Nous appelons *fil efficace*, la somme de tous les brins de fil de longueur l, de sorte que la longueur efficace totale est égale à $2Nl$.

En outre, pour simplifier autant que possible le nombre des notations, tout en tenant compte de tous les éléments que nous venons d'énumérer, nous désignerons par :

L, la longueur *totale* du fil enroulé;

k, le rapport de la longueur *efficace* totale $2Nl$, à la longueur L;

c, le bras de levier du fil efficace, c'est-à-dire la demi-distance des côtés parallèles CC, DD, ce bras de levier, étant bien entendu, celui de la spire moyenne;

H, l'intensité du champ dans les canaux (entre-fer) CC, DD;

ε, la différence de potentiel aux points fixes d'attache des fils supérieur et inférieur, avec le bâti de l'appareil;

ρ, la résistance *spécifique* du métal qui constitue le fil de suspension;

a, la section de chacun des fils de suspension;

Digitized by Google

l, la longueur de chacun des fils supérieur et inférieur supposés égaux;

p, l'effort longitudinal appliqué, par unité de section, au fil supérieur, et qui est dû à la somme du poids du cadre mobile et de la tension que l'on donne à dessein au fil inférieur pour faire prendre à l'ensemble des deux fils une direction parfaitement déterminée;

δ, le poids spécifique du métal qui constitue le circuit mobile;

ρ', sa résistance *spécifique*;

a', sa section.

L'effort développé par le circuit mobile est, à égale intensité de courant, proportionnel à la longueur, et par conséquent au poids du fil enroulé; on doit donc donner à ce poids la plus grande valeur possible, mais il existe une limite qu'on ne saurait dépasser sans danger pour la résistance élastique du fil de suspension : voilà pourquoi le poids p que le fil peut supporter par unité de section, sans inconvénient, se trouve introduit dans le problème. En négligeant la légère tension que l'on donne au fil inférieur pour le rendre rectiligne, on voit que le poids P de l'équipage mobile doit satisfaire à la condition

$$P = pa.$$

Détermination de la longueur totale L *du fil enroulé et de sa section.* — Les formules générales du n° 290 nous permettent de trouver L en fonction de la résistance totale R de l'enroulement, de son poids P, de la résistance spécifique ρ', et de la densité δ du métal qui constitue le circuit mobile. Nous avons en effet, entre ces quantités, la relation

$$L = \sqrt{\frac{PR}{\rho'\delta}}.$$

Mais nous avons vu plus haut que pour obtenir le couple maximum correspondant à une valeur donnée de ε, on doit donner au circuit mobile une résistance égale à celle des fils de suspension. Or, cette dernière a pour valeur

$$\rho \times \frac{2l}{a},$$

Digitized by Google

d'où les équations

$$R = \frac{2\rho l}{a},$$

et

$$L = \sqrt{\frac{2P\rho l}{a\delta\rho'}},$$

ou, en vertu de la relation

$$P = pa,$$

$$L = \sqrt{\frac{2p\rho l}{\delta\rho'}}.$$

La section a' du fil enroulé, se déduit immédiatement des mêmes formules générales, car on a

$$a' = \sqrt{\frac{\rho' P}{\delta R}}$$

d'où, en remplaçant P et R par leurs valeurs

$$a' = \sqrt{\frac{p\rho'}{2\delta\rho l}}\, a.$$

Détermination de la déviation produite. — La résistance totale, intercalée entre les bornes de l'appareil, est égale à celle des fils de suspension, augmentée de celle du circuit mobile ou, puisque nous les avons prises égales, au double de la première.

L'intensité du courant produit par la *d. d. p.* ε, a donc pour valeur

$$I = \frac{\varepsilon}{\left(\frac{4\rho l}{a}\right)} = \frac{\varepsilon a}{4\rho l}.$$

Le couple moteur, produit par ce courant, a pour expression le produit de l'effort exercé sur les fils efficaces, par le bras de levier c.

La longueur du fil efficace étant égale à kL, l'effort a pour mesure $k\mathrm{L}\mathcal{H}\mathrm{I}$; et le couple moteur, $k\mathrm{L}\mathcal{H}\mathrm{I}c$.

Il doit être égal au couple développé par la torsion simultanée des deux fils, si l'instrument est à libre déviation. Or, le couple développé par la torsion d'un seul d'entre eux, est représenté par une expression de la forme

$$\frac{\mu d^4}{l}\theta,$$

Digitized by Google

dans laquelle la quatrième puissance du diamètre d peut, en multipliant simplement le facteur μ par $\frac{16}{\pi^2}$, être remplacée par le carré a^2 de la section du fil. Le couple total, dû à l'action simultanée des deux fils, peut donc être représenté par l'expression

$$\frac{2\mu' a^2}{l}\theta.$$

L'équation d'équilibre est donc

$$kL\mathcal{H}Ic = \frac{2\mu' a^2}{l}\theta, \qquad \text{d'où} \qquad \theta = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu'}\frac{kL\mathcal{H}Icl}{a^2}.$$

Remplaçant L et I par les valeurs trouvées plus haut, il vient

$$\theta = \frac{1}{4}\frac{\sqrt{p}}{\mu'\sqrt{2\rho\rho'\delta}}\cdot\frac{kc\sqrt{l}\mathcal{H}}{a}\varepsilon$$

équation dans laquelle nous avons séparé à dessein en deux groupes, les quantités p, μ', ρ, ρ', δ, qui sont des constantes physiques, des quantités k, c, l, $\mathcal{H}$, a, qui sont des constantes de construction. Les premières dépendent exclusivement de la nature des métaux employés pour les fils de suspension et pour le circuit mobile ; tandis que les secondes peuvent être choisies arbitrairement. Parmi ces dernières, nous pourrions peut-être ranger à la rigueur la charge p que l'on fait supporter au fil de suspension par unité de surface, parce qu'on peut lui donner une valeur quelconque, pourvu que cette valeur soit inférieure à un certain nombre correspondant à une charge que le fil ne pourrait supporter sans que son élasticité fût altérée.

On voit que parmi les éléments de construction, ceux qui ont le plus d'importance, sont c, $\mathcal{H}$ et a, c'est-à-dire le bras de levier du fil actif, l'intensité du champ et la section du fil de suspension, laquelle est proportionnelle au carré du diamètre. La sensibilité d'un appareil à circuit mobile *destiné à la mesure de d. d. p.*, est donc en raison inverse du carré du diamètre du fil de suspension.

Nous allons même montrer qu'elle est en raison du cube de ce même diamètre, lorsque le poids du circuit mobile est maintenu constant, la ténacité du fil de suspension étant supposée illimitée.

Digitized by Google

En effet, soit P le poids de l'équipage mobile, on a, d'après nos notations

$$P = pa \qquad \text{d'où} \qquad p = \frac{P}{a}$$

et l'équation en θ devient

$$\theta = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{P}}{\mu'\sqrt{2\rho\rho'\delta}} \frac{kc\sqrt{l\mathcal{H}}}{a^{\frac{3}{2}}}.$$

Mais $a^{\frac{3}{2}}$ est proportionnel à d^3, ce qui prouve ce que nous venons de dire. Ainsi de tous les éléments de construction de l'appareil, celui qui a le plus d'influence est le diamètre du fil de suspension, et cela malgré l'accroissement de résistance électrique qui résulte de la diminution de ce diamètre.

Mais on serait bien vite arrêté dans cette voie, par suite de l'impossibilité de faire supporter le poids de l'équipage mobile par un fil d'un diamètre très petit, si un artifice très simple ne permettait de tourner cette difficulté.

Cet artifice consiste à suspendre le cadre mobile à un fil de cocon capable, comme nous l'avons vu, de supporter une dizaine de grammes, et à assurer les communications électriques du cadre, avec les bornes, au moyen de deux fils métalliques, aussi fins qu'on peut les obtenir, enroulés suivant une hélice dont l'axe coïncide avec les fils de cocon.

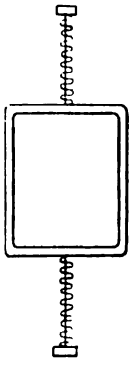


Fig. 351.

Pour une même déviation du cadre, la torsion de ces fils produit un couple égal à celui qu'on atteindrait si, au lieu d'être enroulés en hélice, ils étaient développés en ligne droite. Il suffit donc, pour que

Digitized by Google

les formules données plus haut s'appliquent à cette nouvelle disposition, de remplacer dans la dernière d'entre elles, l par la longueur développée en ligne droite de l'hélice formée par chacun des fils adducteurs du courant.

Cette disposition est représentée fig. 351.

612. — Exemple de calcul d'un galvanomètre à circuit mobile. — Nous allons faire, pour un galvanomètre à circuit mobile, des calculs numériques du même genre que ceux qui ont été développés précédemment pour les galvanomètres à circuit fixe. Au lieu d'avoir recours à la formule générale qui vient d'être démontrée, nous calculerons successivement chacun des éléments de l'instrument en supposant d'abord qu'il est destiné à mesurer des intensités de courants ou des différences de potentiel très petites.

La conséquence immédiate de cette hypothèse, est que le fil de suspension doit être d'un diamètre très faible. Pour rester dans les limites *pratiques*, c'est-à-dire celles au delà desquelles l'instrument deviendrait d'un maniement trop délicat, nous supposerons que ce diamètre est de 1/20e de millimètre et que le poids du cadre mobile ne doit pas dépasser 15 grammes. Nous donnerons au cadre 5 centimètres de côté, et nous supposerons qu'il se meut dans un champ magnétique de 500 unités.

Examinons d'abord le cas où l'instrument est destiné à la mesure de courants d'une très faible intensité, engendrés par une source de *f.e.m.* de grandeur moyenne, mais dans le circuit de laquelle se trouvent intercalées de très grandes résistances. Le problème à résoudre est alors très simple, car l'intensité du courant n'étant influencée que d'une manière insensible par la résistance propre du galvanomètre, nécessairement faible en comparaison de celle du circuit, nous obtiendrons la sensibilité la plus grande possible, en constituant le circuit mobile avec un fil de la plus grande longueur possible pour le poids de 15 grammes.

Nous adopterons donc le fil le plus fin que l'on puisse enrouler pratiquement sans trop de peine sur un cadre. Ce fil est, suivant nous, celui dont le diamètre métallique est de 15/100es de millimètre,

Digitized by Google

et dont une longueur de 1 mètre pèse à peu près $0^{gr},16$ en présentant une résistance de $0^{\omega},9$.

En prenant une longueur totale de 80 mètres, le poids du fil atteindra $12^{gr},8$ et sa résistance 72 ohms.

Le périmètre d'une spire est égal à $4 \times 5 = 20$ centimètres; il y aura donc 400 spires ayant chacune 25 centimètres carrés de surface.

Le couple développé par un courant de $\frac{1}{1000}$ d'ampère ou $\frac{1}{10000}$ d'unité C.G.S., aurait pour valeur

$$400 \times 25 \times 500 \times 0,0001 = 500 \text{ dynes-centimètre.}$$

Le fil de suspension (en argent) ayant $\frac{1}{20}$ de millimètre de diamètre, exige, pour être tordu d'un angle égal à l'unité, un couple que la formule et les données numériques du n° 265 permettent de calculer aisément, et dont la valeur est de 17,5 dynes-centimètre pour un fil de 1 centimètre de longueur. Si les fils de suspension ont chacun 10 centimètres, il est facile de voir que leur torsion simultanée, correspondante à une libre déviation du cadre, égale à l'unité, développe le même couple que celui que produirait un fil unique deux fois moins long, c'est-à-dire ayant 5 centimètres.

Le couple correspondant à une déviation de $57°,3$ (angle-unité), a donc pour valeur

$$\frac{17,5}{5} = 3,5 \text{ dynes-centimètre.}$$

Le courant de 1 milli-ampère produit, d'autre part, un couple égal à 500 dynes-centimètres.

Une déviation du cadre égale à l'angle unité, correspond donc à une intensité égale à $\frac{3,5}{500} = 0,007$ de milli-ampère, et une déviation angulaire de $\frac{1}{1000}$ (1 millimètre au bout d'une aiguille de 1 mètre), à une intensité d'environ $\frac{1}{140\,000}$ de milli-ampère ou $\frac{1}{140\,000\,000}$ d'ampère.

Si l'instrument était destiné à la mesure des différences de potentiel, le diamètre du fil enroulé sur le cadre devrait être

Digitized by Google

modifié de façon que la résistance de l'enroulement fût égale à celle des fils de suspension, c'est-à-dire à $1^{\omega},6$. Les formules générales du n° 290, permettraient de trouver immédiatement le diamètre et la longueur du fil satisfaisant à cette condition. Mais pour des raisons d'ordre pratique, nous préférons en employer d'autres dans lesquelles les unités de longueur, de diamètre, de résistance, etc., sont toutes choisies arbitrairement, ainsi d'ailleurs que nous l'avons fait plus haut dans un autre exemple numérique.

Soit deux conducteurs cylindriques de même substance, ayant, le premier, un diamètre d et une longueur l; le second, un diamètre d' et une longueur l'.

On peut mettre l'expression de leur résistance R et R', sous la forme

$$R = r_1 \frac{l}{d^2} \qquad R' = r_1 \frac{l'}{d'^2}$$

et celle de leurs poids P et P', sous la forme

$$P = p_1 d^2 l, \qquad P' = p'_1 d'^2 l',$$

r_1 et p_1 étant des coefficients numériques qui ne dépendent que de la matière du conducteur.

De ces quatre équations, on tire facilement les deux suivantes [1]

$$\frac{l'}{l} \sqrt{\frac{P'}{P} \cdot \frac{R'}{R}}, \qquad \frac{d'}{d} = \sqrt[4]{\frac{P'}{P} \cdot \frac{R}{R'}}$$

qui nous permettent de trouver les rapports $\frac{l'}{l}$, $\frac{d'}{d}$, en fonction du rapport des poids et du rapport des résistances des deux conducteurs.

Or, un fil de cuivre pur de 1^{mm} de diamètre et de 1 mètre de longueur, pèse 7 grammes et a une résistance égale à $0^{\omega},02$; nous prendrons donc

$$l = 1, \qquad d = 1, \qquad P = 7, \qquad R = 0{,}02$$

et nous voulons connaître le diamètre d' et la longueur l' d'un autre

[1] L'avantage de ces formules est, comme nous l'avons déjà dit à l'occasion d'un autre problème, de permettre d'employer plusieurs espèces d'unités différentes n'ayant même aucun lien entre elles. Ainsi, l'unité de longueur peut être complètement différente de l'unité de diamètre.

Digitized by Google

fil pour lequel on a

$$P' = 12{,}8, \qquad R' = 1{,}6.$$

Le calcul exact donnant pour d' une valeur d'environ $\frac{39}{100}$ de millimètre, nous adopterons

$$d' = 0{,}4.$$

Le fil de cuivre de 0,4 de diamètre pesant

$$7^{gr} \times (0{,}4)^2$$

par mètre courant, nous donnerons à l'enroulement une longueur totale de 12 mètres, ce qui correspond à 13 grammes et à 60 spires; la résistance de ce fil a pour valeur

$$\frac{0{,}02}{(0{,}4)^2} \times 12 = 1^{\omega},5.$$

Les calculs que nous venons de faire, concernant l'intensité du courant nécessaire pour dévier le cadre mobile d'un angle égal à $\frac{1}{1000}$, vont nous permettre de déterminer à quelle différence de potentiel correspond cette même déviation avec le nouvel enroulement.

En effet, nous avons trouvé que l'intensité du courant nécessaire pour produire cette déviation était égale, avec le premier cadre contenant 400 spires, à $\frac{1}{140000000}$ d'ampère; le second cadre ne contenant que 60 spires, exigera un courant égal à cette intensité multipliée par le rapport de 400 à 60.

La *d. d. p.* nécessaire pour faire passer ce courant dans le second cadre, aura pour valeur le produit de l'intensité dudit courant par la résistance totale

$$(1{,}6 + 1{,}5) \text{ ohm}$$

de l'appareil. Elle sera donc égale à

$$\frac{1}{140000000} \times \frac{400}{60} \times 3{,}1 = \frac{1 \text{ volt}}{6770000} = 0^{v},000000147.$$

Il est intéressant de comparer ce nombre à celui qu'on aurait obtenu avec le cadre primitif dont la résistance est beaucoup plus

Digitized by Google

grande. Cette résistance (72 ohms) ajoutée à la résistance des fils de suspension ($1^{\omega},6$), donne un total de $73^{\omega},6$.

La déviation angulaire de $\frac{1}{1000}$ correspond à un courant de $\frac{1}{140000000}$ d'ampère, mais ce courant exige, pour traverser l'appareil, une différence de potentiel égale à

$$\frac{1}{140000000} \cdot 73^{\omega},6 = \frac{1 \text{ volt}}{1900000}.$$

C'est un nombre plus de 3 fois 1/2 aussi grand que celui que nous avons trouvé lorsqu'on emploie le second cadre.

Quant à l'intensité du courant nécessaire pour dévier ce dernier d'un angle de $\frac{1}{1000}$, on trouve facilement qu'elle est égale à $\frac{1 \text{ amp.}}{21000000}$.

613. — Causes de l'infériorité des appareils à circuit mobile sur les appareils à circuit fixe au point de vue de la sensibilité. — La sensibilité de l'appareil à circuit mobile que nous venons d'étudier, peut être obtenue facilement et même dépassée de beaucoup avec les appareils à circuit fixe, même quand ils ne sont pas astatiques.

Nous allons voir, en effet, que l'appareil à circuit mobile développe, pendant son mouvement dans le champ magnétique, une *f. e. m.* inverse de la *d. d. p.* et assez intense pour que, sous l'influence d'une *d. d. p.* ne dépassant pas $\frac{1}{100000}$ de volt, le cadre ne puisse prendre qu'une vitesse extrêmement petite et mette, par conséquent, un temps extrêmement long à atteindre sa position d'équilibre.

En effet la *f. e. m.* développée par la portion des côtés verticaux, qui constitue ce que nous avons appelé *le fil efficace*, a pour mesure, d'après le théorème du flux de force coupé (404), $\mathcal{H}.2Nl.V$; expression dans laquelle $\mathcal{H}$ représente l'intensité du champ ; N, le nombre de spires du cadre ; *l*, la longueur efficace du fil d'une spire ; V, la vitesse *linéaire* de la spire moyenne. Si nous faisons

Digitized by Google

$V = 1$ centimètre par seconde, $l = 5^c$, $N = 60$, $H = 500$; la valeur de la *f. e. m.* d'induction sera de 300000 unités C. G. S., soit en volts

$$\frac{300000}{100000000} = 0{,}003.$$

Il suffirait donc que la spire moyenne eût une vitesse linéaire égale à $\frac{1}{300}$ de centimètre par seconde, pour que le cadre engendrât une *f. e. m.* égale à $\frac{1}{100000}$ de volt, c'est-à-dire, pour qu'elle fît équilibre à la *d. d. p.* supposée, et empêchât par conséquent la production d'un courant et, par suite, d'une force motrice quelconque. La vitesse réellement atteinte par le cadre, est donc nécessairement plus petite. Or, cette vitesse de $\frac{1}{300}$ de centimètre par seconde, correspond à une vitesse angulaire que l'on obtient en la divisant par le rayon du cercle décrit par la spire moyenne, $2^c,5$, soit : $\frac{1}{750}$. Mais un arc de un millième correspondant à $\frac{1}{6770000}$ volt, la déviation angulaire correspondante à $\frac{1}{100000}$ de volt est égale à $\frac{67{,}7}{1000}$, et si le cadre était animé d'une vitesse angulaire uniforme égale à $\frac{1}{750}$, *il mettrait plus de* 50 *secondes pour arriver à la position d'équilibre*. En réalité, il mettra beaucoup plus de temps encore parce que sa vitesse va en diminuant à mesure qu'il approche de cette position, comme il est facile de le démontrer. C'est d'ailleurs un sujet sur lequel nous reviendrons lorsque nous traiterons de la mesure des petites quantités d'électricité au moyen du galvanomètre balistique.

Mais il ne faudrait pas croire que cette lenteur dans les indications, lorsque le potentiel est très petit, est un inconvénient spécial au galvanomètre à circuit mobile.

Tous les appareils de mesure quels qu'ils soient, dans lesquels on met en œuvre un phénomène mécanique produit par le courant, développent une *f. e. m.* inverse de la *d. d. p* et sont d'autant plus lents

Digitized by Google

dans leurs indications que l'action mécanique produite est plus considérable.

L'infériorité des appareils à circuit mobile tient donc uniquement à la difficulté d'obtenir des fils de torsion dont le couple puisse atteindre une valeur aussi petite que celle que l'on atteint facilement avec les appareils à circuit fixe à aiguilles astatiques.

614. — Dispositions de galvanomètres à circuit mobile et à aimant permanent permettant l'emploi de petits aimants quelles que soient les dimensions du cadre. — Les dimensions du faisceau aimanté sont naturellement proportionnelles à celles du cadre ; il en résulte que si l'on voulait faire un appareil d'une très grande sensibilité, ayant un cadre embrassant une grande surface, on serait conduit à employer un faisceau aimanté très lourd et très volumineux dans lequel l'intensité d'aimantation serait nécessairement beaucoup plus faible que dans les aimants de petite taille, ainsi que nous l'avons expliqué dans le chapitre relatif au magnétisme.

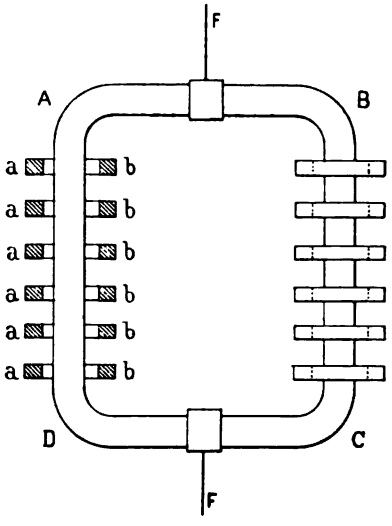


Fig. 352.

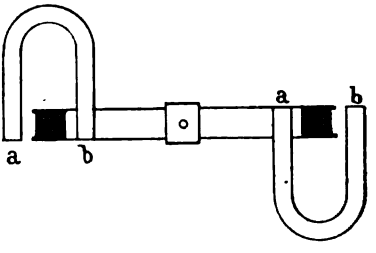


Fig. 353.

Les figures 352 et 353 représentent une disposition qui a pour but de parer à cet inconvénient en permettant l'emploi de petits aimants, quelles que soient les dimensions du cadre.

Digitized by Google

Les côtés verticaux AD, BC du cadre ABCD, se meuvent entre les branches d'une série d'aimants en U (*ab*, *ab*, ...) séparés les uns des autres par un intervalle suffisant pour ne pas s'influencer d'une façon notable. Tous ces aimants sont orientés de la même façon et placés dans des plans horizontaux parallèles, de façon que leurs actions sur les côtés verticaux du cadre soient concourantes.

Le champ magnétique de ces aimants n'ayant qu'une faible étendue, la déviation angulaire du cadre doit être nécessairement très petite ; cette forme d'appareil entraîne donc nécessairement l'usage de la méthode acinétique dans laquelle le cadre est constamment ramené au zéro par la torsion du fil de suspension.

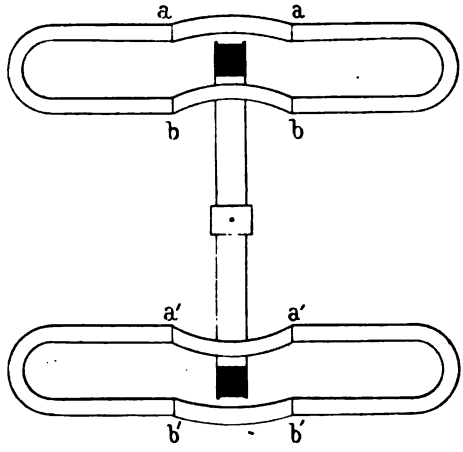


Fig. 354.

La figure 354 représente une modification de l'appareil précédent permettant de lui appliquer la méthode de libre déviation. Les côtés verticaux du cadre se meuvent entre deux pièces de fer doux *aa*, *bb*, *a'a'*, *b'b'*, en forme d'arcs de cercle dont le centre est situé sur l'axe du cadre mobile.

Le nombre des aimants est doublé de façon que chaque pièce de fer soit appliquée par ses extrémités contre les pôles de même nom de deux aimants symétriquement placés. L'amplitude du mouvement du cadre, dépend de la longueur du canal constitué par les deux pièces de fer doux correspondantes à un même côté du cadre.

Digitized by Google

La figure 355 représente encore une autre disposition qui a surtout pour but d'obtenir une sensibilité presque illimitée avec des cadres de très petite dimension, ayant par conséquent une faible résistance et un faible poids ; mais, comme la première disposition, elle se prête beaucoup mieux à l'emploi de la méthode acinétique qu'à celui de la méthode de libre déviation. L'équipage mobile se compose de quatre cadres soudés deux à deux et dans l'intérieur desquels sont placés les pôles A, B, de deux aimants en U. Pour renforcer l'action de ces aimants, nous avons placé parallèlement à leurs plans, des lames de fer doux situées dans la région polaire, le plus près possible des aimants. Des quatre côtés de chaque cadre, il y en a donc trois

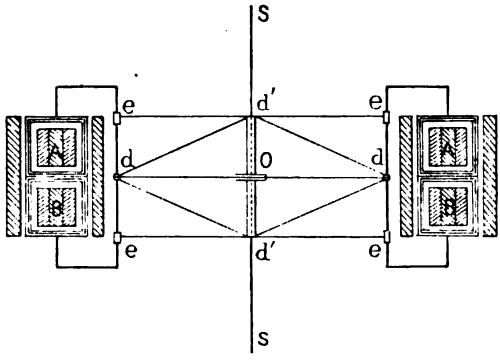


Fig. 355.

qui se meuvent dans des champs magnétiques dont les dimensions, comptées dans le sens des lignes de force, sont très petites et dont, par suite, l'intensité est relativement considérable. Les deux paires de cadres fixées à des attaches rigides *ede*, *ede*, sont soudées en *dd*, aux extrémités d'un bras de levier d'une longueur qui peut atteindre vingt centimètres, formé d'une paille de blé O*d*, à laquelle on donne une grande rigidité au moyen de haubans *dd'*, *dd'*, constitués par de simples fils à coudre fixés aux extrémités d'un petit axe rigide soudé d'autre part à deux fils métalliques *d's*, *d's*, jouant le même rôle que dans les appareils précédents.

Il est à peine nécessaire de dire que le sens du courant dans les cadres doit être tel que toutes les actions soient concourantes ; il en

Digitized by Google

résulte qu'il est de sens contraire dans les deux fils d'une même paire de cadres.

Cette dernière disposition pourrait être modifiée, de façon à augmenter encore l'effet produit par un poids donné d'aimants ; on peut, en effet, séparer toutes les lames du faisceau AB, les orienter alternativement dans des sens contraires (de sorte que si elles étaient réunies en faisceau elles auraient un champ extérieur sensiblement nul) en les laissant à une faible distance les unes des autres et entourer chaque pôle d'un petit cadre complet contenant très peu de fil. Les lames d'un tel ensemble exerceraient les unes sur les autres un effet très favorable à cause de l'alternance de leurs pôles.

615. — Description de quelques modèles usuels de galvanomètres ou ampèremètres à circuit mobile et aimants permanents fixes. — Les types de galvanomètres ou ampèremètres les plus fréquemment employés se divisent en deux classes :

1° Les galvanomètres de laboratoire destinés aux mesures délicates ;

2° Les galvanomètres ou ampèremètres destinés aux usages industriels.

Le galvanomètre *Deprez-d'Arsonval*, tel qu'il est construit par la maison Carpentier, est le type le plus connu de l'instrument destiné aux mesures délicates. Il est représenté par la figure 356 dont il est inutile de faire la description étant donnés les détails très complets dans lesquels nous sommes entrés sur les galvanomètres à circuit mobile. La lecture des déviations est faite au moyen d'un miroir concave fixé à l'équipage mobile et qui projette, sur une échelle transparente, l'image d'un fil très fin. Cette image se détache en noir sur un petit carré lumineux et indique la déviation du cadre mobile par la division de l'échelle devant laquelle elle s'arrête.

Chaque instrument possède deux cadres que l'on peut facilement substituer l'un à l'autre grâce à une disposition particulière et dont l'un a une résistance d'environ 1 ohm (fils de suspension compris) tandis que l'autre a près de 200 ohms. Ils contiennent à peu près le même poids de cuivre de sorte que leur sensibilité est environ dans le rapport de 1 à 14 lorsque l'intensité du courant est la même

Digitized by Google

dans les deux cadres et de 14 à 1 lorsque c'est la différence de potentiel à leurs bornes qui est donnée.

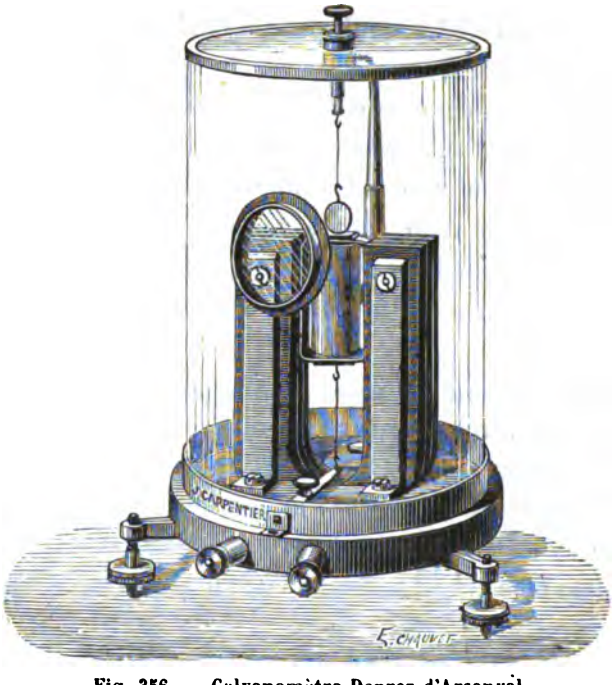


Fig. 356. — Galvanomètre Deprez-d'Arsonval.

Voici d'ailleurs les résultats de quelques mesures prises sur un de ces appareils :

Résistance du cadre à gros fil et des fils de supension (à 15°) ; 0,873

Intensité du courant produisant une déviation égale à 1 millimètre mesurée sur l'échelle placée à 1^{m} de l'appareil. . . . 0^{A},00000847

ou $\frac{1}{117700}$ d'ampère.

Différence de potentiel correspondante aux bornes de l'appareil en volts. 0,000 0074

ou environ $\frac{1}{135000}$ de volt.

Résistance du cadre à fil fin . . . . . 197 ohms

Intensité du courant produisant une déviation de 1^{mm} sur l'échelle

Digitized by Google

placée à 1ᵐ de l'appareil 0,000 000 435

ou environ $\frac{1}{2300000}$ d'ampère.

Différence de potentiel correspondante mesurée aux bornes 0,0000857

On voit que le rapport des déviations des deux cadres est égal à 11 1/2 environ au lieu de 14 ; cela n'a rien qui doive surprendre, étant donné que le rapport de l'épaisseur de la couche isolante au diamètre du fil métallique n'est pas le même, et que les poids de cuivre enroulé sur les deux cadres, ne sont pas exactement identiques.

Pour augmenter la sensibilité du galvanomètre de ce type, sans avoir recours à l'emploi de fils de suspension d'une ténuité excessive, M. Abraham a employé l'artifice que nous avons étudié en détail dans le nº 554. Il dit être parvenu ainsi à centupler la sensibilité primitive de l'appareil auquel il a appliqué ce procédé dont l'inconvénient est d'augmenter considérablement le temps que le cadre met à revenir au zéro.

616. — Ampèremètre à indications proportionnelles aux intensités de M. Marcel Deprez. — Les instruments destinés aux usages industriels (Ampèremètres et Voltmètres) ont naturellement une forme différente de ceux que l'on emploie pour les mesures de laboratoires. Le premier type de ce genre qui ait été construit (fig. 357) est celui que nous avons étudié pour la mesure des courants et des potentiels mis en œuvre dans nos expériences de transmission de la force par l'électricité entre Creil et Paris. Cet appareil est une modification du galvanomètre Deprez-d'Arsonval ; il a été construit en 1884 dans l'atelier de Creil et a donné d'excellents résultats. Il différait du type de laboratoire par la disposition du faisceau aimanté dont les lames AB étaient séparées les unes des autres, et surtout par l'emploi de pièces polaires disposées de façon à donner aux lignes de force du champ magnétique une direction convergeant vers l'axe de rotation du cadre, et une intensité constante. Il résulte de cette disposition que l'effort exercé sur les fils verticaux du cadre mobile D, lorsqu'il est traversé par un courant constant, est indépendant de la position de ce cadre, même lorsque son déplacement angu-

Digitized by Google

laire total atteint un tiers de circonférence. La figure 357 montre d'une manière suffisamment claire la disposition des pièces polaires CC, et du tube de fer central E pour que nous n'entrions pas dans de plus grands détails à ce sujet.

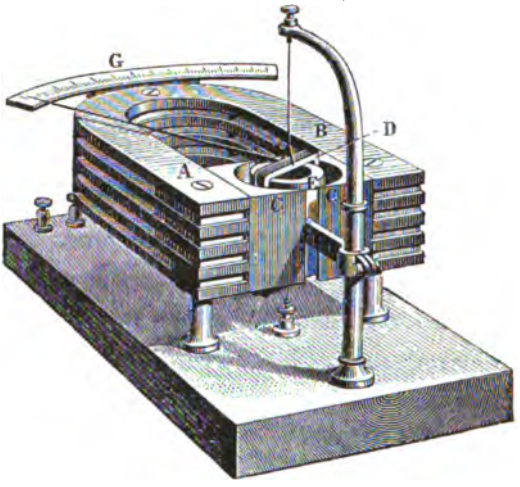


Fig. 357. — Ampèremètre à indications proportionnelles aux intensités de M. Marcel Deprez.

Un instrument construit dix années plus tard figure sur la couverture du catalogue d'une maison de construction qui donne ce modèle comme lui étant dû. On peut constater la similitude presque complète des deux figures dont la première est reproduite d'après une gravure du Journal *La Lumière Electrique* en date du 13 Décembre 1884.

617. — Ampèremètre de MM. Chauvin et Arnoux. — Enfin

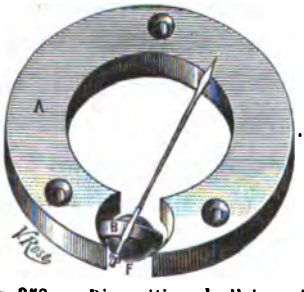


Fig. 358. — Disposition de l'aimant permanent.

Fig. 359. — Champ annulaire de l'appareil.

les figures 358 et 359 représentent la disposition d'ampèremètre

Digitized by Google

industriel à circuit mobile adoptée par MM. Chauvin et Arnoux. Il diffère surtout de l'instrument que nous avions fait construire en 1884 par la substitution d'un ressort spiral plat, que nous avons déjà décrit (559), au fil de torsion qui occupe en hauteur une place considérable, et par l'emploi de pivots dont le frottement est, il faut le reconnaître, tellement petit, que l'aiguille au repos ne s'écarte pas du zéro d'une quantité appréciable. Ils peuvent alors se placer dans toutes les positions et être par exemple posés verticalement contre une muraille, ce qui est d'ailleurs leur position habituelle.

§ 3. — APPAREILS A CIRCUIT FIXE ET A AIMANT TEMPORAIRE MOBILE

618. — **Généralités.** — Cette catégorie d'appareils n'est employée que pour les mesures industrielles à cause de la difficulté de faire disparaître la force directrice considérable qui s'exerce sur une aiguille en fer doux aimantée par l'action d'un champ magnétique dans lequel elle est placée. On peut, à la vérité, créer ce champ magnétique par l'action même du courant qu'il s'agit de mesurer et c'est d'ailleurs ce qu'on fait dans un certain nombre d'instruments que nous allons décrire, mais alors il se présente une autre difficulté due à ce que lorsque les courants qu'il s'agit de mesurer ont une faible intensité, ils communiquent à l'aiguille de fer doux une aimantation proportionnelle à cette même intensité, de sorte que le couple exercé sur l'aiguille étant proportionnel au produit de son moment magnétique par l'intensité du courant, devient par cela même proportionnel au carré de l'intensité du courant. Le carré d'une petite quantité étant très petit par rapport à cette quantité, on voit que la force directrice du courant serait beaucoup plus faible que si l'on employait une aiguille d'acier préalablement aimantée.

619 — **Procédé pour aimanter une tige de fer doux au moyen d'un courant électrique sans faire naître de force directrice.** — On peut cependant, comme nous allons le montrer,

Digitized by Google

aimanter une tige de fer doux au moyen d'un courant électrique sans faire naître aucune force directrice.

Soit une bobine cylindrique BB (fig. 360) dans l'intérieur de laquelle est placée une tige de fer doux F dont l'axe de figure AA′ (qui est en même temps un axe de rotation) coïncide avec celui de la bobine et dont la longueur est telle qu'elle sort de la bobine d'une quantité notable à chaque extrémité. Si on lance un courant dans la bobine, il est évident que la tige F prendra une aimantation qui pourra être très énergique et que, cependant, elle ne sera soumise à aucune force directrice, à la condition que toutes ses molécules, ainsi que

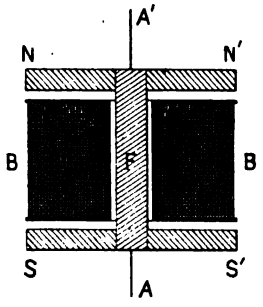


Fig. 360.

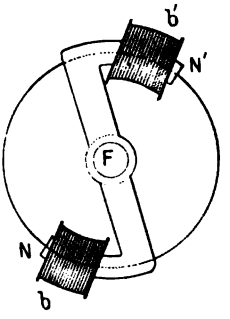


Fig. 361.

celles du solénoïde qui l'entoure, soient symétriquement réparties par rapport à l'axe de figure commun AA′.

Ceci posé, si l'on applique à chaque extrémité de la tige F, des barreaux rectilignes de fer doux NN′, SS′, disposés de façon qu'ils soient aussi rigoureusement symétriques par rapport à AA′, le pôle supérieur de F se transportera aux extrémités N et N′ du barreau supérieur qui sera ainsi transformé en un aimant à pôles conséquents égaux; il en sera de même du pôle inférieur qui donnera naissance à un second aimant à pôles de même nom S et S′, égaux et opposés aux pôles N et N′ du premier barreau.

La figure 361 montre comment on peut utiliser la puissance magnétique de ces pôles en les recourbant en arc de cercle et en les introduisant dans de petites bobines *b*, *b′*, dans lesquelles on lance le courant que l'on veut mesurer. La même disposition étant appliquée

Digitized by Google

aux pôles S, S′, on obtient ainsi un galvanomètre à quatre bobines, absolument indifférent à l'action des champs magnétiques extérieurs tels que celui de la Terre. L'axe de rotation AA′ peut d'ailleurs être constitué par un double fil de suspension et de torsion comme dans les galvanomètres à circuit mobile décrits plus haut, ou bien monté sur pivots. Dans ce dernier cas, son poids peut être équilibré d'une façon très élégante par des actions purement magnétiques sans y ajouter aucun organe nouveau. Il suffit pour cela de supprimer le barreau supérieur NN′ et de couper le noyau F un peu plus bas que le plan de la face supérieure de la bobine BB, de façon que ce noyau soit de bas en haut, attiré par ladite bobine, et produise ainsi une force, de sens contraire à la pesanteur, que l'on peut d'ailleurs graduer en soulevant plus ou moins la bobine.

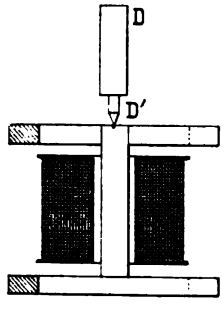


Fig. 362.

On peut aussi, si l'on veut conserver les quatre bobines *bb′*, *bb′*, réaliser la suspension magnétique de l'équipage mobile au moyen d'un noyau de fer DD′ (fig. 362) situé sur le prolongement du noyau mobile et terminé par une pointe D′ qui entre dans un petit trou en rubis pratiqué à la partie supérieure du noyau mobile.

620 — Dispositions d'aimants temporaires mobiles aimantés par des aimants permanents. — Au lieu d'aimanter le noyau mobile au moyen d'un solénoïde, on peut se servir d'aimants permanents régulièrement disposés autour de lui, l'enveloppant entièrement, dont les pôles de même nom sont appliqués contre une couronne de fer doux concentrique au noyau mobile et créant, autour

Digitized by Google

des extrémités de celui-ci, des champs magnétiques circulaires, parfaitement uniformes, dont elles occupent le centre.

La figure 363 montre cette disposition d'une façon suffisamment claire pour que nous considérions comme inutile d'en donner la description. Nous avons supposé d'ailleurs que, pour tirer un meil-

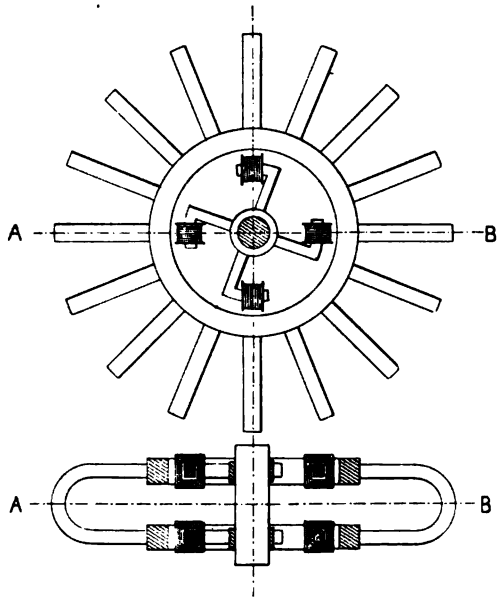


Fig. 363.

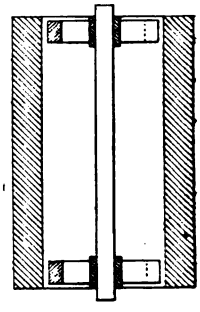


Fig. 364.

leur parti de l'étendue des champs magnétiques ainsi engendrés, on faisait agir quatre bobines à chacune des extrémités polaires du noyau, munies pour cela, de quatre bras chacune.

Remarquons enfin que l'on pourrait, pour créer le champ magnétique, se servir d'un tube d'acier aimanté (fig. 364) à parois épaisses.

621. — Galvanomètre dit « à arêtes de poisson ». — Les dispositifs que nous venons de décrire, sont surtout destinés à la mesure des courants très faibles ; c'est pour ce motif qu'ils ont été combinés de manière que la force directrice exercée sur l'équipage mobile par la bobine magnétisante (ou par les aimants qui la remplacent) soit, sinon nulle, du moins extrêmement petite.

Digitized by Google

Mais cette condition n'est plus nécessaire quand il s'agit de la mesure des courants industriels dont l'intensité et l'énergie disponible, permettent facilement de produire des efforts relativement considérables. On peut alors laisser les aimants ou la bobine magnétisante exercer, sur les pièces mobiles en fer doux, un effort directeur dont l'intensité même a pour conséquence une grande rapidité dans les indications de l'instrument et une extinction rapide des oscillations. Le premier instrument de ce genre qui ait été construit est le galvanomètre à indications rapides, que nous avons imaginé en 1879. La fig. 365 représente schématiquement la disposition de l'appareil et la figure 366 le représente dans son ensemble.

Cet appareil se compose d'un faisceau aimanté AB (fig. 365) entre

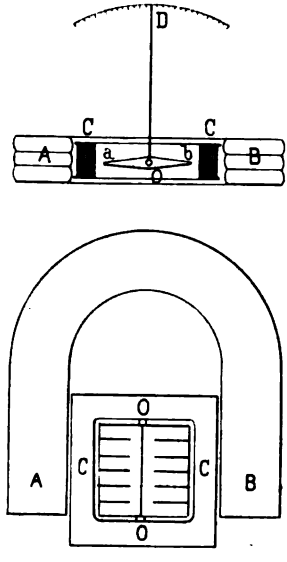


Fig. 365.

les branches duquel est placée une petite palette de fer doux *ab* mobile autour d'un axe O perpendiculaire aux lignes de force de l'aimant, et entourée d'un cadre CC sur lequel est enroulé le fil parcouru par le courant. Le champ magnétique créé à l'intérieur du cadre par le passage du courant, se compose avec le champ primitif de l'aimant et c'est suivant la résultante de ces deux champs que se place l'aiguille en fer doux *ab*.

Digitized by Google

Lorsqu'aucun courant ne passe dans le fil du cadre, l'aiguille se dirige suivant les lignes de force du faisceau aimanté qui lui communique une aimantation énergique, et si après l'avoir déviée de sa position d'équilibre naturel, on l'abandonne brusquement à elle-même, elle y revient en exécutant une série d'oscillations dont la rapidité peut être calculée au moyen de la formule que nous avons démontrée au n° 217. Dans le premier modèle, construit exprès pour l'étude des valeurs successives d'un courant brusquement lancé dans les bobines d'un puissant électro-aimant, la palette *ab* et l'aiguille de paille OD qui lui étaient fixées, effectuaient plus de 30 oscillations simples par seconde. Nous avons d'ailleurs pu aller beaucoup au-delà en concentrant le champ magnétique de l'aimant au moyen de lames de fer doux *ll'* (fig. 367) de quelques millimètres d'épaisseur, qui divisent en deux parties égales, par un plan horizontal, la bobine CC et dont les bords s'arrêtent à une faible distance de la palette mobile *ab*. Celle-ci est alors soumise à un effort directeur considérable et la rapidité de ses oscillations ne peut être comparée qu'à celle des vibrations d'un diapason [1].

Cette extrême rapidité des oscillations propres d'un système mobile, est une des conditions fondamentales qu'il doit remplir pour indiquer avec exactitude les valeurs successives d'une force qui varie d'une manière continue (c'est-à-dire sans soubresauts). Aussi cet instrument permet-il d'étudier facilement la marche de certains phénomènes, que les autres galvanomètres ne permettent même pas de constater. Tel est, par exemple, l'enregistrement des valeurs successives du courant d'une pile lorsqu'on vient à le lancer dans un puissant électro-aimant. On voit dans ce cas (dit M. Niaudet dans la note déjà citée) « l'intensité varier et croître pendant un temps fort long qui peut s'étendre à une minute dans certaines circonstances spéciales. »

Enfin ce modèle de galvanomètre permet un contrôle très facile

(1) C'est d'ailleurs l'impression que produisait déjà l'aspect des oscillations du premier modèle dépourvu cependant des lames auxiliaires que nous venons de décrire. (Voir la description de cet instrument, par M. Niaudet, dans les Séances de la Société Française de Physique (séance du 5 mars 1880).

Digitized by Google

de la constance du champ magnétique de l'aimant ; il suffit pour cela de suspendre au bout d'un bras de levier horizontal, fixé à la palette de fer doux, un petit poids toujours le même (10 grammes par exemple) et de lire la déviation correspondante de l'aiguille. Si

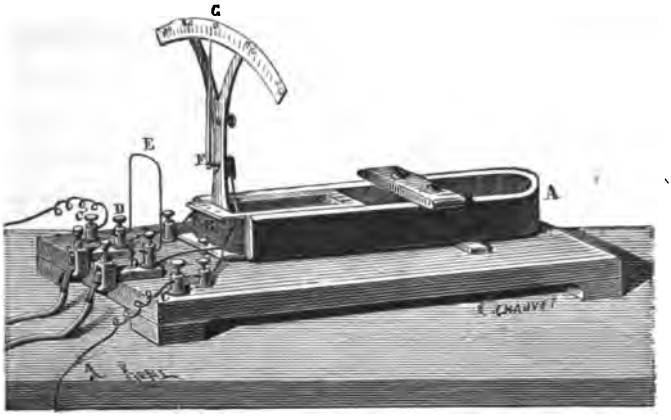


Fig. 366. — Galvanomètre à indications rapides de M. Marcel Deprez.

cette déviation n'a pas toujours la même valeur, cela indique que le champ de l'aimant a varié. On peut alors faire glisser ce dernier parallèlement à l'axe de rotation de la petite armature mobile, jusqu'à ce que la variation du champ, qui résulte de l'enfoncement plus ou moins grand de l'aiguille entre les branches de l'aimant, ait pour conséquence de ramener la déviation à sa valeur normale. On est ainsi averti que le moment magnétique de l'aiguille a repris aussi sa valeur parce que cette aiguille, étant en fer doux, possède un moment magnétique qui est une fonction déterminée de l'intensité du champ dans lequel elle est placée et que le couple, exercé sur elle, est égal au produit de son moment par l'intensité du champ.

Ce contrôle peut même devenir permanent si l'on fixe à demeure le petit poids à l'extrémité du bras de levier ; il en résulte un changement du zéro de la graduation et la nécessité de ne lancer dans le cadre que des courants d'un sens déterminé.

Dans le modèle que nous venons de décrire, l'amplitude des déviations de l'aiguille ne peut être considérée comme proportionnelle à l'intensité du courant que dans des limites assez restreintes. Pour

Digitized by Google

parer à cet inconvénient et pour augmenter en même temps la sensibilité de l'instrument, nous lui avons, dans certains cas, ajouté un petit mécanisme qui permet d'augmenter considérablement la déviation angulaire de l'aiguille indicatrice, celle de l'aiguille en fer doux restant la même.

Ce mécanisme se compose simplement de deux petites poulies très

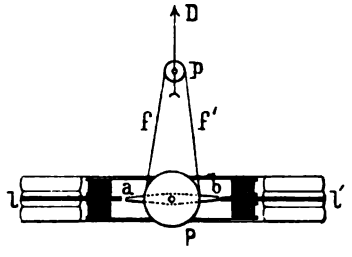


Fig. 367.

légères P et *p* (fig. 367) de diamètres très différents et reliées entre elles par un simple fil à coudre *ff'*, faisant fonction de courroie et dont on rend les glissements impossibles en l'encastrant dans chaque poulie aux extrémités les plus éloignées de leur diamètre commun. Pour la maintenir toujours tendue, on rend mobile dans le sens vertical le centre de la petite poulie *p* (qui est montée sur couteaux ainsi que la poulie inférieure P) et on le déplace jusqu'à ce que l'armature *ab* commence à se soulever légèrement. Le centre du cadran divisé devant lequel se meut l'aiguille D, est d'ailleurs solidaire de l'encoche dans laquelle reposent les couteaux qui supportent la poulie *p*, de sorte que le déplacement vertical de celle-ci n'entraîne aucun décentrement de l'aiguille par rapport au cadran.

Ce dispositif fonctionne d'une façon remarquable en ce qu'il permet d'amplifier considérablement les déviations (au moins 5 fois) sans donner lieu à aucun frottement appréciable, car l'aiguille D revient au zéro, même quand on l'en écarte très peu et très doucement, aussi exactement que dans le modèle dépourvu d'amplification. Cette absence de frottement tient à l'emploi exclusif des couteaux et d'un fil de transmission dont la raideur est inappréciable. Ce mécanisme est, à ce point de vue, bien supérieur à celui des baromètres

Digitized by Google

anéroïdes où l'on a résolu le même problème au moyen de roues dentées qui, malgré une grande perfection d'exécution, donnent lieu à des frottements qui se traduisent toujours par le manque de précision dans la position du zéro.

Dans le modèle représenté (fig. 365 et 366), on remarque que l'armature mobile en fer doux a, en projection horizontale, la forme d'un rectangle coupé par des lignes équidistantes perpendiculaires à l'axe de rotation. Cet arrangement, dont le but est d'isoler magnétiquement les unes des autres, les portions de l'aiguille qui sont placées dans des champs d'intensité différentes, donne à l'aiguille l'aspect d'une arête de poisson ; d'où le nom de galvanomètre à arête de poisson sous lequel on désigne souvent cet appareil.

622. — Ampèremètre et Voltmètre industriels Deprez-Carpentier. — Le modèle représenté par les figures 368, 369 et 370

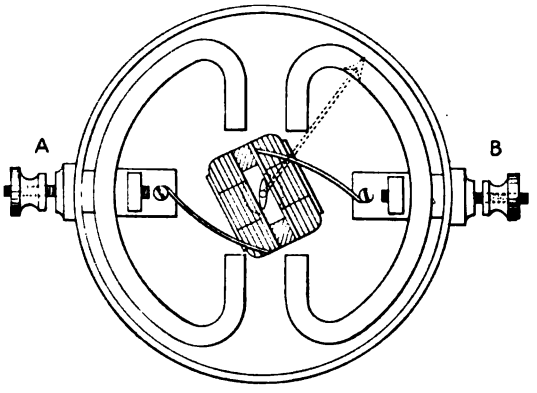


Fig. 368.

(Ampèremètre et Voltmètre Deprez-Carpentier), est tout spécialement destiné aux usages industriels.

Il ne diffère du précédent que par la disposition des organes qui le constituent. La figure 368 montre l'intérieur d'un de ces appareils ; il se compose de deux aimants recourbés, entre les pôles desquels est placée la bobine fixe parcourue par le courant; une petite palette en fer doux, située dans l'intérieur de cette bobine, peut osciller entre deux pivots. Les mouvements de cette palette sont transmis au

Digitized by Google

dehors de l'appareil, au moyen d'une aiguille qui se déplace devant un cadran divisé.

Au repos, la palette se dirige suivant les lignes de force du champ magnétique des deux aimants, mais lorsqu'on lance un courant dans

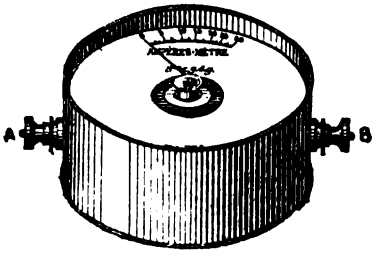


Fig. 369.

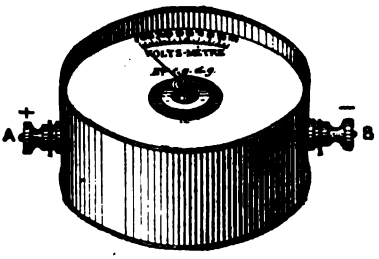


Fig. 370.

Ampèremètre et Voltmètre Deprez-Carpentier.

l'appareil, elle se place dans la direction de la résultante des champs magnétiques de la bobine et des aimants. Deux bornes A et B fixées à la boîte de l'instrument permettent de faire passer le courant dans la bobine.

623. — Galvanomètre à solénoïde. — La forme sous laquelle on emploie le plus communément les galvanomètres à circuit fixe et à aimant temporaire mobile, est celle dans laquelle une tige de fer doux, mobile dans le sens de sa longueur, est soumise à l'action d'un solénoïde parcouru par le courant qu'il s'agit de mesurer et qui, la transformant en aimant, exerce sur elle une attraction dont nous avons fait connaître la valeur dans certains cas particuliers (1er Vol., page 773) où le but à atteindre était d'obtenir l'action mécanique la plus énergique possible.

Nous avons vu (nos 402 et 403) que l'effort F exercé sur un pôle d'aimant, ou plutôt sur la région polaire A d'un aimant, par un solénoïde CD (fig. 371) dont la longueur est grande comparativement à son diamètre, a pour valeur

$$F = \mathcal{F} I_1$$

$\mathcal{F}$ désignant le flux total de force magnétique émis par la portion AD du barreau AB ; et I_1, l'intensité totale du courant qui passe dans un centimètre de hauteur du solénoïde.

Digitized by Google

Si on désigne par N le nombre total des spires enroulées sur le solénoïde, par l sa longueur, par I l'intensité du courant, dans chaque spire, on a

$$I_1 = \frac{NI}{l} \qquad \text{d'où} \qquad F = \mathcal{F}\frac{NI}{l}.$$

Fig. 371.

Mais l'intensité du flux de force $\mathcal{F}$ est une fonction de celle du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde, et cette dernière se déduit immédiatement de la formule

$$F = 4\pi n_1 \mu I$$

donnée à la fin du n° 403, et dans laquelle il suffit de remplacer μ par l'unité et n_1 par $\frac{N}{l}$ pour avoir la valeur H du champ magnétique. On trouve ainsi

$$H = 4\pi \frac{N}{l} I$$

Nous avons vu d'ailleurs que le flux de force magnétique d'un barreau de fer doux plongé dans un champ uniforme, est sensiblement proportionnel à l'intensité du champ, du moins tant que ce flux de force ne dépasse pas 5000 unités par centimètre carré. Nous pouvons donc écrire

$$\mathcal{F} = f_1 H = 4\pi f_1 \frac{NI}{l} \qquad \text{d'où} \qquad F = 4\pi f_1 \left(\frac{NI}{l}\right)^2.$$

Cette dernière expression montre que, toutes choses égales d'ailleurs, F est proportionnel au carré de l'intensité I du courant.

Nous avons vérifié l'exactitude de cette conclusion par de nombreuses expériences faites dès 1882 sur des barreaux affectant des formes très variées, telles que : simple cylindre en fer doux, cylindre entouré d'une enveloppe de fer à laquelle il est magnétiquement relié à sa partie inférieure[1] (fig. 372), électro-aimants à pôles multiples

(1) Nous avons fait de 1882 à 1884, un grand nombre d'expériences sur l'attraction exercée par un solénoïde sur un noyau à enveloppe magnétique solidaire dudit noyau. Les dimensions des noyaux ont varié de 3 à 20 centimètres de diamètre, et les efforts

Digitized by Google

de section rectangulaire très allongée. (Voir les figures de la page 775 du 1er Vol.)

On trouvera d'ailleurs, dans le numéro suivant (page 159), le

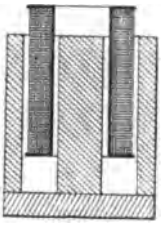


Fig. 372.

tableau des expériences faites sur une simple tige de fer cylindrique ayant 28mm de diamètre et 210mm de longueur, introduite dans un solénoïde de même longueur qu'elle, jusqu'à ce que les centres de symétrie du solénoïde et de la tige fussent situés à 37mm l'un de l'autre. On sait que lorsque ces deux points coïncident, la résultante, des efforts développés par le solénoïde sur le noyau est nulle, et que, si on les écarte en faisant mouvoir le noyau, cette résultante qui tend à les rapprocher, est d'abord sensiblement proportionnelle à l'écart, comme si la tige était sollicitée par un ressort dont l'allongement serait mesuré par la distance des deux centres.

Si on continue à faire croître cette distance, il arrive un moment où l'effort exercé sur la tige de fer passe par un maximum, puis décroît ensuite rapidement. C'est cette position correspondante au maximum d'effort qui est la plus favorable à tous égards, non seulement parce que, pour une même intensité du courant, l'effort est le plus grand possible, mais encore et surtout parce que, par cela même qu'il passe par un maximum, l'effort ne peut éprouver que des variations très petites si on imprime au noyau de fer des déplacements de faible amplitude.

---

depuis quelques kilogrammes jusqu'à 500 kilogs. Nous avons toujours trouvé : 1° que l'enveloppe magnétique reliée au noyau par une culasse, triple sensiblement l'effort obtenu sans enveloppe ; 2° que l'effort est sensiblement constant, pendant une course beaucoup plus longue que son enveloppe ; 3° qu'il reste proportionnel à I^2, dans de très larges limites.

Digitized by Google

624. — Ampèremètre-étalon à solénoïde de M. Marcel Deprez. — Les expériences dont nous donnons ci-dessous le résumé, ont été faites avec un appareil que nous avons construit vers la fin de l'année 1888 ; l'intensité du courant était mesurée au moyen d'un galvanomètre à circuit mobile, du type représenté par la fig. 357 et les efforts étaient déduits des allongements d'un ressort taré par la méthode que nous avons indiquée au n° 560 ou directement en se servant de l'appareil lui-même, comme nous allons l'expliquer.

Cet appareil, représenté en coupe verticale par la figure 373, se composait d'un solénoïde SS dans l'intérieur duquel pouvait se mouvoir un noyau de fer doux F suspendu à l'une des extrémités d'un fléau de balance *ab* dont le milieu reposait, par l'intermédiaire d'un

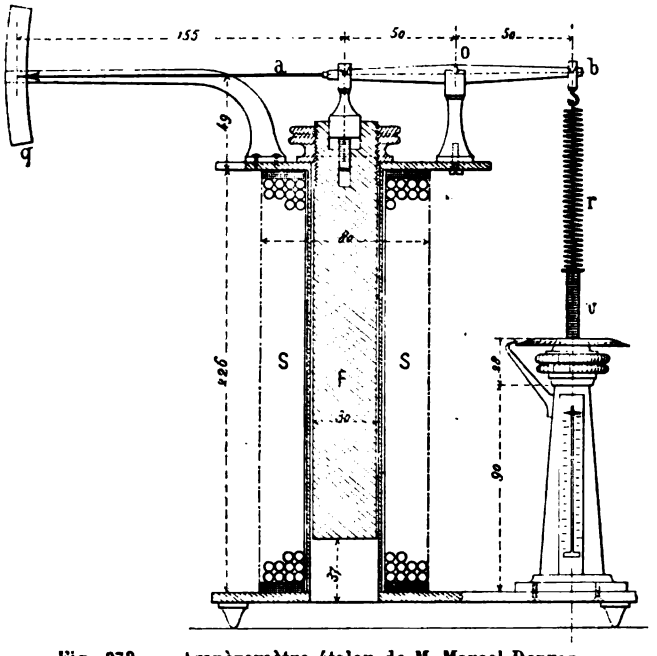


Fig. 373. — Ampèremètre-étalon de M. Marcel Deprez.

couteau, sur un point fixe O. Le poids du noyau était équilibré par l'action d'un ressort *r* agissant sur l'extrémité *b* du fléau ; la tension du ressort était telle, que l'axe du fléau devait être horizontal lorsque le solénoïde n'était traversé par aucun courant. Une aiguille très longue fixée sur le prolongement de l'axe du fléau *ab*, indiquait, par

Digitized by Google

les déplacements de son extrémité sur une règle divisée q, les mouvements du noyau dans le solénoïde. Les enfoncements de ce noyau étaient réglés au moyen d'un écrou vissé à sa partie supérieure; on pouvait ainsi ne permettre au noyau que des déplacements de très faible amplitude, suffisants pour constater qu'il était sollicité par un effort quelconque (courant ou poids) dont on évaluait la grandeur par l'allongement qu'il fallait faire subir au ressort r, pour ramener l'aiguille à sa position primitive.

Les allongements du ressort étaient mesurés au moyen d'une vis micrométrique v pouvant se mouvoir verticalement sans tourner et fixée à un curseur se déplaçant devant une règle graduée.

Afin d'obtenir un effort maximum pour une intensité de courant donnée, le centre de figure du noyau F était placé par tâtonnement à l'endroit le plus favorable.

On graduait l'appareil de la façon suivante : à la partie inférieure du noyau, on suspendait des poids de valeur croissante et on notait les allongements correspondants qu'il fallait faire subir au ressort pour ramener l'aiguille à sa position horizontale.

Les valeurs des efforts correspondants aux allongements, pouvaient être portées sur la règle divisée devant laquelle se déplaçait le cur-

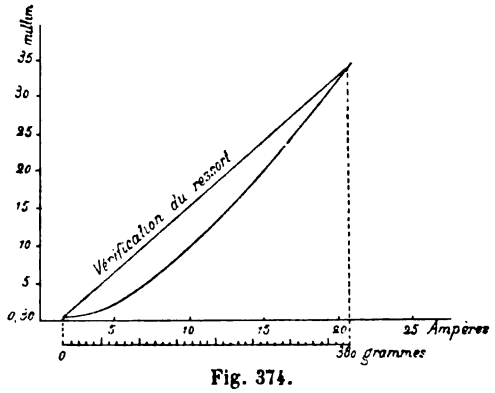


Fig. 374.

seur. On enlevait ensuite les poids et on les remplaçait par l'action attractive, sur le noyau, du solénoïde traversé par le courant; en regard de la graduation précédente, on indiquait l'intensité du courant nécessaire pour obtenir les mêmes allongements. L'appareil était

Digitized by Google

ainsi gradué et pouvait servir à mesurer soit l'effort exercé par un courant déterminé, sur le noyau F, soit l'intensité d'un courant quelconque.

Étant donnée l'invariabilité de ses indications, cet appareil, insensible aux causes extérieures de dérangements, constituait un véritable *ampèremètre-étalon*. Il exigeait, comme on l'a vu, l'emploi de la méthode acinétique.

La figure 374 représente, d'une part, la droite de vérification du ressort, obtenue en portant en abscisses les efforts en grammes appliqués au noyau, et en ordonnées les allongements correspondants, d'autre part, la courbe donnant les intensités en fonction des allongements ou réciproquement, ainsi que les efforts correspondants.

Voici le tableau des résultats obtenus :

INTENSITÉ DU COURANT Ampères	EFFORTS Grammes	VALEUR DE $\frac{F}{I^2}$
4,12	14,78	0,871
5,13	23,66	0,900
5,89	30,00	0,865
8,59	66,33	0,903
10,27	97,00	0,919
11,62	124,55	0,922
12,80	150,44	0,918
15,28	208,78	0,900
17,01	260,55	0,900
21,23	403,00	0,894
		Moyenne 0,899

Ce tableau présente quelques irrégularités qui n'empêchent pas de reconnaître que le rapport $\frac{F}{I^2}$ de l'effort au carré de l'intensité du courant, peut être considéré comme presque exactement constant dans les limites où nous avons expérimenté, c'est-à-dire jusqu'à une valeur de la force magnéto-motrice représentée par 3 400 tours ampères.

Le tableau de la page 776 du 1er volume, permet de constater facilement que cette proportionnalité entre le carré du nombre de tours-ampères et l'effort mécanique exercé, existe aussi lorsque les pièces

Digitized by Google

de fer doux, soumises à l'attraction du solénoïde, ont des formes particulières, telles que celles représentées à la page 775 et dont le but est d'augmenter beaucoup l'effort produit par un nombre donné d'ampères-tours. Pour en terminer, à ce sujet, nous donnons ici le tableau des expériences faites sur un appareil de forme identique à celle qui est représentée par la figure 287 (page 775 du 1er vol.) mais qui avait des dimensions bien plus considérables. Les quatre noyaux de fer parallélépipédiques soumis à l'action des solénoïdes, avaient en effet 15cm de côté et 33cm de longueur ; ils étaient réunis à leur partie inférieure par une forte culasse. Les huit faces, parallèles deux à deux, entre lesquelles était enroulé le fil, étaient distantes deux à deux de 10 centimètres. Chacun des noyaux était recouvert de 969 spires et le poids total de ces quatre noyaux et de leur culasse commune était de 335 kilogrammes. Voici les résultats des expériences faites sur cet appareil le 13 mars 1889 :

Intensité du Courant — Ampères	Effort développé — Kilogr.	Valeur de $\frac{F}{I^2}$	Intensité du Courant — Ampères	Effort développé — Kilogr.	Valeur de $\frac{F}{I^2}$
4	44,25	2,75	14	445,0	2,27
6	83,75	2,33	16	579,5	2,26
8	155,0	2,42	18	743,0	2,29
10	235,0	2,35	19,50	832,5	2,19
12	335,6	2,33	20,75	1000,0	2,33

En laissant de côté la première expérience, on voit que le rapport $\frac{F}{I^2}$ varie de 4 °/₀ à peine de sa propre valeur, et que sa valeur moyenne est égale à 2,31. Cependant, il semble certain que ce rapport fléchit légèrement à mesure que I augmente ainsi d'ailleurs que cela doit être, puisque si le fer était saturé (c'est ce qu'on exprime maintenant en disant que sa perméabilité tend vers l'unité), le rapport $\frac{F}{I}$ serait constant et par conséquent le rapport $\frac{F}{I^2}$ irait en décroissant indéfiniment. On remarquera que dans la dernière expérience,

Digitized by Google

l'effort a atteint le chiffre énorme de mille kilogrammes, l'intensité du courant étant de 20ᴬ,75 et le nombre de tours-ampères atteignant 20106 dans chacun des quatre solénoïdes dont la résistance collective était égale à 12ᵐ,45.

625. — Moyen de rendre sensiblement équidistantes les divisions de la graduation d'un ampèremètre à solénoïde. — La conclusion de tout ceci est que, dans des limites très écartées, et dans les conditions les plus variées de formes et de dimensions, on peut considérer le rapport de l'effort au carré du nombre de tours-ampères, comme *sensiblement* constant. Il résulte de là que si l'effort antagoniste, servant à faire équilibre à l'action du courant, est directement appliqué à la pièce de fer doux, les chemins parcourus par celle-ci dans un instrument à libre déviation, seront en général une fonction très compliquée de l'intensité du courant et que, par conséquent, les divisions du cadran sur lequel se fait la lecture de l'intensité, auront une amplitude très inégale, bien que correspondant à des accroissements égaux du courant.

C'est là un inconvénient qu'il faut éviter autant que possible dans les instruments industriels, et nous allons montrer comment on peut arriver à rendre les divisions sensiblement équidistantes. Il faut tout d'abord que le cylindre de fer doux occupe dans la bobine une position telle que si on l'en écarte notablement, l'effort exercé par le courant n'éprouve que des variations insignifiantes. Cette condition est facile à remplir ; il suffit pour cela d'employer une bobine d'une longueur égale à plusieurs fois son diamètre et de chercher par tâtonnement dans quelle position le cylindre de fer paraît sollicité, pour un courant donné, par l'effort le plus grand possible. Si la force antagoniste est produite par un ressort agissant directement sur le cylindre de fer doux, l'équation de l'équilibre est des plus simples. On aura, en désignant par x le déplacement du cylindre ; par r l'effort élastique du ressort, lorsque sa longueur naturelle est augmentée ou diminuée d'une quantité égale à 1 ; par c l'effort exercé sur le cylindre de fer lorsque l'intensité I du courant est égale à 1

Digitized by Google

$$cI^2 = rx \qquad \text{d'où} \qquad I = \sqrt{\frac{r}{c}x}.$$

On voit que l'intensité du courant est proportionnelle à la racine carrée du déplacement du cylindre. Si l'on veut que l'aiguille indicatrice parcoure sur le cadran, un chemin angulaire α proportionnel à I, il faudra que α et I satisfassent à une relation de la forme

$$\alpha = \alpha_1\sqrt{x}.$$

La question est donc ramenée à un problème de cinématique dont on peut trouver facilement plusieurs solutions [1] et sur lequel nous ne nous étendrons pas davantage.

626. — Différentes dispositions permettant d'utiliser, dans la construction d'un ampèremètre, la force attractive exercée par une bobine sur un morceau de fer doux. — L'utilisation de la force attractive exercée par une bobine sur un morceau de fer doux, peut d'ailleurs être réalisée sous des formes très différentes de celle que nous venons d'étudier.

Considérons par exemple une bobine plate BB′ vue en coupe dans la fig. 375, et dans laquelle on place une tige de fer de section

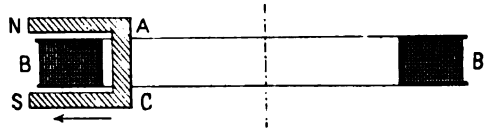


Fig. 375.

rectangulaire recourbée en forme d'U et dont les deux côtés NA, SC sont parallèles au plan moyen de la bobine et d'une longueur suffisante pour que leurs extrémités N et S, dépassent la couche

(1) Nous avons d'ailleurs trouvé en 1871 une solution générale du problème suivant : Etant donné un point mobile qui se meut en parcourant sur une droite des chemins représentés par x, trouver un mécanisme simple qui fasse décrire à un second point des chemins représentés par y et satisfaisant à l'équation $x = a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + \ldots + a_my^m$, dont la question que nous étudions en ce moment n'est qu'un cas très particulier. Cette méthode générale nous a permis de résoudre immédiatement, par des procédés d'une grande simplicité, un certain nombre de problèmes de mécanique appliquée et elle présente ceci de particulier, que les seuls organes employés sont des bielles articulées et des engrenages, ces derniers pouvant même être supprimés dans beaucoup de cas.

Digitized by Google

extérieure du fil enroulé sur la bobine. Sous l'influence du courant, cette tige NACS se transforme en un aimant dont les lignes de force possèdent une densité maxima dans la région située entre les branches NA, SC. Ces lignes de force étant perpendiculaires au fil enroulé sur la bobine, donnent naissance à des actions mécaniques dont la résultante, parallèle aux branches NA, SC, passe par le centre de la bobine. Cette sorte d'aimant en U tend donc à se mouvoir perpendiculairement à AC et à glisser parallèlement à lui-même dans le plan de la figure, jusqu'à ce que le côté AC vienne rencontrer la paroi intérieure de la bobine. Si, au lieu de le laisser libre d'effectuer ce mouvement, on l'astreint à des liaisons le forçant à prendre un

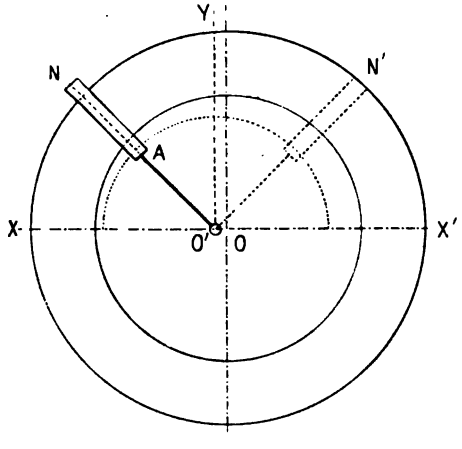


Fig. 376.

mouvement différent, il ne se déplacera qu'à la condition que ce second mouvement lui permette de s'éloigner du centre O de la bobine. C'est ce qui arrive, si par exemple, on le fixe par une tige AO' (fig. 376) à un axe de rotation O', ne coïncidant pas avec le centre O. Si les points O et O' sont à une faible distance l'un de l'autre, un déplacement angulaire considérable de la tige AO' (un angle droit par exemple), n'aura pour conséquence qu'un rapprochement assez faible entre la tige AC et la paroi intérieure de la bobine, et le système prendra spontanément la position d'équilibre représentée par la droite OX.

Digitized by Google

Il existe une seconde position d'équilibre représentée par le prolongement O'X' de OX, mais il est facile de voir qu'elle est instable, tandis que la première est stable. C'est donc entre ces deux positions extrêmes que le système doit se mouvoir, et il doit toujours rester à une distance d'au moins 45 degrés de chacune d'elles. Sa course utile sera donc représentée par exemple, par l'angle N'O'N, et la force antagoniste produite par un des moyens déjà étudiés antérieurement, doit être nulle dans la position O'N'.

On voit que ce système constitue un ampèremètre d'une grande simplicité, dont les déviations peuvent, *dans certaines limites*, être rendues proportionnelles aux intensités au moyen de tâtonnements systématiques dans lesquels on fait varier les différents éléments qui entrent dans la construction de l'instrument.

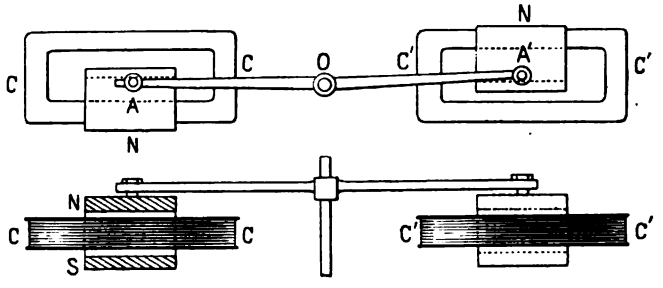


Fig. 377.

On peut réaliser de plusieurs façons différentes le principe appliqué dans l'appareil que nous venons de décrire. La figure 377 représente par exemple une disposition dans laquelle deux cadres rectangulaires CC, C'C' entourés de fil, contiennent chacun une lame de fer doux repliée en forme d'U dont le rôle est absolument le même que dans l'instrument précédent. Les deux lames de fer doux sont fixées à une tige AA' mobile autour du point O. L'amplitude du mouvement angulaire de cette tige est nécessairement peu considérable, et les indications de l'aiguille de l'instrument manqueraient de précision si on ne les amplifiait par un procédé optique ou mécanique, comme ceux que nous avons déjà décrits dans un chapitre spécial. Cette observation ne s'applique bien entendu qu'aux instruments

Digitized by Google

à *libre déviation*, puisque lorsqu'on emploie la méthode *acinétique*, l'amplification nécessaire à une lecture précise des angles, est obtenue au moyen d'un mécanisme mis directement en mouvement par la main de l'observateur, lorsqu'il agit sur la force antagoniste pour ramener au zéro le levier AA'.

627. — Choix de l'ampèremètre à adopter dans certains cas particuliers. — Parmi toutes les dispositions d'appareils à circuit fixe et aimant temporaire mobile aimanté par le courant lui-même, que nous venons de décrire, il paraît difficile de faire un choix ; cependant, dans certains cas particuliers, quelques-unes d'entre elles peuvent présenter des avantages spéciaux de nature à les faire adopter de préférence.

Ainsi, par exemple, si l'on attache une certaine importance à la possibilité de pouvoir graduer un instrument en parties proportionnelles à l'intensité du courant, en ne déterminant directement qu'un petit nombre de points de la graduation, il faudra choisir une disposition dans laquelle la loi théorique, qui lie la déviation de l'aiguille à l'intensité, soit connue d'une façon au moins approximative. C'est ce qui a lieu dans les instruments composés d'un solénoïde très long par rapport à son diamètre et cela dans deux cas très différents : 1° lorsque le noyau de fer a une grande section et que l'enroulement du solénoïde contient peu de spires ; 2° lorsqu'au contraire le noyau de fer a une faible section et que le solénoïde contient beaucoup de spires.

Dans le premier cas en effet, l'action mécanique du courant est proportionnelle au carré de l'intensité du courant, et dans le second, à la première puissance de cette intensité, parce que le noyau de fer est saturé et se comporte alors comme un aimant permanent. Le second cas permet donc plus facilement que le premier de réaliser une graduation à divisions équidistantes.

Nous avons supposé que le solénoïde employé avait une grande longueur, parce que lorsqu'il en est ainsi, on trouve facilement une position du noyau de fer pour laquelle l'action mécanique du courant n'est pas affectée par un déplacement notable du noyau en deçà

Digitized by Google

ou au-delà de cette position. Mais avec les solénoïdes à enveloppe de fer, totale ou partielle, ainsi qu'avec les dispositifs décrits dans le 1er volume (page 775), cette grande longueur n'est plus nécessaire, et on obtient facilement, pour une intensité donnée du courant, un effort sensiblement indépendant de la position du noyau de fer, pourvu que ce dernier soit notablement plus long que le solénoïde. En outre, les effets obtenus sont, comme nous l'avons démontré par de nombreuses expériences, beaucoup plus considérables qu'avec le noyau de fer simple.

Mais la nécessité de guider le noyau en ligne droite, entraîne, dans la construction, quelques difficultés que l'on peut supprimer en adoptant la disposition suivante représentée sous trois aspects différents par les figures 378, 379 et 380.

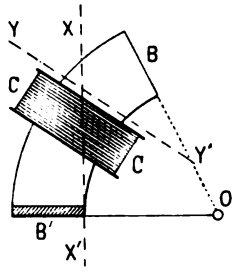


Fig. 378.

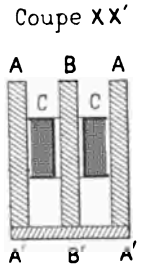


Fig. 379.

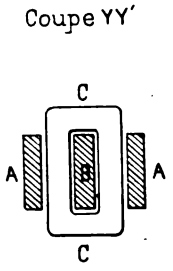


Fig. 380.

Un noyau de fer BB' (fig. 378) de section rectangulaire, courbé en arc de cercle, est entouré sur le tiers ou la moitié de sa longueur par une bobine plate CC, qu'il traverse sans la toucher. A son extrémité B', ce noyau est fixé à une culasse sur laquelle sont également soudés deux autres arcs de cercle en fer doux AA', AA' (fig. 379) identiques au noyau BB' mais d'une épaisseur moindre. Grâce à cette disposition, le champ magnétique compris dans l'espace laissé libre entre les deux joues AA' d'une part et le noyau BB' d'autre part, est bien plus intense que si ces joues n'existaient pas.

La bobine CC est fixe dans l'espace, tandis que l'ensemble des lames AA', BB', AA', est mobile autour du centre de courbure O. Il est à peine nécessaire de dire que pour des raisons de symétrie et pour

Digitized by Google

équilibrer l'équipage mobile, on le relie à un second équipage identique symétriquement placé par rapport au point O et qui n'est pas représenté sur la figure. Cette observation s'applique d'ailleurs à tous les appareils à noyau de fer mobile, quelle que soit leur forme. C'est ainsi que nous avons représenté (fig. 381) le croquis schématique d'un ampèremètre composé de deux solénoïdes à enveloppes dont le

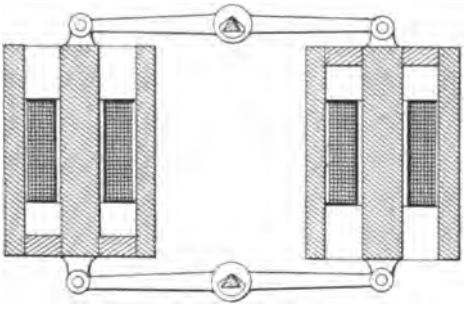


Fig. 381.

mouvement sensiblement rectiligne, mais de petite amplitude, est obtenu au moyen d'un montage analogue à celui des balances de Roberval. On remarquera que la nécessité de rendre concordantes les actions *toujours attractives* des deux solénoïdes, oblige à inverser les directions des noyaux à enveloppes. Un tel système donne naissance à des actions mécaniques très énergiques, ce qui permet de se contenter d'une faible course que l'on transmet à une aiguille ou à un crayon enregistreur, au moyen d'organes amplificateurs dont les frottements sont insignifiants, comparés à la grandeur de l'effort mécanique initial.

628. — Appareils basés sur les actions exercées par un électro-aimant sur une armature aimantée ou sur une armature en fer doux. — L'électro-aimant étant un organe qui permet de concentrer un flux de force considérable dans un espace restreint, constituerait certainement le moyen le plus économique et le plus puissant d'engendrer un champ magnétique au moyen d'un courant auquel l'intensité de ce champ servirait de mesure. Mais il présente deux inconvénients, qui sont : 1° la non-proportionnalité

Digitized by Google

entre l'intensité du courant magnétisant et celle du champ magnétique engendré ; 2° l'*Hystérésis du fer*, phénomène que nous étudierons plus loin, et en vertu duquel un même courant peut, à moins de précautions que l'on ne peut pas toujours prendre, engendrer dans l'électro-aimant un flux de force dont la valeur n'est pas toujours la même.

On peut réduire ces deux inconvénients, au point de les rendre négligeables dans les mesures pour lesquelles on n'exige pas une haute précision, en remplaçant les noyaux pleins des électros par des tubes de tôle très douce ou par des faisceaux de fil de fer de qualité supérieure, et en s'arrangeant de façon que l'intensité du flux magnétique engendré dans le fer, ne dépasse pas 4 000 unités.

Mais malgré ces précautions, l'hystérésis du fer ne disparaît jamais complètement, et si son influence peut être considérée comme tout à fait négligeable dans un appareil industriel, il n'en est pas de même lorsque le courant que l'on veut mesurer a une intensité extrêmement faible ; son passage dans les spires de l'électro-aimant ne modifie pas d'une façon appréciable l'état magnétique de ce dernier, qui possède toujours une faible *aimantation rémanente*. L'électro-aimant se comporte alors comme une balance dans laquelle il y aurait des frottements, et les avantages qu'il présente sur les systèmes électro-dynamiques dépourvus de fer (dont le flux de force est cependant bien plus faible pour une même dépense d'énergie) deviennent illusoires.

L'emploi des électro-aimants aimantés par le courant qu'il s'agit de mesurer, doit donc être restreint aux appareils industriels. Nous devons dire d'ailleurs que, même dans ce cas, il est très peu répandu. Nous nous contenterons donc d'en citer deux exemples.

Le premier est un dispositif basé sur le principe de notre galvanomètre à arête de poisson (621).

Une petite lame de tôle douce *ab* (fig. 382) taillée en forme de losange, est placée entre les branches d'un aimant permanent AB ; elle est mobile autour d'un axe O perpendiculaire aux lignes de force de l'aimant, dans la direction desquelles elle se place. A peu de distance de cette lame se trouvent les deux pôles A′ et B′ d'un électro-aimant en fer à cheval, dont les extrémités sont entourées de deux bobines

Digitized by Google

CC, C'C', dans lesquelles on lance le courant à mesurer qui détermine, suivant A'B', un système de lignes de force sensiblement rectilignes dont la présence modifie la direction du champ primitif dû à l'aimant

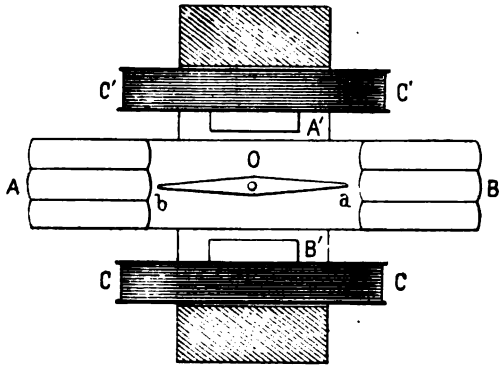


Fig. 382.

AB. L'aiguille en fer *ab* se place suivant la résultante des deux systèmes de lignes de force, et sa déviation est, dans certaines limites, proportionnelle à l'intensité du courant.

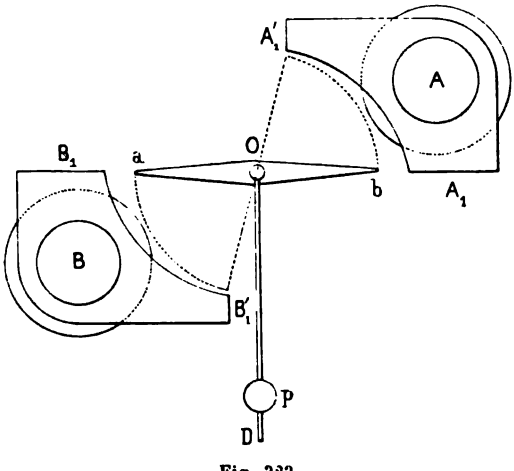


Fig. 383.

Le second dispositif (fig. 383) ne comporte pas l'emploi d'un aimant permanent. Il se compose : 1° D'un électro-aimant, dont les pôles A et B sont munis de pièces polaires en fer doux d'une forme particulière ; 2° d'une aiguille de fer doux *ab*, mobile autour d'un axe

Digitized by Google

O ; 3° d'un ressort spiral attaché à l'axe de cette aiguille, ou d'une tige OD à laquelle est fixé un petit poids *p* que l'on peut faire glisser arbitrairement le long de ladite tige, de façon à donner naissance à une force antagoniste sensiblement proportionnelle à la déviation de l'aiguille *ab* et réglable à volonté.

Les pièces polaires sont entaillées en forme de courbe, de telle façon que lorsque l'aiguille *ab* tourne autour du point O, ses extrémités *a* et *b* se rapprochent de plus en plus des surfaces concaves $A_1A'_1$, $B_1B'_1$, qui exercent par suite sur elles une attraction de plus en plus considérable. Au moyen de tâtonnements nombreux, qui consistent surtout à faire varier l'orientation des pièces polaires, que l'on fait tourner autour des centres des pôles A et B, on arrive à obtenir que l'aiguille *ab* dévie de quantités sensiblement proportionnelles à l'intensité du courant qui anime l'électro-aimant. Cette proportionnalité n'est bien entendu qu'approximative et n'existe que pour des déviations de *ab* contenues entre des limites assez rapprochées.

629. — Ampèremètre Richard. — Au lieu de l'attraction exercée

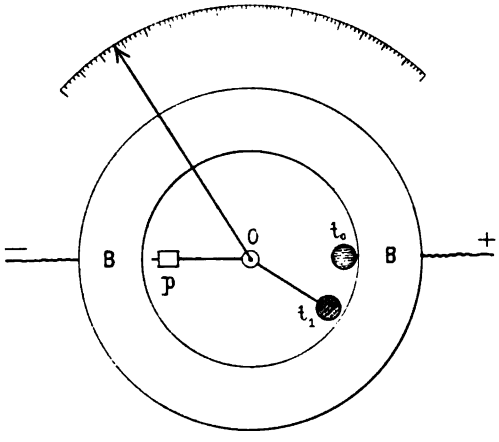


Fig. 384.

par un électro-aimant sur une armature de fer aimantée en sens contraire par induction magnétique, on peut utiliser la répulsion mutuelle de deux électros identiques aimantés par le même cou-

Digitized by Google

rant. C'est ce qui a lieu dans l'instrument représenté par la fig. 384 et qui est construit par la maison Richard.

Dans une bobine cylindrique BB sur laquelle est enroulé le fil que traverse le courant qu'il s'agit de mesurer, sont placées deux tiges de fer doux t^0, t_1, parallèles à l'axe O de la bobine.

La tige t_1 est fixée à l'extrémité d'un petit levier Ot_1, mobile autour de l'axe O, et dont la longueur est égale à la distance Ot_0 de ce même point O à l'axe de la tige t_0, de sorte que le triangle t_0Ot_1 est isocèle. Lorsque le courant passe dans la bobine, les deux tiges t_0 et t_1 étant identiques, s'aimantent d'une manière identique ; elles se repoussent donc mutuellement et t_1 s'éloigne de t_0 jusqu'à ce que le couple antagoniste dû à l'action de la pesanteur sur t_1 et sur un petit poids additionnel p, fasse équilibre au couple produit par la répulsion mutuelle de t_0 et de t_1.

Comme le précédent, cet appareil ne peut être réglé que par tâtonnements et le principe sur lequel il est fondé ne permet pas d'obtenir des déviations exactement proportionnelles aux intensités du courant. Il doit donc être gradué empiriquement ; il convient de dire d'ailleurs que les constructeurs sont arrivés à obtenir une graduation sensiblement uniforme dans une étendue angulaire assez considérable.

§ 4. — APPAREILS COMPOSÉS DE DEUX CIRCUITS DONT L'UN EST MOBILE.

630. — Électrodynamomètres. — Tout instrument dans lequel on utilise l'action mécanique mutuelle de deux circuits de forme quelconque, traversés par le même courant ou par des courants distincts, constitue un électrodynamomètre dans lequel les efforts mécaniques produits, sont rigoureusement proportionnels au produit des intensités des deux courants. Nous avons longuement décrit les électrodynamomètres absolus ; les appareils industriels n'en diffèrent que par la forme et la disposition des circuits fixe et mobile, dont les dimensions et les positions relatives ne sont

Digitized by Google

astreintes à aucune des conditions restrictives auxquelles on est obligé de se soumettre dans les instruments absolus, pour des motifs que nous avons fait connaître avec détails.

Dans les instruments industriels en effet, les deux circuits peuvent avoir une forme quelconque, ils peuvent être enroulés sans aucun soin ; pourvu qu'ils soient indéformables et que le circuit mobile ne soit soumis à aucun frottement, le couple électro-dynamique C, auquel est soumis le circuit mobile, aura toujours pour valeur une expression de la forme

$$C = C_1 I I' f(\alpha)$$

dans laquelle I et I′ représentent les intensités des courants qui traversent respectivement chacun des circuits ; $f(\alpha)$ une fonction inconnue (mais invariable pour un même instrument) de la déviation angulaire de la bobine mobile, comptée à partir de la position qu'elle occupe quand aucun courant ne traverse l'instrument ; C_1 la valeur du couple lorsque I et I′ sont tous deux égaux à l'unité de courant et que $\alpha = 0$.

Cette équation suppose que l'instrument est à libre déviation ; elle se simplifie encore s'il est *acinétique*, c'est-à-dire si on ramène le circuit mobile à occuper toujours la même position en faisant varier la force antagoniste. Dans ce cas, elle se réduit à

$$C = C_1 I I'$$

ou, si l'on fait

$$I' = I$$

à l'expression encore plus simple

$$C = C_1 I^2.$$

Il est facile de trouver l'équation générale qui représenterait, dans tous les cas possibles, les intensités des deux courants, lorsqu'on donne l'effort F_1 développé par l'action d'un courant I_1 qui traverse les deux circuits. On a, en effet, en désignant par F l'effort produit par l'action mutuelle de I et de I′

$$\frac{F}{II'} = \frac{F_1}{I_1^2} \qquad \text{d'où} \qquad II' = \frac{F}{F_1} I_1^2,$$

Digitized by Google

équation qui donne, lorsque $I = I'$

$$I = \frac{I_1}{\sqrt{F_1}}\sqrt{F}.$$

L'intensité du courant I_1 est facile à déterminer en plaçant en série, dans le même circuit, l'électrodynamomètre à tarer et un ampèremètre absolu. Une seule expérience suffit donc pour graduer complètement l'appareil-étalon.

Quant à la production et à la mesure de la force antagoniste qui équilibre l'action du courant, c'est un sujet que nous avons étudié complètement dans le premier chapitre.

L'électrodynamomètre devient alors l'appareil-étalon par excellence, puisqu'il suffit de connaître la valeur de l'effort développé par un courant connu, pour en déduire immédiatement la valeur du courant qui produit un effort quelconque. Si on trouve par exemple qu'un courant de 6 ampères, traversant les deux circuits, produit un effort mesuré par un poids de 50 grammes appliqué au circuit mobile, et qu'un autre courant est mesuré par un poids de 200 grammes, on peut être certain que l'intensité de ce second courant est égale à

$$6 \times \sqrt{\frac{200}{50}} = 12.$$

Si les deux circuits, au lieu d'être parcourus par le même courant, étaient parcourus par des courants différents, on pourrait affirmer que le poids de 50 grammes déjà pris pour exemple, équilibrerait encore leur action mutuelle si les deux courants I et I' étaient liés entre eux par l'équation

$$II' = 36.$$

Les qualités de l'électrodynamomètre et des instruments qui en dérivent, sont les suivantes :

1° La loi qui lie l'intensité du courant à l'action mécanique produite, est immuable, et si les circuits fixe et mobile sont indéformables, l'équation

$$I = \sqrt{\frac{C}{C_1}},$$

dans laquelle entre une seule constante C_1 (que l'on détermine par

Digitized by Google

le calcul, en se basant sur les dimensions et les situations respectives des deux circuits, lorsque l'instrument est *absolu*), sera toujours vraie, pourvu que les positions relatives des deux circuits soient invariables. Si l'instrument n'est pas *absolu*, c'est-à-dire si les circuits fixe et mobile ont une forme et une situation qui rende impossible le calcul de leurs actions mutuelles, on déterminera la constante C_1 par l'expérience, en mettant en série dans le même circuit un instrument absolu et l'appareil que l'on veut graduer et sur lequel on mesure directement C ; l'intensité I étant donnée par l'appareil *absolu*, l'équation ci-dessus donne :

$$C_1 = \frac{C}{I^2}.$$

2° La loi représentée par l'équation

$$C = C_1 I^2$$

est rigoureusement vraie quelle que soit l'intensité du courant, de sorte qu'il suffit de connaître la valeur de C_1, déterminée comme nous venons de le dire, correspondante à une certaine intensité, pour que l'instrument puisse être considéré comme gradué dans les limites les plus étendues, depuis les intensités les plus faibles jusqu'à celles qui seraient capables de le détériorer.

3° La mesure des courants alternatifs est aussi facile à effectuer que celle des courants continus et se fait avec la même graduation, quelle que soit la loi qui représente l'intensité du courant en fonction du temps, pourvu que cette fonction soit périodique (526).

631. — Différentes formes d'Electrodynamomètres usuels. — Lorsqu'on n'a pas à se préoccuper des exigences toutes particulières auxquelles il faut satisfaire, avant tout, dans les instruments absolus, la construction d'un électrodynamomètre est des plus faciles, puisque la loi de l'action mécanique du courant en fonction de son intensité, est indépendante de la forme et des dimensions de l'instrument. C'est là un avantage que ne possède aucun des autres instruments de mesure que nous avons déjà étudiés. La seule condition que l'on doive chercher à remplir, est donc d'obtenir que l'effort mécanique produit par le passage du courant, soit le plus

Digitized by Google

grand possible, pour une dépense donnée d'énergie dans le circuit de l'instrument.

Or, nous avons démontré (448) que, pour des systèmes électrodynamiques géométriquement semblables, la dépense d'énergie, à égale densité du courant, est proportionnelle au cube du rapport de similitude, tandis que les forces mises en jeu sont proportionnelles à la quatrième puissance, et les couples, à la cinquième puissance de ce même rapport. Il résulte de là que la dépense d'énergie correspondante à la production d'une force donnée, est en raison inverse des dimensions linéaires des deux instruments que l'on compare entre eux, et celle d'un couple en raison inverse du carré de ces mêmes dimensions.

Il est donc très avantageux de construire des électrodynamomètres de grandes dimensions en leur donnant, bien entendu, la forme qui, pour une dimension prise comme unité, donne le maximum d'effort mécanique avec le minimum de dépense d'énergie.

Quand la question est ramenée à ces termes simples, on voit immédiatement que la forme que l'on doit adopter est celle qui permet aux deux circuits de l'instrument d'agir l'un sur l'autre, à la distance la plus petite possible, et de façon que chaque portion de l'un des circuits agisse sur le plus grand nombre possible des portions de l'autre.

Il n'est pas nécessaire d'avoir recours au calcul pour reconnaître que la seule forme qui permette de satisfaire à cette

Fig. 385.

Fig. 386.

double condition, est celle qu'on obtient en enroulant le conducteur traversé par le courant sur deux bobines (fig. 385) d'une faible épaisseur et d'un grand diamètre. Puis, comme les actions électrodynamiques de deux circuits décroissent très rapidement quand leur distance augmente, on est amené presque intuitivement à divi-

Digitized by Google

ser en deux parties égales l'une des bobines (B par exemple), et à faire agir ces deux moitiés, l'une en dessus, l'autre en dessous de A de façon que dans cette seconde disposition (fig. 386), les couches de fil extrêmes des bobines B′, sont, en moyenne, notablement plus rapprochées des spires de A qu'elles ne le sont dans la disposition primitive. Il faut d'ailleurs, dans ce cas, que le courant qui traverse la bobine inférieure soit de signe contraire à celui du courant de la bobine supérieure.

L'usage des spirales ou bobines plates, disposées comme l'indique la figure 385, remonte à une époque où l'électricité industrielle n'existait même pas de nom ; elles ont été employées par nombre de savants qui s'en sont servis pour l'étude des courants d'induction ou de ceux qui se produisent pendant la décharge d'un condensateur, et en général, des courants qui peuvent changer de signe plusieurs fois pendant un temps très court.

Pour des recherches de ce genre, on a recours à la disposition suivante qui convient à la mesure des courants très faibles.

Deux bobines mobiles B et B′ (fig. 387) sont attachées aux extrémités d'un levier BFB′ suspendu en son milieu F à un fil de torsion disposé comme dans les galvanomètres à circuit mobile. Deux autres

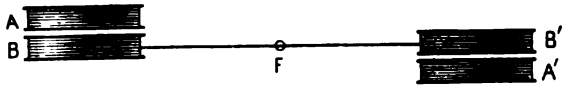


Fig. 387.

bobines A et A′ sont attachées à des supports fixes et placées à une distance aussi faible que possible des bobines mobiles ; le courant qu'il s'agit de mesurer traverse en série ces quatre bobines dans des sens tels que les actions mutuelles de A sur B et de A′ sur B′ soient répulsives. S'il s'agit d'une décharge ou d'un courant fugitif, cette répulsion agit pendant un temps tellement court que le déplacement des bobines B, B′, pendant ce temps, est insensible ; la vitesse qu'elles acquièrent est au contraire très appréciable, comme nous le verrons dans la théorie du *galvanomètre balistique*, et cette vitesse, si elle se conservait indéfiniment (ce qui arriverait dans le cas où le fil de sus-

Digitized by Google

pension serait infiniment fin et à la condition que l'appareil fût placé dans le vide) pourrait être mesurée avec une exactitude aussi grande qu'on le voudrait. De cette mesure, il serait facile de déduire, comme nous le verrons, l'intégrale $\int I^2 dt$ et par conséquent la quantité de chaleur dégagée par la décharge.

En réalité, l'équipage mobile étant supendu à deux fils doués d'élasticité, dont il augmente de plus en plus la torsion pendant son mouvement angulaire, ne peut continuer à se mouvoir indéfiniment dans le même sens ; sa vitesse va en diminuant constamment, il finit par s'arrêter après avoir décrit un angle auquel on a donné le nom d'*élongation* ; puis il revient en arrière et exécute ainsi une série d'oscillations autour de sa position primitive d'équilibre. C'est l'*élongation* qui permet de calculer la vitesse initiale qu'il a reçue sous l'influence des actions mécaniques dues au courant variable qui le traverse pendant un temps très court.

Cette disposition est la seule qu'on puisse adopter pour l'étude d'une décharge que l'on ne peut produire qu'à des intervalles de temps éloignés, comme celle d'un poisson électrique par exemple. Elle ne permet pas d'employer l'arrangement représenté dans la figure 386 puisque le mouvement de la bobine mobile doit être entièrement libre.

Mais lorsqu'il s'agit d'un courant continu ou d'un courant périodique, tel que celui que pourrait produire un alternateur ou même une bouteille de Leyde chargée et déchargée d'une manière iden-

Fig. 388.

tique un grand nombre de fois par seconde, on peut appliquer la méthode acinétique à l'équipage mobile BFB', en tordant le fil de suspension et le maintenant ainsi en repos apparent, malgré les impulsions périodiques qu'il reçoit. On peut alors doubler le nombre des bobines fixes en adoptant la disposition de la figure 388.

632. — Electrodynamomètre usuel à cadres. — La forme

Digitized by Google

d'électrodynamomètre à cadre qui nous paraît le mieux disposée, pour obtenir sous un volume donné, un effort mécanique aussi grand que possible, pour une dépense d'énergie donnée, est représentée par les figures 389, 390 et 391.

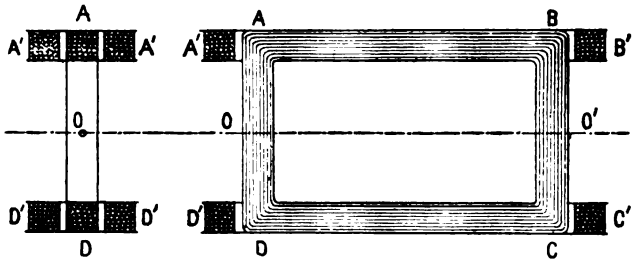


Fig. 389. Fig. 390.

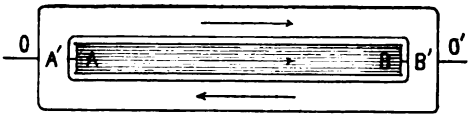


Fig. 391.

La première représente une coupe, suivant un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, de la bobine mobile ; la seconde, une coupe suivant un plan passant par cet axe, parallèlement aux spires du cadre mobile ; la troisième est une projection de l'appareil sur un plan perpendiculaire au plan du cadre mobile. On voit que l'appareil se compose de trois cadres rectangulaires, de forme allongée et de faible épaisseur. Deux d'entre eux, A'B', C'D', sont fixes ; les plans de leurs spires sont parallèles à l'axe de rotation OO' du cadre mobile ABCD, et perpendiculaires aux plans des spires de ce dernier. Leur longueur dans le sens OO' est beaucoup plus grande que leur largeur. Leurs dimensions intérieures sont juste suffisantes pour permettre au cadre mobile de les traverser librement et même d'y effectuer un mouvement de faible amplitude.

Les flèches que l'on remarque sur la figure 391 indiquent le sens du courant dans le cadre A'B' et dans la portion AB du cadre mobile. On voit immédiatement que, en vertu des lois d'Ampère, tous les fils qui font partie de AB sont attirés par la portion de A'B' où le courant est représenté par une flèche de même sens que celle de AB,

Digitized by Google

et repoussés par la seconde portion de A'B' où le sens de la flèche est renversé. Ces deux actions s'ajoutent; il en est de même de celles qui s'exercent entre le second cadre fixe et la portion DC du cadre mobile. Les autres côtés des cadres fixe et mobile ne donnent naissance à aucune action mécanique; c'est pour cela qu'il faut les prendre d'une longueur aussi faible que possible par rapport à la longueur des côtés AB et CD.

Les parties actives sont, en raison de l'étroitesse des dimensions autres que la longueur, aussi rapprochées que possible et elles sont constamment parallèles, de sorte que les actions mutuelles des courants se développent dans les conditions les plus favorables possibles.

La faible amplitude du mouvement permis au cadre mobile, entraîne nécessairement comme conséquence, que la mesure du couple exercé sur lui ne peut se faire qu'en le ramenant au zéro, en donnant à la force antagoniste une valeur convenable. Si l'axe OO' est vertical, cette variation du couple antagoniste s'obtient en tordant plus ou moins le fil de suspension du cadre ou même un ressort spiral ou hélicoïdal lié à ce dernier. Si l'axe OO' était horizontal, la force antagoniste indiquée serait l'action d'un poids mobile le long d'un bras de levier ou encore l'action d'un ressort à boudin ou d'un ressort spiral plus ou moins tendu.

633. — Balances électrodynamiques. — Une des formes les plus répandues de l'électrodynamomètre employé comme étalon secondaire (c'est-à-dire non absolu, mais gradué par comparaison avec un appareil absolu) est celle à laquelle on a donné le nom de *balance électrodynamique*.

Le principe sur lequel elle est fondée est des plus simples, il consiste à mesurer au moyen d'une balance ordinaire à poids ou d'une balance romaine à poids constant et à bras de levier variable, l'effort auquel est soumise la bobine A de la figure 386.

Nous avons fait usage de cette disposition en 1882, pour démontrer expérimentalement le théorème relatif à la similitude des systèmes électro-dynamiques et nous l'avons transformée en instrument-étalon pour la mesure des courants (Voir *la Lumière électrique* du 5 avril 1884).

Digitized by Google

Une autre forme de balance électro-dynamique qui ne diffère de la nôtre que parce que la bobine mobile est équilibrée par une autre bobine égale, symétriquement placée à l'autre extrémité du fléau de la balance, a été construite quelques années plus tard, d'après les indications de Sir William Thomson (Lord Kelvin). La force antagoniste y est produite par un curseur mobile le long d'un bras de levier, au moyen d'un fil de soie sur lequel agit l'opérateur.

La forme d'électrodynamomètre à bobines plates parallèles que nous venons de décrire, est évidemment celle qui satisfait le mieux aux conditions théoriques énoncées plus haut, et elle ne présente, en outre, aucune difficulté de construction. Malgré ces qualités elle n'est guère employée que dans les instruments-étalons. Nous allons indiquer rapidement d'autres dispositions plus en faveur dans les instruments industriels.

634. — **Électrodynamomètre Siemens**. — L'électrodynamo-

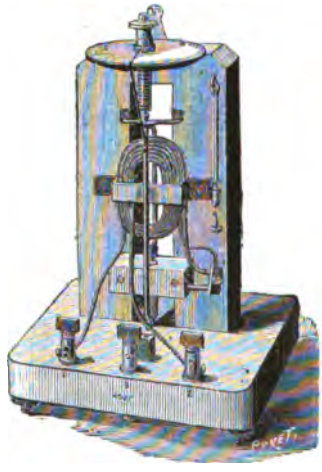
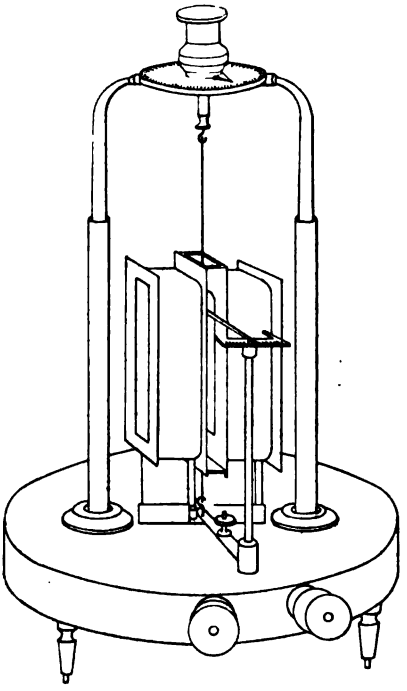


Fig. 392. — Electrodynamomètre Siemens.

mètre de Siemens (fig. 392) est un instrument *acinétique* dont les indications sont fournies par une aiguille mise en mouvement par l'observateur lui-même, qui la fait dévier du zéro jusqu'à ce qu'une seconde aiguille, liée au cadre mobile de l'instrument, vienne se placer devant le zéro. A la première aiguille est fixée l'extrémité d'un

Digitized by Google

ressort en hélice dont l'autre extrémité est attachée au cadre mobile, de sorte que lorsque l'aiguille fixée à ce cadre est placée en face du zéro, la première aiguille indique sur le cadran gradué en parties égales, l'angle de torsion du ressort, et par conséquent le couple élastique nécessaire pour équilibrer le couple électro-dynamique. Nous avons décrit cette disposition dans le n° 559. Une table jointe à l'appareil permet de traduire en ampères les indications de l'aiguille manœuvrée par l'observateur. L'équipage mobile se compose d'une seule spire constituée par un gros fil de cuivre suspendu à un fil de cocon et recevant le courant par des godets à mercure. Le cadre fixe et le cadre mobile ont la forme de rectangles allongés dans le sens vertical.



393. — Electrodynamomètre de M. Carpentier.

635. — Electrodynamomètre Carpentier. — L'électrodynamomètre de M. Carpentier (fig. 393) est aussi un instrument *acinétique* dans lequel le couple antagoniste est produit par un ressort en hélice tordu par l'observateur lui-même. Le circuit mobile est à l'intérieur

Digitized by Google

des bobines fixes. Les godets mercuriels sont supprimés parce que le cadre rectangulaire mobile est enroulé d'un fil long et fin, ce qui permet d'amener le courant par l'intermédiaire de deux conducteurs d'un faible diamètre, enroulés en hélice et qui présentent ainsi une très grande flexibilité.

636. — Ampère-étalon. — Disons en passant que nous avions proposé au Congrès officiel des Électriciens, réuni à Paris en 1881, sous la présidence du Ministre des Postes et Télégraphes, de réaliser un étalon de l'Ampère et même du Volt, comme on réalise un étalon du mètre, au moyen d'un électrodynamomètre à poids, de *la forme la plus simple possible.* (Comptes-rendus des Travaux du Congrès publiés chez Georges Masson, page 209.) Cette proposition ne fut pas adoptée ; elle était pourtant d'une réalisation facile et prêtait certainement moins de prise aux objections de toute nature que l'adoption de la pile Latimer-Clark comme étalon de force électro-motrice. En supposant en effet que la résistance de l'électrodynamomètre (réduit à une bobine circulaire mobile entre deux autres) eût été exactement d'un ohm, le courant de un ampère, correspondant à l'état d'équilibre de la bobine mobile, n'aurait pu être obtenu qu'avec une différence de potentiel de un volt aux bornes de l'instrument. Il est facile d'ailleurs de réaliser avec certains alliages, des conducteurs dont la résistance est pratiquement rigoureusement indépendante de la température, tandis que les variations de la pile Latimer-Clark sont loin d'être négligeables. Ajoutons que la pile Latimer-Clark est irrémédiablement détériorée lorsque, par inadvertance, son circuit est fermé, même au moyen d'un conducteur très résistant. Nous avons vu cet accident arriver fréquemment. Rien d'ailleurs ne révèle les variations accidentelles qui peuvent survenir dans la *f. e. m.* de cette pile dont on ne peut contrôler la constance qu'au moyen d'appareils bien moins invariables dans leurs indications que l'électrodynamomètre à poids, dont la forme et les dimensions peuvent être quelconques puisqu'on l'étalonne une fois pour toutes avec un instrument absolu.

A l'heure actuelle (Juin 1899) l'industrie électrique ne possède pas encore d'étalon de l'Ampère.

Digitized by Google

CHAPITRE QUATRIÈME

INSTRUMENTS DE MESURE BASÉS SUR L'UTILISATION DES PROPRIÉTÉS CHIMIQUES, THERMIQUES ET OPTIQUES DES COURANTS.

---

637. — Généralités. — Tous les appareils que nous venons de décrire sont basés sur l'utilisation des propriétés magnétiques du courant électrique et des actions mécaniques qui en résultent. Ils sont d'un usage universel, aussi bien pour les mesures les plus délicates qu'exigent les recherches de laboratoire, que pour celles des courants les plus intenses utilisés dans l'industrie. Cependant, on a cherché à tirer parti des autres propriétés du courant électrique pour créer des instruments de mesure présentant, dans certains cas, des avantages particuliers qui nous décident à en parler avec quelque détail, bien que ces instruments soient incomparablement moins employés que ceux qui sont basés sur les propriétés magnétiques du courant.

§ 1. — INSTRUMENTS BASÉS SUR LES PROPRIÉTÉS CHIMIQUES DU COURANT.

638. — Voltamètre. — On peut dire que la première mesure qui ait jamais été faite de l'intensité d'un courant, a été effectuée en mettant à profit ses propriétés chimiques. Il suffit en effet de mesurer

Digitized by Google

le volume de gaz mis en liberté dans les éprouvettes d'un voltamètre (342), pour en déduire un nombre proportionnel à la quantité d'électricité qui traverse le voltamètre pendant la durée de l'expérience; en divisant ce nombre par la durée, exprimée en secondes, on obtient immédiatement l'intensité moyenne du courant.

Nous avons vu (342) que le volume d'hydrogène dégagé pendant *une minute*, par le passage de *un ampère*, est égal $6^{c.3},933$, pourvu que la température soit ramenée à 0° et la pression barométrique à 760 millimètres; ces deux conditions n'étant que bien rarement remplies, l'emploi du voltamètre exige, pour donner des résultats exacts, des mesures accessoires de température et de pression barométrique qui nécessitent l'usage d'un thermomètre et d'un baromètre. En y ajoutant le chronomètre à seconde, indispensable pour l'évaluation exacte de la durée de l'expérience, on voit que cet instrument entraîne nécessairement la possession de trois autres instruments coûteux et délicats. Les corrections de température et de pression, sont d'ailleurs loin d'être négligeables comme on peut s'en assurer en appliquant la formule suivante qui résulte des calculs classiques que l'on trouve dans tous les traités de physique où l'on traite de la mesure de volume d'un gaz.

En désignant par V_0 le volume d'hydrogène qui serait dégagé dans le voltamètre si la température de l'eau acidulée était égale à zéro, si la pression barométrique était égale à 760 millimètres (le niveau de l'eau dans l'éprouvette étant supposé le même que dans le vase qui la contient), et si enfin le gaz était parfaitement sec; par t la température du gaz; par H la hauteur du baromètre exprimée en millimètres de mercure; par h la pression de la vapeur d'eau (en millimètres de mercure) à la température t, donnée par les tables de Regnault; par V le volume de l'hydrogène tel qu'il est mesuré directement;

Ces différentes quantités sont liées par l'équation suivante :

$$V_0 = \frac{H - h}{760} \cdot \frac{273}{273 + t} \cdot V.$$

Toutes ces corrections pourraient être évitées si on pouvait rendre constantes les quantités H et t et par conséquent aussi h. Nous avons obtenu facilement ce résultat en enfermant le voltamètre tout

Digitized by Google

entier (réduit d'ailleurs à de très faibles dimensions) dans une enveloppe de verre fermée à la lampe et contenant une atmosphère initiale d'hydrogène. Cette enveloppe étant plongée dans un vase rempli d'eau à une température constante, on assure d'un seul coup l'invariabilité de H, de t et de h. Pour se débarrasser du mélange gazeux produit par l'électrolyse et dont la masse augmenterait à chaque expérience, on y fait passer, après chaque expérience, comme dans l'eudiomètre, une étincelle électrique qui recombine les gaz séparés par le passage du courant.

639. — **Mesure de l'intensité d'un courant par le poids d'un métal déposé.** — La mesure de l'intensité d'un courant par celle du poids d'un métal déposé à l'électrode négative, pendant le passage du courant dans une solution saline, n'entraîne aucune correction de pression ou de température, mais elle nécessite l'emploi d'une balance de précision, parce que le poids de métal déposé est très petit même quand on prolonge l'expérience pendant un temps assez long et que l'on choisit un métal dont l'équivalent est élevé, comme l'argent. Le poids d'argent déposé pendant une heure par le passage d'un ampère, n'est en effet que de $4^{gr},0248$.

Mais on peut, par un artifice fort simple, augmenter autant qu'on le veut ce poids, au moyen du procédé suivant qui est représenté schématiquement par la figure 394. Supposons que l'on ait disposé dix éprouvettes identiques $A_1A_2\ldots$ $B_1B_2\ldots$, contenant chacune une solution d'azotate d'argent et deux lames d'argent, en deux groupes de cinq, de manière que le courant qui entre en A_1, parcoure successivement chacune d'elles, grâce aux liaisons indiquées en traits ponctués, pour sortir finalement en B_1. On voit immédiatement que toutes les lames $a_1a_2\ldots$, appartenant à la série $A_1A_2A_3\ldots$, qui sont les plus rapprochées de la droite CC', joueront le rôle de cathodes, tandis que les lames $b_1b_2\ldots$ de la série $B_1B_2\ldots$, joueront le rôle d'anodes. Le courant ayant la même intensité dans chaque éprouvette, puisqu'elles sont toutes groupées en série, le poids de chacune des lames $a_1a_2\ldots$, augmentera de la même quantité dans l'unité de temps, tandis que le poids des lames b_1b_2, diminuera d'une

Digitized by Google

quantité égale. Il suit de là que si la droite CC′ représente l'arê e du couteau d'une balance, l'augmentation du poids des lames a_1a_2, et la diminution du poids des lames b_1b_2..., donneront naissance à des

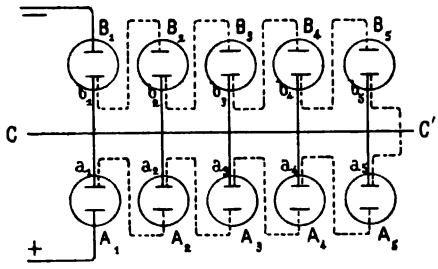


Fig. 394.

couples qui tendront à faire chavirer la balance dans le même sens. Le poids nécessaire pour rétablir l'équilibre, sera donc, en réalité, dix fois aussi considérable que si on n'avait eu qu'une seule éprouvette.

On pourrait même doubler la sensibilité de ce procédé en reliant mécaniquement entre elles les dix lames par lesquelles le courant entre dans chaque éprouvette, afin de pouvoir les suspendre à l'une des extrémités du fléau d'une balance, tandis que les dix autres lames seraient suspendues à l'autre extrémité.

§ 2. — INSTRUMENTS BASÉS SUR LES PROPRIÉTÉS THERMIQUES DU COURANT ÉLECTRIQUE.

640. — Quantité de chaleur développée par le passage d'un courant à travers un conducteur. — Lorsqu'un courant d'intensité constante I traverse un conducteur immobile, de résistance R, il y développe un travail qui se transforme entièrement en chaleur et dont la valeur W, dans l'unité de temps, est donnée par l'équation

$$W = RI^2.$$

La quantité Q de chaleur, équivalente à ce travail, s'obtient immédiatement en divisant W par la valeur de l'équivalent mécanique de la

Digitized by Google

chaleur, et nous avons vu (324) que si l'intensité I est exprimée en ampères, la résistance R en ohms, et la quantité de chaleur Q en *petites calories*, on a

$$Q = 0{,}24RI^2.$$

La quantité de chaleur développée dans le temps t s'obtient immédiatement en multipliant cette expression par t. Si la chaleur ainsi produite ne peut se dissiper, la température du conducteur, supposé entouré d'une enveloppe absolument dépourvue de conductibilité, s'élève de plus en plus et si sa chaleur spécifique c, par unité de masse, est constante, on a au bout du temps t

$$mc\theta = 0{,}24RI^2$$

θ désignant en degrés centigrades l'excès de la température finale du conducteur de masse m sur sa température initiale. On tire de là

$$\theta = \frac{0{,}24RI^2}{mc} \qquad I = 2{,}04\sqrt{\frac{cm\theta}{R}}.$$

On peut évidemment construire un ampèremètre basé sur l'échauffement d'un conducteur dans les conditions que nous venons d'énoncer. C'est ce qui a été fait par plusieurs personnes parmi lesquelles nous citerons M. Camichel (Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, 17 janvier et 4 avril 1898).

La résistance R est constituée par une colonne de mercure contenue dans un tube en verre de très petit diamètre (1/2 mm. environ). Ce tube est immergé dans un réservoir annulaire plein de mercure qui joue le rôle de thermomètre. La tige de ce thermomètre est simplement divisée en millimètres.

Le courant que l'on veut mesurer traverse d'abord une résistance r, qui fait partie de l'appareil et qui est égale à celle de l'ampèremètre, celui-ci étant mis hors du circuit. Quand on veut faire une mesure, un commutateur à bascule permet d'interrompre brusquement le courant dans r pour le faire passer dans l'ampèremètre. Au bout d'une minute, mesurée avec une montre à secondes, on abandonne le commutateur à lui-même, il bascule alors sous l'influence d'un ressort et rétablit instantanément les choses dans leur état primitif. L'instrument doit être gradué à l'aide d'un ampèremètre étalon, et

Digitized by Google

l'expérience a montré, d'après M. Camichel, que ses indications sont représentées avec une grande exactitude par l'équation

$$N = nI^2$$

N étant le nombre de divisions parcourues par l'extrémité de la colonne mercurielle dans le tube thermométrique pendant une minute ; n un coefficient constant et I l'intensité du courant.

641. — Ampèremètre à température stationnaire. — Si au lieu d'empêcher la chaleur dégagée par le passage du courant de se dissiper, on favorise au contraire sa dispersion, soit par convection, soit par rayonnement, il arrive un moment où, la quantité de chaleur dispersée dans l'unité de temps croissant avec l'excès de la température du conducteur sur celle de l'enceinte, tandis que, au contraire, la quantité de chaleur développée par le courant reste constante, la température de conducteur devient constante. Nous avons étudié ce cas dans le n° 332 et nous avons trouvé que la *température stationnaire t* du conducteur, est donnée par l'équation

$$t = \frac{1}{A}\frac{e}{\rho_1 \lambda s} I^2$$

dans laquelle on représente par : A, l'équivalent mécanique de la chaleur ; ρ, la résistance spécifique du conducteur ; q_1, la quantité de chaleur dissipée dans l'unité de temps par l'unité de surface latérale du conducteur, lorsque l'excès de sa température sur celle de l'enceinte est égal à 1° centigrade ; λ, la longueur du périmètre du conducteur ; S, la section droite de ce conducteur.

Cette équation peut se mettre sous la forme beaucoup plus simple

$$t = t_1 I^2,$$

t_1 étant l'excès de la température stationnaire du conducteur sur celle de l'enceinte, lorsqu'il est traversé par un courant égal à l'unité.

L'élévation de température du conducteur a pour effet de le dilater et, entre des limites peu écartées, on peut considérer l'allongement ainsi produit comme proportionnel à l'accroissement de température. Si cet allongement se traduit par le déplacement angulaire proportionnel d'une aiguille devant les divisions d'un cadran, on voit que l'on aura réalisé ainsi un appareil à *libre déviation* dans lequel

Digitized by Google

le déplacement angulaire de l'aiguille est proportionnel au carré de l'intensité du courant. Parmi les instruments basés sur ce principe nous citerons l'ampèremètre de Cardew.

Cet appareil se compose essentiellement d'un fil métallique $f_1p_2pp_1f_2$ (fig. 395) traversé par le courant. Ce fil est enfermé dans un tube métallique T; ses deux extrémités sont fixées en deux points f_1 et f_2 de la boîte de l'instrument et reliées aux bornes A et B; en

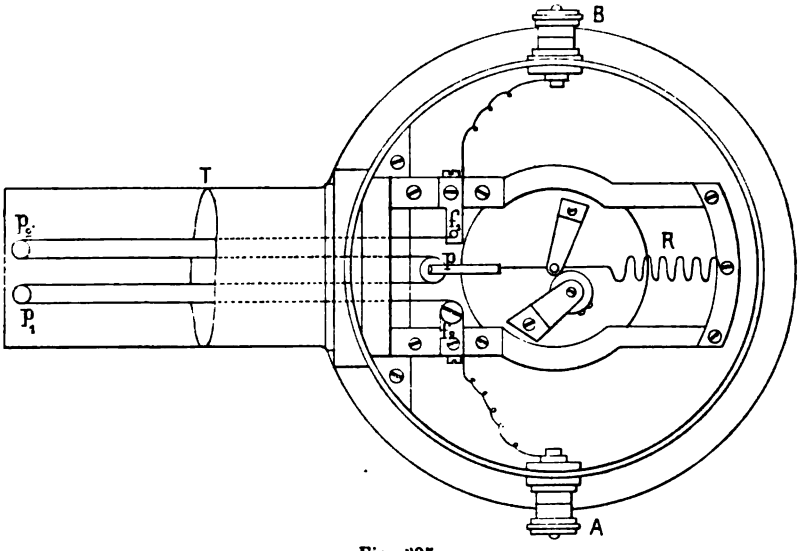


Fig. 395.

outre, dans le but d'augmenter sa longueur sans augmenter les dimensions de l'appareil, on fait passer le fil sur trois petites poulies en ivoire p_1, p, p_2 dont l'une p est mobile et les deux autres p_1 et p_2 sont fixes. Le fil est maintenu tendu au moyen de la poulie p et du ressort R. Le fil qui établit la liaison entre la poulie p et le ressort R, est relié à un système de leviers et d'engrenage destiné à transformer la dilatation du fil en un mouvement angulaire accompli par une aiguille indicatrice.

Les indications de cet instrument sont d'une régularité et d'une constance bien suffisantes dans la pratique des usines électriques, mais il va de soi que le phénomène sur lequel il est basé, c'est-à-dire la quantité de chaleur dispersée dans l'unité de temps en fonction

Digitized by Google

de la température du conducteur, doit présenter une constance absolue et s'accomplir dans des conditions toujours identiques à elles-mêmes. Il faudrait, pour cela, que le fil fût placé dans un tube vide d'air afin que son refroidissement fût dû exclusivement au rayonnement et non à une convection de chaleur produite par des molécules d'air dont le mouvement peut être troublé par des causes impossibles à analyser.

642. — Moyen de rendre les déviations de l'aiguille proportionnelles à l'intensité du courant. — Si l'on voulait que les déviations de l'aiguille indicatrice fussent proportionnelles à la première puissance de l'intensité du courant, on y arriverait facilement de la manière suivante. Soit AB la longueur du conducteur (attaché aux points fixes A et B) lorsqu'il n'est traversé par aucun courant (fig. 396). Si en son milieu D, on attache un ressort dont la

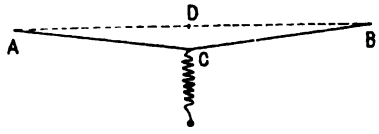


Fig. 396.

tension soit faible par rapport à la tension initiale du fil, ce dernier ne prendra pas de flèche sensible tant qu'il sera froid; mais si on le fait traverser par un courant, il s'échauffe, se dilate, et prend sous l'influence du ressort la forme ACB. Nous allons démontrer que le chemin DC parcouru par son point milieu D, est très sensiblement proportionnel à l'intensité du courant.

Désignons par l la demi-longueur AD du fil froid ; par α la dilatation de AD sous l'influence de la température produite par le passage du courant; par x la valeur de DC. Le triangle rectangle ADC donne

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \qquad \text{ou} \qquad (l+\alpha)^2 = l^2 + x^2$$

d'où $$x = \sqrt{2\alpha l + \alpha^2} \qquad \text{ou} \qquad x = l\sqrt{\frac{2\alpha}{l} + \left(\frac{\alpha}{l}\right)^2}.$$

Or le rapport $\frac{\alpha}{l}$ étant en général très-petit, on peut négliger son

Digitized by Google

carré, et alors la valeur de x peut s'écrire sans erreur sensible

$$x = \sqrt{2\alpha l}.$$

Mais la dilatation α est proportionnelle à la température qui est elle-même proportionnelle au carré I^2 de l'intensité du courant, de sorte qu'en désignant par α_1 l'allongement de l, lorsque le fil est traversé par l'unité de courant, on a $\alpha = \alpha_1 I^2$ d'où $x = \sqrt{2\alpha_1 l}\, I$ équation qui démontre le théorème.

§ 3. — MESURE DE L'INTENSITÉ D'UN COURANT PAR DES PROCÉDÉS OPTIQUES.

643. — Généralités. — Faraday a découvert qu'un corps transparent quelconque placé dans un champ magnétique peut, dans certaines conditions, présenter les mêmes phénomènes que les corps bi-réfringents, c'est-à-dire provoquer la déviation du plan de polarisation d'un rayon lumineux. Cette déviation est la plus grande possible lorsque le rayon lumineux traverse le corps transparent parallèlement aux lignes de force du champ magnétique. La grandeur de la déviation ainsi produite dépend de la nature du corps ; elle atteint son intensité maxima avec les corps monoréfringents solides ; les liquides occupent le second rang et les gaz le troisième ; mais avec ces derniers le phénomème est difficilement mesurable. Enfin les corps bi-réfringents eux-mêmes sont influencés par le magnétisme, mais à un degré moindre que les corps monoréfringents ; la déviation totale du rayon polarisé est alors égale à la somme algébrique des déviations dues à l'action propre du corps bi-réfringent d'une part, et à celle du champ magnétique d'autre part.

Il résulte des expériences de Verdet que la rotation du plan de polarisation, due à l'action d'un champ magnétique, est proportionnelle à l'épaisseur du corps traversé par le rayon et à la composante de l'intensité du champ dans la direction du rayon. Elle est donc proportionnelle à la différence du potentiel magnétique qui existe entre deux points quelconques situés sur le trajet du rayon à l'intérieur du corps soumis à l'action magnétique.

Digitized by Google

Verdet a trouvé encore que, lorsque le corps traversé par la lumière est une dissolution saline, la rotation du plan de polarisation due à l'action du champ magnétique est égale à la somme des rotations dues au liquide dissolvant et au sel dissous.

644. — Galvanomètre optique. — Parmi les liquides qui produisent ainsi la rotation du plan de polarisation, le sulfure de carbone est un de ceux pour lesquels l'action magnétique est la plus énergique. C'est donc lui qui doit être employé de préférence dans un galvanomètre optique. Ce dernier appareil se compose essentiellement de deux portions distinctes.

1° La partie purement optique comprend une source de lumière monochromatique produisant un faisceau lumineux à rayons parallèles que l'on dirige suivant l'axe d'un tube métallique rempli de sulfure de carbone et d'autant plus long que l'on veut obtenir plus de sensibilité. Ce tube est fermé à l'une de ses extrémités par un prisme de Nicol destiné à polariser la lumière du faisceau, et à l'autre extrémité, par un prisme analyseur à travers lequel sort la lumière après son trajet dans le sulfure de carbone. En faisant tourner le prisme d'un angle plus ou moins grand autour de l'axe du tube on parvient à éteindre complètement le faisceau lumineux. Cet angle est repéré au moyen d'une alidade qui tourne devant un limbe gradué en degrés et fraction de degré. Cette première opération faite, si on transforme en champ magnétique la région occupée par le tube rempli de sulfure de carbone, le plan de polarisation du faisceau lumineux éprouve une certaine rotation autour de l'axe de ce faisceau et il en résulte que la position du prisme analyseur ne correspond plus à l'extinction de la lumière et qu'il faut la modifier d'un angle égal à la rotation du plan de polarisation produite sous l'influence du champ magnétique, pour que l'extinction se produise de nouveau.

Le moyen le plus simple pour transformer en champ magnétique l'espace occupé par le sulfure de carbone, consiste dans l'emploi d'un solénoïde enroulé directement sur le tube dans toute sa longueur et dans lequel on lance le courant que l'on veut mesurer. Nous savons que l'intensité du champ ainsi produit est rigoureusement propor-

Digitized by Google

tionnelle à celle du courant; il en résulte, en vertu de la loi de Verdet, que la rotation angulaire du prisme analyseur, nécessaire pour obtenir l'extinction, doit être elle-même rigoureusement proportionnelle à l'intensité du courant.

En donnant au tube une grande longueur par rapport à son diamètre, et en l'entourant d'un grand nombre de spires par unité de longueur, on obtient une sensibilité proportionnelle à chacun de ces deux éléments, parce que l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du tube a pour valeur $4\pi n_1 I$, n_1 étant le nombre de spires par unité de longueur et I l'intensité du courant.

645. — Qualités de l'ampèremètre optique. — L'ampèremètre optique n'est pas un appareil absolu puisqu'on ne connaît pas la loi théorique qui lie la rotation du plan de polarisation aux nombreuses constantes physiques qui interviennent dans la production de ce phénomène, et que d'ailleurs, lors même qu'on la connaîtrait, l'intensité du courant ne serait pas exprimée en fonction des unités fondamentales de longueur, de masse et de temps. Mais cet intéressant appareil possède deux qualités importantes qui sont : 1° la constance de ses indications et leur proportionnalité rigoureuse à l'intensité du courant, ce qui permet d'en faire un excellent étalon secondaire ; 2° l'instantanéité absolue du phénomène, instantanéité constatée par MM. Bichat et Blondlot au moyen d'une méthode fort ingénieuse grâce à laquelle ils ont pu établir que, entre le moment où le courant atteint dans l'hélice magnétisante une intensité donnée et le moment où la rotation correspondante du plan de polarisation est accomplie, il s'écoule un intervalle de temps certainement inférieur à $\frac{1}{30000}$ de seconde.

Cette propriété a été utilisée par MM. Abraham et Buisson dans un appareil destiné à l'étude des courants alternatifs et qui leur a permis de construire la courbe représentative des valeurs successives du courant primaire d'un transformateur pendant la durée d'une période de ce courant. Ils ont pu constater ainsi que cette courbe, qui devrait être une sinusoïde (520) si la force électromotrice de self-

Digitized by Google

induction était rigoureusement proportionnelle à $\frac{dI}{dt}$, présente une forme qui en diffère beaucoup parce que le flux de force magnétique induit dans le noyau de fer du transformateur n'est pas proportionnel à I.

La description complète du dispositif de MM. Abraham et Lemoine nous entraînerait trop loin ; les personnes que ce sujet intéresse la trouveront dans le n° du 12 juillet 1897, tome CXXV des Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, page 92.

Disons seulement à titre de renseignement intéressant qu'ils ont remplacé le sulfure de carbone par un liquide doué d'un pouvoir rotatoire plus considérable et qui est l'iodomercurate alcalin en dissolution concentrée.

Digitized by Google

CHAPITRE CINQUIÈME

MESURE DES COURANTS INTENSES

---

§ 1. — DIFFÉRENTS PROCÉDÉS DE MESURE DES COURANTS INTENSES.

646. — Procédé de mesure d'un courant intense basé sur la loi d'Ohm. — L'application des divers instruments que nous avons successivement décrits sous les noms de Galvanomètres, Electrodynamomètres, Ampèremètres, ne présente aucune difficulté, lorsque l'intensité des courants est très faible ou même lorsqu'elle atteint quelques dixièmes d'ampère. Mais il n'en est plus de même lorsque les courants sont très intenses. Il n'est pas aisé, en effet, de graduer directement un appareil destiné à mesurer un courant de mille ampères, parce que la production d'un tel courant exige un matériel encombrant et coûteux, et que, même en supposant cette condition remplie, la graduation des instruments présente des difficultés dues à ce que les conducteurs devant avoir une très forte section, ne peuvent plus être considérés comme filiformes et qu'il n'est plus permis d'appliquer sans précaution les équations dont nous nous sommes servis en décrivant les appareils absolus. On est ainsi nécessairement conduit à ramener la mesure d'un courant intense à celle d'un courant beaucoup plus faible ayant avec le premier un rapport déterminé d'avance et rigoureusement connu.

Le moyen le plus simple d'appliquer ce procédé, est de prendre sur le gros conducteur traversé par un courant de mille ampères par

Digitized by Google

exemple, une dérivation assez résistante pour que le courant n'y dépasse pas une dizaine d'ampères. La figure 397 représente ce dispositif dans lequel AB est la portion du gros conducteur sur laquelle

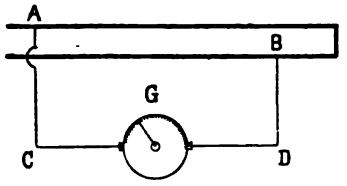


Fig. 397.

on branche les fils AC, BD, qui aboutissent aux bornes de l'ampèremètre G.

Soit r la résistance de AB; R_0 la résistance collective des conducteurs AC, BD, et R_1 celle de l'ampèremètre G; I l'intensité totale du courant que l'on veut mesurer; i celle qui traverse l'ampèremètre; et ε la différence de potentiel entre les points A et B. L'intensité du courant qui traverse AB, a pour expression $\frac{\varepsilon}{r}$; celle qui traverse l'ampèremètre, a pour expression

$$i = \frac{\varepsilon}{R_0 + R_1},$$

de sorte que le courant total I est égal à

$$\frac{\varepsilon}{r} + \frac{\varepsilon}{R_0 + R_1}.$$

Mais on a

$$\varepsilon = (R_0 + R_1)i,$$

d'où enfin

$$I = (R_0 + R_1)\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{R_0 + R_1}\right]i,$$

ou

$$I = \left(1 + \frac{R_0 + R_1}{r}\right)i.$$

On donne généralement au rapport

$$\frac{R_0 + R_1}{r}$$

une valeur suffisamment grande pour que l'unité puisse être

Digitized by Google

négligée devant sa valeur numérique, de sorte que l'on peut écrire sans erreur sensible

$$I = \frac{R_0 + R_1}{r} i.$$

On voit que l'exactitude de la mesure de I dépend, non seulement de celle de i, mais encore de celle du rapport

$$\frac{R_0 + R_1}{r}$$

qui doit *rester invariable*. Si cette condition n'était pas observée, et si ce rapport était influencé par les changements de température par exemple, il pourrait en résulter dans la mesure de I des erreurs atteignant facilement plusieurs centièmes.

Cette question est d'ailleurs traitée complètement dans le chapitre consacré à l'étude des voltmètres; on y trouvera l'énumération des moyens que l'on peut employer pour annuler l'influence de la température sur les indications des instruments.

Le procédé le plus simple, est évidemment d'employer, pour construire la résistance AB traversée par le courant total, un alliage dont la résistance spécifique varie très peu avec la température; en outre, cette résistance AB devra être très petite parce que l'énergie, transformée en chaleur dans l'unité de temps, ayant pour expression rI^2, est proportionnelle au carré de I et atteindrait de très grandes valeurs lorsque I est supérieur à 1000 ampères, si l'on n'avait soin de prendre r très petit. Si par exemple on avait $I = 1000$ et $r = 1/1000$ d'ohm, l'énergie dépensée par seconde dépasserait 100 kilogrammètres, c'est-à-dire plus de un cheval et 1/3, chiffre assurément inacceptable pour un simple instrument de mesure, à moins que ses indications ne soient intermittentes.

En réalité, on devra donner à r une résistance au plus égale à 1/10000 d'ohm. Mais alors se présente une difficulté au point de vue de la précision de la mesure. En effet, si l'on veut que l'intensité du courant soit connue à 1/100 près de sa propre valeur, il faut que l'erreur commise sur chacune des quantités qui interviennent dans la valeur de cette intensité soit inférieure à 1 °/₀; il faut donc que la résistance de 1/10000 d'ohm soit connue à un millionième

Digitized by Google

d'ohm près ; or la mesure des résistances très petites présente des difficultés spéciales, de même nature que celle des courants très intenses. On peut d'ailleurs les surmonter en employant des méthodes qui sont exposées en détail dans le chapitre consacré à la mesure des résistances.

647. — Mesure d'un courant intense pour application des lois de l'électrodynamique. — Le procédé que nous venons de décrire est basé sur la loi d'Ohm. En voici un autre dans lequel on met à profit les lois de l'Électrodynamique.

Soit une bobine AB vue en plan dans la figure 398 et en coupe dans la figure 399. L'action mécanique exercée par cette bobine sur une masse magnétique égale à l'unité, située en un point quelconque P de l'espace, est égale à la somme des actions individuelles de toutes les spires vues en coupe dans la figure 399. Or, chacune de ces spires est parcourue par le même courant d'intensité i, puisque l'enroulement est

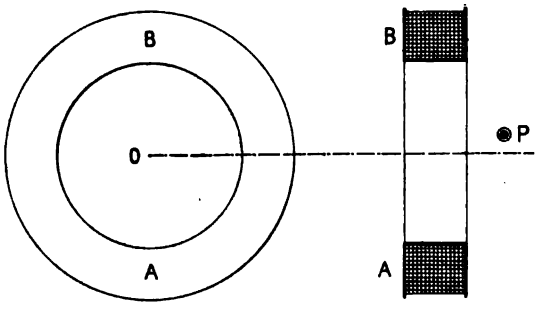


Fig. 398. Fig. 399.

formé d'un fil unique, et il est bien évident que si on les isolait toutes les unes des autres, en laissant bien entendu leur forme intacte, et qu'on lançât dans chacune d'elles, par un procédé quelconque, un courant individuel d'intensité i, l'action mécanique exercée en P resterait rigoureusement la même. Cette remarque fort simple permet de remplacer l'ensemble des spires par une spire unique remplissant la gorge de la bobine, exactement comme le font les spires, et parcourue par un courant dont l'intensité I est égale au produit du nombre n des spires par l'intensité i du courant

Digitized by Google

primitif. Mais pour que l'action mécanique de cette spire unique soit exactement égale à celle de l'enroulement qu'elle remplace, il faut que la *densité* du courant, c'est-à-dire l'intensité par unité de section de la spire unique, soit constante dans toute son étendue; il faut, en outre, que le courant parcoure une circonférence complète. Aucune de ces conditions ne serait remplie si la spire unique avait une grande épaisseur dans le sens du rayon, comme on le voit dans la figure où on a exagéré exprès cette épaisseur pour rendre plus évidents les inconvénients qui en résultent. On voit en effet immédiatement que les divers filets de courants qui la traversent ne peuvent décrire une circonférence complète et ne peuvent, par conséquent, être assimilés sans erreur aux courants des spires d'un enroulement filiforme. De plus, on pourrait avoir des doutes sur l'uniformité de la densité du courant parce que les différents filets de courants auraient, en général, des longueurs différentes et auraient à surmonter par conséquent des résistances différentes. Ainsi dans la fig. 400 on voit immédiatement que le filet le plus rapproché du centre de la spire est plus court que le filet le plus éloigné; le courant traversant une section de un millimètre carré y serait donc plus intense et l'identité des effets des deux enroulements serait détruite.

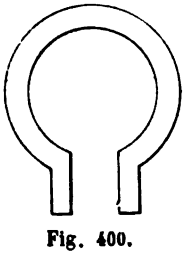


Fig. 400.

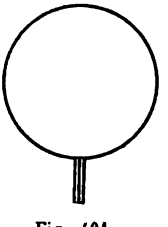


Fig. 401.

La substitution dont nous parlons n'est donc applicable avec certitude que si la spire unique présente, dans le sens du rayon, une épaisseur qui soit une faible fraction de ce rayon, et que si l'entrée et la sortie du courant ont lieu au moyen de lames aussi minces que possible, séparées par un intervalle de un à deux dixièmes de millimètre à peine, telle que l'épaisseur d'une feuille de mica (fig. 401).

Digitized by Google

Il résulte de là que l'enroulement à spires multiples ne peut être remplacé par une spire unique que lorsque son épaisseur dans le sens du rayon est également une petite fraction du rayon intérieur de la bobine.

De plus, si l'on considère que pour éviter un échauffement exagéré de la spire unique, la section livrée au passage du courant doit être proportionnelle à l'intensité de ce courant, et par conséquent considérable si le courant a une grande intensité, on est amené, pour obtenir la section nécessaire dans les bobines de faible rayon, à leur donner une grande longueur dans le sens de l'axe. Les appareils de mesure basés sur l'action exercée par un solénoïde sur un noyau de fer placé à leur intérieur (623-624), se prêtent parfaitement à la réalisation de ces conditions ; ils nous semblent donc particulièrement désignés pour la mesure des courants intenses, leur graduation ayant lieu, comme nous venons de l'indiquer, avec des courants d'intensité médiocre que l'on ferait passer dans leur solénoïde enroulé d'un fil fin et auquel on substituerait ensuite le solénoïde entouré d'une lame unique.

Si, par exemple, le solénoïde à fil fin a un diamètre intérieur de 5 centimètres et une longueur de 10 centimètres, on l'entourera d'une hélice composée d'une seule couche de fil de 2 millimètres de diamètre (isolant compris) possédant 50 spires. On lancera dans cet enroulement un courant dont l'intensité variera par exemple de 10 à

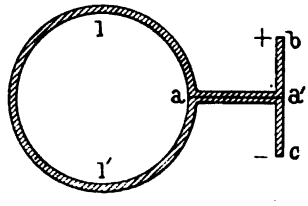


Fig. 102.

20 ampères et qui servira à graduer l'appareil entre ces limites. La graduation terminée, on enlèvera le solénoïde et on lui substituera un solénoïde dont la bobine aura des dimensions identiques, mais dont l'enroulement sera composé d'une seule lame de 2 millimètres

Digitized by Google

d'épaisseur et de 10 centimètres de longueur, dont les extrémités se rejoignent sans se toucher métalliquement et se terminent par des lames rectilignes *aa'b*, *aa'c* (fig. 402) d'une très faible épaisseur. Les extrémités *b* et *c* de ces lames sont mises en communication, par les moyens ordinaires, avec le circuit général dans lequel passe un courant variant entre 500 et 1000 ampères et dont l'intensité sera obtenue en multipliant par 50 les nombres de la graduation faite avec le solénoïde de 50 spires. Il est à peine besoin de dire que les lames *aa'b*, *aa'c* doivent avoir, dans le sens de l'axe de la bobine, perpendiculairement au plan de la figure, une longueur égale à celle de ladite bobine, c'est-à-dire 10 centimètres; s'il en était autrement, les différents courants élémentaires qui traversent la lame *all'*, auraient des intensités variables avec leur distance aux faces terminales de la bobine et ne pourraient par conséquent être assimilés à ceux de la bobine de 50 spires.

En employant ainsi des bobines enroulées d'une seule couche de fil, on obtient, avec le solénoïde à enveloppe de fer (623), des actions mécaniques très énergiques, parce que l'intensité du champ magnétique, dans l'espace annulaire qui sépare le noyau de l'enveloppe, est considérable en raison même de l'étroitesse de ce canal annulaire.

648. — Mesure des courants intenses au moyen du galvanomètre balistique. — Soit BB' (fig. 403) une bobine plate dont le dia-

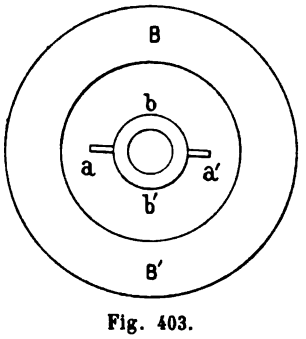


Fig. 403.

mètre est beaucoup plus grand que la longueur. Dans cette bobine, plaçons-en une seconde *bb'* de dimensions médiocres et enroulée de

Digitized by Google

fil fin, et supposons qu'on puisse, à l'aide d'un petit mécanisme à ressort, lui faire effectuer, dans un temps très court, un demi-tour autour d'un axe horizontal aa'. Si la bobine BB′ est traversée par un courant permanent, et que la bobine bb' soit d'abord placée dans le même plan qu'elle, le mouvement imprimé à la bobine bb' aura pour conséquence de faire varier la valeur du flux de force embrassé par chacune de ses spires d'une quantité égale au double de cette valeur, puisque, en désignant par f le flux qui traverse une spire dans la première position, sa valeur dans la seconde position est $-f$, la spire étant retournée bout pour bout (ou du moins tout se passe comme si $+f$ devenait $-f$). Il résulte alors des lois de l'induction, que la quantité d'électricité mise en mouvement dans le circuit de bb', est égale à $\frac{2\mathcal{F}'}{R'}$, $\mathcal{F}'$ désignant la somme des flux embrassés par toutes les spires de bb' et R′ la résistance de ce circuit. Donc, si un galvanomètre balistique est intercalé dans le circuit de bb', il éprouvera, au moment du retournement de bb', une déviation balistique proportionnelle à $\mathcal{F}'$. Mais $\mathcal{F}'$ est lui-même proportionnel au produit du nombre n de spires de la bobine fixe BB′, par l'intensité i du courant qui les traverse. La déviation balistique du galvanomètre, sera donc finalement proportionnelle au produit ni. On peut donc, en mettant à profit la méthode indiquée plus haut, graduer d'abord le galvanomètre balistique en donnant à la bobine BB′ un grand nombre de spires traversées par des courants d'intensité médiocre, et utiliser ensuite la graduation ainsi obtenue, pour la mesure des courants de haute intensité, en remplaçant simplement l'enroulement de BB′ par un autre de dimensions extérieures identiques mais contenant 10 fois, 20 fois,... 100 fois moins de spires formées d'un conducteur dont la section sera 10 fois, 20 fois,... 100 fois aussi grande (et sera même multipliée par des nombres plus grands que le rapport de l'ancien nombre de spires au nouveau, comme on l'a vu dans l'exemple numérique de l'alinéa précédent.)

On peut même simplifier encore l'application de ce procédé, en enroulant le fil fin de la grande bobine BB′ sur une carcasse métallique qui sert elle-même de conducteur (composé d'une seule spire)

Digitized by Google

aux courants intenses. Mais on commettra alors une légère erreur résultant de ce que le diamètre de la spire moyenne de l'enroulement est nécessairement un peu plus grand que le diamètre de la spire unique constituée par le fond de la gorge de la bobine, et que par conséquent, les courants qui traversent l'enroulement ne peuvent être considérés comme produisant, en un point quelconque de l'espace, un champ magnétique identique à celui qu'ils produiraient s'ils traversaient la spire unique qui forme le fond de la gorge de la bobine.

Cette méthode permet de mesurer les courants intenses au moyen d'instruments délicats placés aussi loin qu'on le veut du point où passe le courant qu'il s'agit de mesurer. Elle a cela de commun, d'ailleurs, avec la méthode basée sur la mesure du courant dérivé aux extrémités d'une très faible résistance (646) ; mais elle présente plus de garanties d'exactitude et plus de facilités de contrôle, parce que le rapport de deux nombres de spires ne comporte pas d'erreur comparable à celle que l'on peut commettre dans la mesure de résistances extrêmement petites. Mais elle a en revanche le défaut d'exiger la production d'un mouvement de la bobine *bb'*, chaque fois que l'on veut faire une mesure.

649. — Mesure d'un courant intense par l'emploi des comparateurs de courants. — Nous signalerons enfin comme se prêtant très bien à la mesure des courants intenses, les comparateurs de courants auxquels nous avons consacré un paragraphe spécial (Chapitre VI, § 2). Il suffit pour cela de donner aux deux cadres (rectangulaires entre eux) qui existent dans tous ces appareils, des enroulements composés de nombres de spires très différents, en respectant, bien entendu, le principe que nous venons d'exposer dans les alinéas précédents, c'est-à-dire en donnant aux deux enroulements les mêmes dimensions extérieures, de manière que les gorges des cadres soient remplies exactement de la même manière, quel que soit le nombre de spires de chaque cadre.

Lorsque les deux cadres ont des dimensions identiques et contiennent le même volume apparent de fil, l'équation d'équilibre de

Digitized by Google

l'équipage mobile est, comme nous le verrons

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ni}{n'i'},$$

n et n' étant les nombres de spires des deux cadres respectivement parcourus par les courants d'intensité i et i'.

On tire de là

$$\frac{i'}{i} = \frac{n}{n' \operatorname{tg} \alpha}.$$

Dans cette équation, α représente l'angle du cadre parcouru par le courant i, compté à partir de la position qu'il occupe lorsque l'équipage mobile reste au zéro, bien que le second cadre soit parcouru par un courant i' et le premier par un courant nul.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire que les deux cadres soient identiques pour que le comparateur permette de trouver le rapport $\frac{i'}{i}$, mais l'exposé de la marche à suivre dans ce cas nous entraînerait trop loin.

Les comparateurs de courants pourraient être appliqués avec avantage à la mesure des courants très intenses, mais il semble à première vue qu'ils doivent exiger l'emploi d'un courant continu servant d'étalon et traversant constamment le cadre à fil fin. Il n'en est rien, et ce cadre peut, à la rigueur, ne servir qu'à la graduation de l'instrument dont l'équipage mobile doit alors être pourvu d'un ressort de torsion ou de tout autre moyen de produire une force antagoniste. Cette force antagoniste doit être annulée lorsqu'on gradue l'instrument comme comparateur; mais lorsque la graduation est faite, elle sert à remplacer l'action mécanique du courant-étalon et à ramener, comme lui, l'équipage mobile à sa position d'équilibre si on emploie la méthode acinétique. Elle permet même, à la rigueur, d'employer le second cadre parcouru par le courant intense, comme on le ferait dans un instrument à libre déviation.

Il suffit dans ce dernier cas, de procéder de la manière suivante :

1° On lance simultanément dans chaque cadre le courant qui lui est destiné ;

2° On fait tourner l'ensemble des deux cadres jusqu'à ce que

Digitized by Google

l'équipage mobile revienne au zéro, la force antagoniste étant nulle. L'angle dont il a fallu tourner fait connaître le rapport $\frac{i'}{i}$ et par conséquent i', puisque i est supposé connu.

3° On supprime le courant-étalon i en maintenant i' constant et on fait tourner les cadres de façon à les placer dans la position où i' développe le couple maximum sur l'équipage mobile, celui-ci étant supposé maintenu au zéro ;

4° On rend la liberté à l'équipage mobile et on note la position dans laquelle il se place spontanément sous l'influence du courant i'.

En répétant cette série d'opérations pour différentes valeurs de i', on a autant de points qu'on veut de la graduation de l'instrument fonctionnant en libre déviation.

Digitized by Google

CHAPITRE SIXIÈME

APPAREILS FAISANT CONNAITRE LA SOMME OU LE RAPPORT DE DEUX COURANTS

Nous allons étudier deux classes d'instruments très intéressants qui ont pour but de mesurer :

1° la somme ou la différence de deux courants ou plus généralement la somme algébrique de plusieurs courants. Ces appareils sont généralement désignés sous le nom de *galvanomètres différentiels.*

2° le rapport de deux courants. *Ce sont les comparateurs de courants.*

§ 1. — GALVANOMÈTRES DIFFÉRENTIELS.

650. — Galvanomètre différentiel à un seul cadre, à circuits fixes et à aiguille aimantée mobile. — Le plus simple de tous ces appareils n'est autre chose qu'un galvanomètre ordinaire à circuits fixes et à aiguille aimantée mobile, sur la bobine duquel on a enroulé ensemble deux fils distincts, égaux et fortement serrés l'un contre l'autre, de façon à ne faire pour ainsi dire qu'un seul fil dans lequel on pourrait lancer simultanément deux courants différents. Il est clair que si dans chacun de ces fils, on lance un courant de même intensité, les effets mécaniques produits par les deux courants sur l'aiguille aimantée s'ajouteront algébriquement;

Digitized by Google

de sorte que si on désigne par C_1 le couple produit sur l'aiguille aimantée par un quelconque des enroulements, lorsqu'il est traversé par l'unité de courant, le couple total sera donné par l'équation

$$C = C_1 I + C_1 I' = C_1(I + I')$$

qui montre que tout se passe comme si on lançait dans un seul des enroulements un courant égal à la somme des deux courants I et I' qui traversent individuellement chacun des enroulements. Si les deux courants sont de sens contraire, le couple sera proportionnel à leur différence; de là le nom donné à ce genre de galvanomètre. Si on fait $I = -I'$, c'est-à-dire si les deux courants sont égaux et de sens contraire, on a $C = 0$, l'aiguille reste en repos comme si aucun courant ne passait dans l'appareil qui permet ainsi de constater l'*égalité rigoureuse* de deux courants. Il est extrêmement facile d'ailleurs de s'assurer que les deux enroulements sont absolument identiques dans leurs effets; il suffit pour cela de les réunir en série de façon qu'un courant quelconque, après avoir parcouru le premier enroulement, parcoure ensuite le second en sens contraire. Si l'aiguille déviait légèrement, cela indiquerait qu'il n'existe pas une identité absolue entre les positions respectives qu'elle occupe par rapport aux deux enroulements, et on pourrait, en déplaçant le cadre d'une très petite quantité, obtenir que l'aiguille reste rigoureusement au zéro pendant le passage du courant dans les deux fils de l'instrument.

Quand ce résultat est obtenu, l'instrument peut être utilisé dans beaucoup de recherches pour lesquelles on emploie aujourd'hui le Pont de Wheatstone, bien que, suivant nous, le galvanomètre différentiel soit dans beaucoup de cas d'un emploi plus commode, plus rapide et qu'il se prête beaucoup mieux à certaines expériences.

Le galvanomètre différentiel ne se construit guère que sous la forme que nous venons d'indiquer. C'est, en effet, la plus facile à réaliser puisque, les deux fils appartenant aux deux circuits, étant enroulés en même temps et fortement serrés l'un contre l'autre, on est certain de l'identité presqu'absolue de leur action sur l'aiguille aimantée, quelle que soit d'ailleurs la position de celle-ci. Mais il ne

Digitized by Google

permet que de constater l'égalité de deux courants ou de mesurer leur différence.

651. — Galvanomètre différentiel à deux cadres distincts. — Si, au lieu d'enrouler d'une façon aussi identique que possible les deux fils sur le même cadre, on les enroule sur deux cadres différents parallèles, symétriquement placés par rapport à l'aiguille comme les deux cadres circulaires de la boussole des tangentes d'Helmoltz par exemple) et pouvant même prendre des mouvements indépendants l'un de l'autre pour assurer le réglage de l'appareil, on a alors un galvanomètre différentiel qui se prête à des usages beaucoup plus étendus que l'appareil simple que nous avons décrit d'abord. Il permet en effet de constater que deux courants I et I′ satisfont à la relation générale, $aI + a'I' = 0$, d'où

$$\frac{I'}{I} = -\frac{a}{a'}$$

c'est-à-dire que leur rapport est constant et égal, au signe près, au rapport $\frac{a}{a'}$.

En supposant l'aiguille *ab* aimantée, très petite, et les deux cadres

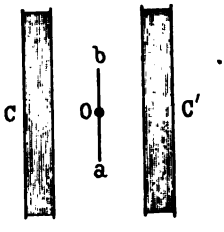


Fig. 404.

de forme circulaire (fig. 404), la valeur des coefficients a et a' est facile à déterminer. L'aiguille aimantée *ab* étant dirigée dans le méridien magnétique et restant dans cette direction pendant le passage des deux courants, il en résulte que les couples exercés sur elle, par les cadres C et C′ sont égaux et de signe contraire. Or ces couples ont respectivement pour valeur, lorsque l'aiguille est parallèle aux cadres (380),

Digitized by Google

$$2\pi\mathfrak{M}\mathrm{I}\frac{r^2}{(r^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad 2\pi\mathfrak{M}\mathrm{I}'\frac{r'^2}{(r'^2+a'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

lorsqu'on admet que les cadres sont formés d'une seule spire ; mais s'ils contiennent respectivement n et n' spires, ces expressions doivent être multipliées par n et par n', et si nous supposons, pour simplifier, que les cadres ne diffèrent que par les nombres de spires, et que, pour le reste, ils sont identiques en tout, on trouve facilement que l'équation d'équilibre se réduit à

$$\frac{\mathrm{I}'}{\mathrm{I}} = -\frac{n}{n'}$$

c'est-à-dire que les intensités I' et I des deux courants sont en raison inverse du nombre des spires qui leur correspondent.

Mais cette équation n'est exacte que si les dimensions des deux cadres sont rigoureusement identiques ainsi que leurs positions respectives, déterminées par la distance de leur centre à celui de l'aiguille et par l'angle de leur plan avec la direction de l'aiguille.

Au lieu de donner au nombre de spires des valeurs différentes, on peut le prendre identique sur les deux cadres, mais à la condition de placer ces deux cadres à des distances différentes du centre de l'aiguille. L'équation d'équilibre conduirait alors à l'équation

$$\frac{\mathrm{I}'}{\mathrm{I}} = \left(\frac{r'^2+a'^2}{r^2+a^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

qui permettrait de trouver le rapport $\frac{\mathrm{I}'}{\mathrm{I}} = k$ des deux courants en fonction des rayons r et r' des deux cadres ainsi que de leurs distances a et a' au centre de l'aiguille. Résolue par rapport à a', elle donne en supposant $r' = r$

$$a' = [k^{\frac{2}{3}}a^2 + (k^{\frac{2}{3}} - 1)r^2]^{\frac{1}{2}}.$$

On peut, au moyen de cette équation, calculer les valeurs de a' qui correspondent à des valeurs de $\frac{\mathrm{I}'}{\mathrm{I}} = k$ croissant en progression arithmétique, de façon que le cadre C traversé par le courant I étant fixe et situé à une distance invariable a du centre de l'aiguille, il suffit de faire glisser le second cadre C' parallèlement à lui-même

Digitized by Google

et de le placer devant les divisions d'une règle graduée d'après cette équation, pour transformer le *galvanomètre différentiel* en *comparateur de courants*.

Mais il est indispensable de soumettre la graduation, ainsi obtenue par le calcul, à un contrôle résultant de l'emploi de méthodes faisant connaître directement le rapport de deux courants. Car les équations sur lesquelles nous nous sommes appuyés pour trouver les valeurs de I et de I′ en fonction des éléments de construction des deux cadres, ne sont pas rigoureuses dans le sens mathématique du mot, et en outre, les quantités a, r, a', ne peuvent en général être déterminées avec une très grande précision, surtout la quantité r qui est le rayon *moyen* des spires.

Le galvanomètre différentiel, au contraire, lorsqu'on borne son rôle à la constatation de l'égalité de deux courants, permet d'obtenir une précision presqu'illimitée parce qu'on n'est obligé de mesurer aucune dimension et qu'on le vérifie simplement en constatant l'immobilité complète de l'aiguille lorsqu'on lance, dans des sens contraires, le même courant dans les deux enroulements préalablement groupés en série.

652. — Généralisation du principe du galvanomètre différentiel à circuit fixe. — Nous venons de voir qu'un galvanomètre à aimant mobile, composé de deux bobines que l'on peut déplacer à volonté parallèlement à elles-mêmes, de manière à faire varier la distance de leur centre à celui de l'aimant mobile (fig. 404), constitue un appareil permettant de constater, non seulement que deux courants sont égaux, mais encore qu'ils sont dans un rapport donné. Lorsqu'ils servent à ce dernier usage, ils prennent le nom de *Comparateurs de courants* et forment une classe d'instruments très intéressants à cause de la multiplicité des expériences qu'ils permettent de faire facilement et auxquelles les galvanomètres ordinaires se prêtent beaucoup moins bien.

Mais, comme nous allons le montrer, il y a tout intérêt à généraliser le principe qui sert de base au galvanomètre différentiel, et à munir chacune des bobines mobiles C et C′, de deux enrou-

Digitized by Google

lements égaux, complètement distincts. Désignons par C_1 et C_2 les deux enroulements égaux de C, et par C'_1 et C'_2 ceux de C'. Nous savons qu'on peut obtenir facilement deux enroulements égaux en enroulant sur les cadres un conducteur formé de deux fils isolés l'un de l'autre et contenus dans une même gaîne isolante qui les serre fortement l'un contre l'autre ; on pourrait même former ainsi un petit câble composé de n fils égaux complètement distincts et qui serait sensiblement cylindrique comme un gros fil ordinaire si le nombre n était *hexagonal*, c'est-à-dire était égal à $3n'(n'-1)+1$, n' étant un nombre entier quelconque plus grand que 1.

Nous allons faire voir que cette disposition des enroulements permet de constater non seulement que deux courants sont rigoureusement égaux, mais encore qu'ils sont *rigoureusement* dans un rapport donné, pourvu que ce rapport soit représenté par un nombre entier.

Lançons d'abord dans l'enroulement C_1 du cadre C et dans l'enroulement C'_1 du cadre C', préalablement réunis en série, un même courant d'intensité I qui les parcourt en sens contraire, et cherchons la position de C' pour laquelle l'équilibre naturel de l'aiguille aimantée *ab*, n'est pas troublé par le passage du courant dans C_1 et C'_1. Si le cadre C' est pourvu d'un index glissant devant une échelle divisée, nous inscrirons en face de l'index le nombre 1 qui indique que cette position correspond à l'égalité des courants C_1 et C'_1. Mettons ensuite en série les circuits C_1, C'_1 et C'_2, de façon que ces derniers agissent dans le même sens et par conséquent en sens contraire de C_1. Si nous lançons dans cet ensemble un courant d'intensité quelconque I, l'équilibre de l'aiguille aimantée va être rompu et, pour la ramener à sa position naturelle, il faudra augmenter la distance du cadre C' au centre de l'aiguille et le faire glisser jusqu'à ce qu'elle revienne au zéro. A ce moment l'action de C_1 est égale à la somme des actions de C'_1 et de C'_2; or ces deux dernières sont égales, puisque C'_1 et C'_2 sont identiques et parcourus par le même courant, leur somme est donc double de chacune d'elles prise séparément et par conséquent égale à l'action que produirait *un courant unique traversant un seul des enroulements* C'_1 *ou* C'_2, *mais ayant une intensité égale à* 2I.

Digitized by Google

En face de l'index du cadre C′, nous inscrirons le nombre 2 qui signifiera que deux courants I′ et I lancés : le premier dans C'_1 ou dans C'_2, le second en sens contraire dans C_1 ou dans C_2, ont un rapport rigoureusement égal à 2 lorsque, dans cette position du cadre C′, l'équilibre de *ab* n'est pas troublé.

Pour déterminer la position de l'index correspondante au cas où l'action d'un courant quelconque I lancé dans C_1 ou C_2, est équilibrée par celle d'un courant 3I lancé dans C'_1 ou C'_2, on lance dans C'_1 un courant égal à 2I (ce que l'on peut constater rigoureusement comme nous venons de le prouver) et dans C'_2 un courant de même sens égal à I, en le groupant simplement en série avec C_1. On fait ensuite glisser le cadre C′, jusqu'à ce que l'augmentation de la distance de son centre à celui de *ab*, ait pour effet de ramener *ab* au zéro, et on inscrit en face de l'index de C′ le nombre 3.

Il est facile de voir comment on peut déterminer ensuite les points 4, 5, ..., etc. Ce mode de graduation, qui est à l'abri de toute critique, exige seulement que l'on puisse régler rigoureusement les intensités de deux courants distincts et les maintenir constantes aussi longtemps qu'on le désire. Cela est très facile en se servant, comme source d'électricité, d'accumulateurs dans le circuit desquels on intercale des rhéostats liquides dont la résistance peut varier par degrés insensibles. Il est à peine nécessaire de dire que dans chaque circuit doit être intercalé un ampèremètre ou mieux encore un électrodynamomètre très sensible à poids, *qui n'a pas besoin d'être gradué* et dont le seul rôle est d'attester que le courant quelconque qui le traverse, conserve une intensité constante (mais d'ailleurs arbitraire) aussi longtemps que l'observateur le juge convenable.

Il est utile de remarquer que les rapports 1, 2, 3, ..., etc. ainsi déterminés sont rigoureusement exacts, quelles que soient les intensités absolues des courants qui traversent les cadres C et C′. On peut donc graduer l'appareil avec des courants de faible intensité et le faire servir ensuite à mesurer les rapports de courants dont l'intensité n'est limitée que par la condition de ne pas produire, dans les fils enroulés sur C et C′, un échauffement excessif.

L'action exercée par un courant I, sur l'aiguille aimantée *ab*.

Digitized by Google

dépend de la position du cadre auquel appartient l'enroulement traversé par le courant, mais elle est exactement la même pour les deux enroulements du même cadre ; il résulte de là que si l'enroulement C_1 est traversé par un courant d'intensité I_1, et l'enroulement C_2 par un courant d'intensité I_2, l'action exercée sur *ab* est la même que si l'un quelconque des deux enroulements de C, était seul traversé par un courant d'intensité $I_1 + I_2$. La même observation s'appliquant au cadre C′; on voit immédiatement que si les deux enroulements de ce cadre sont respectivement traversés par des courants I'_1 et I'_2, et que l'index du cadre C′ est en face d'une division *n* appartenant à la graduation obtenue par le procédé qui vient d'être décrit, les quatre courants I_1, I_2 ; I'_1, I'_2; devront, pour que l'aiguille *ab* reste au zéro, satisfaire à la relation

$$\frac{I'_1 + I'_2}{I_1 + I_2} = n$$

qui exprime, sous la forme la plus concise, les propriétés de ce genre d'instruments à enroulements multiples.

653. — Galvanomètres différentiels à circuits mobiles. — Le principe du galvanomètre différentiel peut aussi être appliqué aux appareils à circuits mobiles, mais avec beaucoup moins de facilité qu'aux appareils à circuits fixes, à cause de la complication qu'entraîne la nécessité d'amener deux courants (exigeant deux entrées et deux sorties) aux circuits enroulés sur un même cadre mobile ou sur deux cadres différents mais solidaires. Il n'est plus possible alors d'employer la disposition adoptée dans le galvanomètre Deprez-d'Arsonval et qui consiste en deux fils tendus dans le prolongement l'un de l'autre et servant à la fois d'axe de rotation, de conducteur et de dynamomètre. Un tel dispositif ne permet, en effet, de donner passage qu'à un seul courant et il ne faudrait pas songer d'ailleurs à le répéter une seconde fois pour le second courant à cause de la difficulté de donner aux quatre fils tenseurs, situés deux à deux en ligne droite, une même longueur, une même tension et un parallélisme parfait, et aussi parce que l'instrument fonctionnerait alors comme

Digitized by Google

la balance bifilaire de Snow Harris et de Gauss et que sa sensibilité serait considérablement amoindrie.

La seule disposition à laquelle on puisse avoir recours, est celle qui est représentée dans la figure 405. Le cadre mobile CC′, portant deux enroulements, est suspendu à deux fils de torsion CF, C′F′ tendus suivant la même droite et qui jouent le rôle d'axe et de dynamomètre de torsion, mais qui ne servent à transmettre aucun courant. Ce rôle est dévolu à quatre conducteurs très fins, roulés en hélice

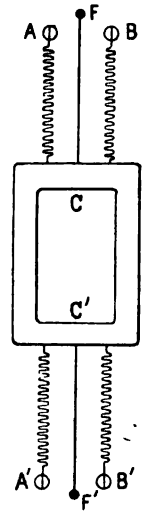


Fig. 405.

AC, A′C′ ; BC, B′C′, dont les deux premiers communiquent avec le premier enroulement tandis que les deux autres communiquent avec le second.

Ces conducteurs, enroulés en forme d'hélice, opposent à la rotation du cadre un couple élastique beaucoup plus petit que celui des fils rectilignes de suspension FC, F′C′, à moins que ces derniers ne soient des fils de cocon.

Si l'on veut obtenir d'un galvanomètre différentiel à circuit mobile, les résultats que donne si facilement un galvanomètre à circuit fixe lorsqu'on veut le transformer en comparateur de courant, et le graduer suivant la méthode indiquée plus haut, il faudra employer deux

Digitized by Google

cadres distincts solidaires, munis chacun de deux enroulements, ce qui forcera à employer huit conducteurs en hélice. Il faudra, en outre, employer un des procédés que nous avons décrits dans un autre chapitre pour rendre variable l'intensité du champ magnétique d'un des cadres, ou même (ce qui serait préférable), des deux cadres.

La figure 406 montre comment on pourrait réaliser un dispositif de ce genre. Les deux cadres CC, C'C', contenant des tubes de fer destinés à renforcer le champ magnétique, sont dans le même plan

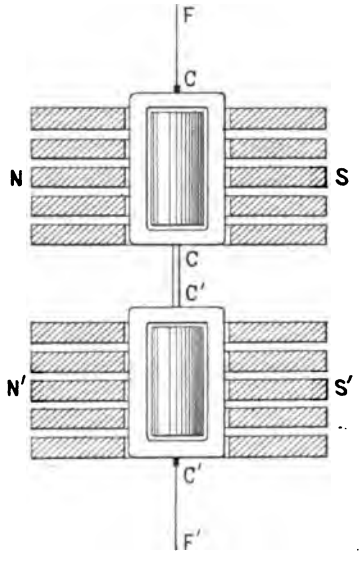


Fig. 406.

et rendus solidaires par une tige CC' (les 4 fils d'entrée et de sortie de chaque cadre n'ont pas été représentés pour ne pas surcharger le dessin) ; les deux faisceaux aimantés, vus du côté des extrémités polaires, sont composés de lames en fer à cheval, séparées les unes des autres par un corps non magnétique. Chacun de ces faisceaux est mobile et peut se déplacer parallèlement à lui-même et parallèlement au fil FF', en glissant sur une coulisse qui le guide en ligne droite. Ce mouvement permet de soumettre à l'action du faisceau NS, par exemple, une portion plus ou moins grande de la longueur

Digitized by Google

du fil actif enroulé sur le cadre CC; en le faisant glisser d'une quantité égale à la longueur du côté vertical du cadre, on supprimerait presque totalement son action sur ce cadre. Ce mouvement du faisceau NS produirait donc le même effet et jouerait le même rôle que le mouvement de l'un des cadres du galvanomètre différentiel à circuit fixe décrit plus haut. On peut, pour augmenter l'énergie de l'effet produit, rendre les deux faisceaux NS, N'S' solidaires, en les disposant de façon que lorsque l'action de l'un d'eux sur son cadre est maxima, l'action de l'autre soit nulle et réciproquement. La graduation de cet appareil se ferait exactement de la même manière que celle du galvanomètre à circuit fixe. Nous n'insisterons pas davantage sur cette forme de galvanomètre à circuits mobiles et sur son emploi pour la détermination du rapport de deux courants, parce que nous allons voir qu'on peut, en conservant la fixité des faisceaux, en supprimant les tubes de fer et en décalant simplement l'un des cadres d'un angle droit, obtenir un comparateur de courants plus simple, plus exact et d'un emploi plus facile.

§ 2. — COMPARATEURS DE COURANTS.

654. — But des comparateurs de courants. — Le but des comparateurs de courants est de faire connaître, par une simple lecture, le rapport $\frac{I'}{I}$ des intensités de deux courants quelconques, de sorte que si l'un d'eux est connu en valeur absolue, l'intensité de l'autre peut se déduire immédiatement de ce rapport.

Les comparateurs de courants sont d'un usage encore moins répandu que les galvanomètres différentiels et cependant ils permettent de résoudre beaucoup de problèmes pratiques intéressants, d'une façon bien plus simple que les galvanomètres ordinaires. Nous suivrons dans leur étude le même ordre que pour les galvanomètres et les ampèremètres et nous les diviserons en deux classes : les comparateurs à circuit fixe et les comparateurs à circuit mobile.

655. — Comparateurs à circuits fixes. — Le premier appa-

Digitized by Google

reil de ce genre est dû, croyons-nous, à M. Fleeming Jenkin. Il se compose théoriquement de deux cadres circulaires égaux, concentriques et situés dans deux plans verticaux faisant entre eux un angle droit. Au centre commun de ces deux cadres, se trouve une petite aiguille aimantée suspendue à un fil de cocon. La figure 407 représente la disposition de ces deux cadres, celui qui est perpendiculaire au plan de la figure étant supposé coupé par ce plan. Lorsqu'on bobine ces deux cadres, on les recouvre alternativement d'une couche de fil, c'est-à-dire que l'on enroule d'abord une couche complète sur un seul d'entre eux, puis une couche complète sur le second (cette couche passant par dessus la première au point de croisement des deux cadres), puis une seconde couche sur le premier et ainsi de suite. On obtient ainsi deux enroulements identiques, de

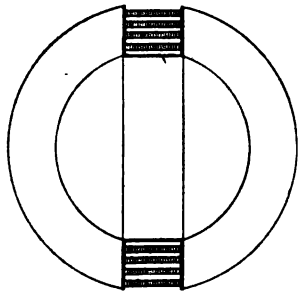


Fig. 407.

sorte que si on lance le même courant dans chacun d'eux, on peut être certain que le champ magnétique de cet ensemble est situé dans le plan bissecteur des plans des deux cadres. C'est donc dans ce plan que se placera l'aiguille aimantée si elle n'est sollicitée par aucune autre action que celle des deux cadres ou si le plan bissecteur est situé dans le méridien magnétique.

Pour donner à la théorie de cet appareil la forme la plus simple possible, nous supposerons que l'aiguille aimantée est astatisée extérieurement, d'une façon presque complète, par un quelconque des procédés que nous avons indiqués dans un autre chapitre (565), et que le plan vertical qui passe par ses pôles coïncide avec celui d'un des cadres, lorsqu'aucun d'eux n'est traversé par un courant.

Digitized by Google

C'est à partir de cette position que nous mesurerons la déviation de l'aiguille. Si nous désignons par I l'intensité du courant qui traverse l'enroulement de ce cadre; par N le nombre de spires; par L la longueur totale du fil enroulé; par α la déviation de l'aiguille; par $\mathcal{M}$ son moment magnétique, le couple exercé sur l'aiguille par le premier cadre, a pour expression

$$\frac{4\pi^2 N^2}{L} \mathcal{M} I \cos \alpha$$

Le couple exercé par le second cadre, traversé par un courant d'intensité I', a une expression qui se déduit de celle-ci en remplaçant I par I' et $\cos \alpha$ par $\sin \alpha$, puisque les plans des deux cadres font entre eux un angle droit. Pour qu'il y ait équilibre, il suffit (puisque nous avons supposé l'aiguille presque complètement astatisée) que ces deux couples soient égaux, c'est-à-dire que l'on ait

$$\frac{4\pi^2 N^2}{L} \mathcal{M} I \cos \alpha = \frac{4\pi^2 N^2}{L} \mathcal{M} I' \sin \alpha \qquad \text{d'où} \qquad \frac{I}{I'} = \operatorname{tg} \alpha.$$

L'instrument fera donc connaître le rapport $\frac{I}{I'}$ des deux courants par une simple lecture. On trouverait de même le rapport inverse

$$\frac{I'}{I} = \operatorname{tg} \alpha',$$

α' désignant l'angle de l'aiguille avec le cadre traversé par le courant I'.

Ces équations supposent que l'aiguille aimantée n'est soumise à aucune autre force que celle qui émane des cadres, car, s'il en était autrement, en désignant par C le couple produit par une force perturbatrice quelconque, telle que le magnétisme terrestre ou la torsion du fil de suspension, l'équation de l'équilibre deviendrait

$$\frac{4\pi^2 N^2}{L} \mathcal{M} [I \cos \alpha + I' \sin \alpha] + C = 0,$$

de laquelle on ne peut conclure le rapport $\frac{I}{I'}$, même quand on connaîtrait la valeur de C.

L'aiguille doit donc être astatisée aussi parfaitement que possible de manière à ne conserver qu'une force directrice extrêmement petite,

Digitized by Google

et le couple de torsion du fil doit être absolument négligeable, ce qui a lieu d'ailleurs quand on emploie un fil de cocon. Ces deux conditions sont de rigueur lorsque l'instrument doit accuser la valeur du rapport des deux courants par la libre déviation de l'aiguille, mais il n'en est plus de même si on emploie la méthode acinétique, c'est-à-dire si on fait tourner à la main l'ensemble des deux cadres autour de l'intersection de leurs plans moyens (ou du fil de suspension de l'aiguille qui doit se confondre avec cette intersection) jusqu'à ce que l'aiguille aimantée reste en équilibre dans la position qu'elle occupait avant qu'aucun courant fût lancé dans les cadres. Les forces perturbatrices sont alors éliminées par ce seul fait que la position de l'aiguille n'a pas changé. On peut donc, dans ce cas, se servir d'une aiguille aimantée non astatisée et d'un fil de suspension ayant un coefficient de torsion analogue à celui des fils métalliques.

656. — Disposition de comparateur de courant de M. Marcel Deprez. — Mais la méthode acinétique présente encore d'autres avantages que nous allons mettre en évidence. Elle permet en effet :

1° De rendre *rigoureuse* l'équation $\frac{I}{I'} = \operatorname{tg} \alpha$, qui n'est qu'approchée lorsque le mouvement angulaire relatif des cadres et de l'aiguille, a lieu autour d'une droite qui se confond avec l'axe de rotation de cette aiguille;

2° D'employer des cadres beaucoup plus petits que l'aiguille elle-même, et de les placer de telle sorte que le couple qu'ils produisent individuellement sur celle-ci, a une valeur beaucoup plus grande, à quantité de fil égale, que celle que l'on obtient dans la disposition de Fleeming Jenkin.

En ce qui concerne la première propriété, rappelons que l'équation à laquelle nous venons d'arriver est tirée directement de celle qui donne la valeur du couple, exercé par un cadre circulaire, sur une aiguille aimantée mobile autour d'un axe passant par le centre de ce cadre, et que cette équation n'est qu'approchée. L'erreur commise est d'autant plus grande que le rapport de la longueur de l'aiguille au diamètre du cadre est plus considérable, et c'est pour atténuer cette

Digitized by Google

erreur que Helmoltz d'une part (584), Gaugain d'autre part (585), ont imaginé les dispositions que nous avons décrites en parlant de la boussole des tangentes.

La modification que nous avons apportée au comparateur à circuits fixes, permet au contraire de représenter *rigoureusement* le rapport des courants par la tangente de l'angle dont on fait tourner l'ensemble des cadres pour ramener l'aiguille aimantée à sa position d'équilibre naturel. Il nous a suffi, pour cela, de choisir comme axe de rotation des cadres, non pas le fil de suspension de l'aiguille, mais bien la ligne des pôles de cette aiguille. Considérons en effet un seul des deux cadres; nous savons que lorsque l'aiguille se confond avec un diamètre de ce cadre, le couple produit par le courant est situé dans un plan perpendiculaire à celui du cadre, et si nous désignons par C la valeur de ce couple, nous pouvons, d'après les règles de la composition des couples, le décomposer en deux autres situés dans des plans rectangulaires entre eux. Si nous choisissons pour l'un de ces plans, le plan horizontal dans lequel se meut l'aiguille, la composante du couple suivant ce plan, aura pour valeur $C \cos \alpha$, α étant l'angle du cadre avec la verticale; c'est cette composante qui sollicite l'aiguille. La seconde composante, située dans un plan vertical, a pour valeur $C \sin \alpha$, mais elle est détruite par la rigidité de l'axe de rotation de l'aiguille qui est, lui aussi, situé dans ce plan vertical. L'aiguille aimantée est donc, en définitive, soumise à un couple efficace ayant pour valeur $C \cos \alpha$ et provenant de l'action du cadre considéré. Nous ne savons pas calculer la valeur de C lorsque l'aiguille a une longueur comparable au diamètre du cadre, mais nous savons qu'elle est proportionnelle à l'intensité I du courant qui traverse l'enroulement du cadre, nous pouvons donc écrire l'équation

$$C = C_1 I,$$

C_1 étant la valeur de C lorsque $I = 1$. Le couple efficace a donc une expression de la forme $C_1 I \cos \alpha$.

Les mêmes raisonnements s'appliquent au second cadre, avec cette seule différence que, étant perpendiculaire au premier, le couple efficace qu'il produit a pour expression

Digitized by Google

$$C_1 I' \sin \alpha.$$

L'équation de l'équilibre (obtenu en faisant tourner l'ensemble des deux cadres autour de l'axe polaire de l'aiguille, jusqu'à ce qu'elle reste naturellement dans la position qu'elle occupe lorsqu'aucun courant ne traverse les cadres) est donc

$$C_1 I \cos \alpha = C_1 I' \sin \alpha \qquad \text{d'où} \qquad \frac{I}{I'} = \operatorname{tg} \alpha$$

comme dans le cas précédent, mais avec cette différence que dans la disposition de Fleeming Jenkin, cette équation n'est qu'approximativement vraie, tandis qu'ici elle est rigoureuse, ce qui fait que cet instrument, qui peut être gradué d'avance en parties proportionnelles au rapport $\frac{I}{I'}$, pourrait s'appeler *comparateur absolu*.

Nous allons voir maintenant comment on peut faire agir les bobines sur l'aimant mobile, de manière à obtenir que les couples développés par les deux courants aient, pour une dépense donnée d'énergie dans les bobines, la plus grande valeur possible. Cela peut paraître sans importance puisque les couples doivent s'équilibrer;

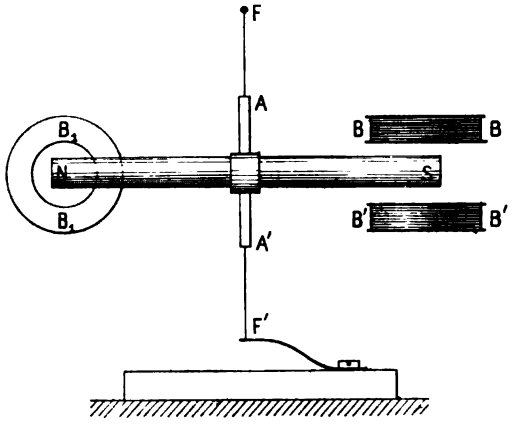


Fig. 408.

mais nous rappelons que c'est une règle générale trop méconnue, que dans les instruments de mesure, comme dans les appareils industriels, les efforts statiques développés par le passage du courant doivent être obtenus avec une dépense d'énergie aussi faible que possible.

Digitized by Google

La figure 408 représente l'aspect général de ce comparateur qui se compose d'un barreau aimanté NS rectiligne et de forme *cylindrique*, de dimensions quelconques, et de quatre bobines BB, B'B'; B_1B_1 (la seconde bobine du pôle N manque), agissant par paires sur chacun des pôles N et S. Au point neutre O de l'aimant cylindrique NS, et perpendiculairement à celui-ci, est fixée une tige verticale AA', aux extrémités A et A' de laquelle sont soudés deux fils de suspension AF, A'F', tendus par un ressort et qui déterminent ainsi une droite FF' servant d'axe de rotation à l'aimant NS.

Les bobines (dont une a été enlevée du côté N de l'aimant pour laisser voir ce dernier) sont identiques et au nombre de quatre, elles sont de petit diamètre, de faible épaisseur, et situées à une distance du pôle sur lequel elles agissent, juste suffisante pour permettre à l'extrémité de l'aimant qui oscille entre elles, un mouvement de quelques millimètres. Les deux bobines d'un même groupe sont parallèles et symétriquement placées par rapport à l'axe polaire de l'aimant, mais elles sont perpendiculaires aux bobines de l'autre groupe; c'est pour cette raison que l'on voit les bobines du pôle S par la tranche, tandis que celles du pôle N sont vues de face. Enfin les quatre bobines des deux groupes sont invariablement liées entre elles au moyen d'un tube ajouré formant comme une sorte de cage cylindrique légère. L'axe de ce tube se confond avec l'axe polaire NS de l'aimant cylindrique NOS, et ses extrémités sont mobiles dans des coussinets de façon que l'on puisse faire tourner ce tube à la main d'un angle quelconque qui est d'ailleurs toujours inférieur à une demi-circonférence. La figure 409 représente schématiquement cet arrangement en projection horizontale (bien que les bobines y soient représentées sous le même aspect dans la figure 408 qui est une projection verticale). La cage *cdc'd'* y est représentée en coupe. L'axe d'oscillation de l'aimant se projette en O; l'axe de rotation *ab* du tube qui se confond, comme nous l'avons dit, avec la ligne des pôles de l'aimant, est terminé d'un côté, par un bouton *b* que l'on peut faire tourner à la main, et de l'autre côté, par une aiguille *aa'*, dont l'extrémité *a'* se meut devant un cadran gradué dont le plan est perpendiculaire à celui de la figure.

Digitized by Google

On peut donc, grâce à cet arrangement, faire tourner solidairement les plans des quatre bobines d'un angle connu autour de l'axe polaire de l'aimant auquel ils restent constamment parallèles, de sorte que, pendant cette rotation, les centres des bobines restent à une distance invariable dudit axe polaire.

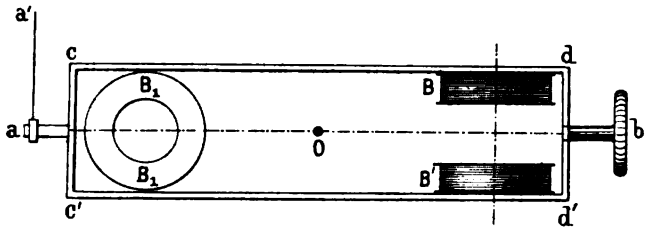


Fig. 409.

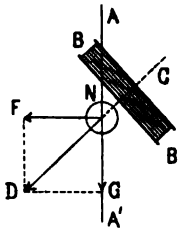


Fig. 410.

Voyons maintenant quelle est l'influence de cette rotation, du plan des bobines, sur l'intensité du couple qu'elles exercent sur l'aimant. Nous nous bornerons à calculer l'action d'une seule des bobines, car on peut en déduire immédiatement celle des trois autres. Soit (fig. 410) N le pôle nord de l'aimant cylindrique vu en bout ; AA' son axe d'oscillation (déterminé par les fils FF' de la fig. 408) ; BB l'une des deux bobines agissant sur le pôle N et vue par la tranche ainsi que le seraient d'ailleurs les trois autres bobines si on les avait représentées, parce que le barreau aimanté est supposé perpendiculaire au plan de la figure ; NC l'axe de la bobine dirigé perpendiculairement à la ligne polaire de l'aimant, et que nous supposerons passer par le pôle N.

La force développée par la bobine sur N, est dirigée suivant NC ; son expression *rigoureuse* serait extrêmement compliquée, mais il n'est pas nécessaire de la connaître et, comme elle est proportionnelle à l'intensité I du courant qui traverse la bobine, nous pouvons la représenter par une expression de la forme fI, f désignant la valeur de cette force lorsque

$$I = 1.$$

Cette force étant dirigée suivant NC ou suivant le prolongement de NC, représentons-la graphiquement par la longueur ND et

Digitized by Google

décomposons-la en deux autres forces rectangulaires entre elles : l'une NG parallèle à l'axe d'oscillation de l'aimant AA′; l'autre NF perpendiculaire à cet axe et à la ligne polaire de l'aimant. Il est facile de voir que le moment de NG est nul, tandis que celui de NF a pour valeur le produit de $\overline{NF}$ par la demi-distance λ des deux pôles de l'aimant. Mais NF est égal à

$$\overline{ND}.\sin\widehat{DNG} = fI\sin\alpha,$$

α représentant l'angle de l'axe de la bobine avec la verticale. Le moment de ND a donc finalement pour valeur

$$\lambda fI\sin\alpha.$$

Il est facile de voir que le coefficient f est rigoureusement indépendant de α et qu'il est le même pour les deux pôles de l'aimant, ainsi que λ, si toutefois on a pris soin d'observer, dans la construction de l'instrument, les conditions que nous avons indiquées.

Le moment total des deux bobines qui agissent sur le même pôle N, est évidemment double de celui d'une seule bobine, c'est-à-dire égal à

$$2\lambda fI\sin\alpha,$$

tandis que le moment des bobines qui agissent sur le pôle S, a pour valeur

$$2\lambda fI'\cos\alpha.$$

L'équation d'équilibre est donc

$$2\lambda fI\sin\alpha = 2\lambda fI'\cos\alpha \qquad \text{ou} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{I'}{I}.$$

Nous avons, pour simplifier les calculs, admis la notion du *pôle*, c'est-à-dire d'un point par lequel passe la résultante des actions exercées par la bobine BB sur chacune des molécules de la région polaire ON, mais cela n'est nullement nécessaire comme on peut s'en convaincre en appliquant la suite des raisonnements que nous venons d'exposer, non plus à un seul pôle, mais à un nombre quelconque de pôles de même nom que l'on supposera répartis le long de ON.

La disposition de cet appareil permet de donner aux bobines un petit rayon et de les placer à une très petite distance de la région active de l'aimant.

Digitized by Google

Ces conditions permettent, comme nous l'avons vu à propos du galvanomètre ordinaire à circuit fixe, d'obtenir le maximum d'action mécanique pour une dépense donnée d'énergie. En outre, la longueur de l'aimant peut être aussi grande qu'on le veut, ce qui est très favorable au point de vue de l'intensité d'aimantation. Enfin, on peut remplacer l'aimant NS par une tige de fer doux identique, dont l'axe coïncide avec celui d'un solénoïde qui l'entoure sur une partie de sa longueur, et dans lequel on lance un courant capable de communiquer à la tige de fer doux, une puissante aimantation.

L'aimant, ou la tige de fer doux qui le remplace, étant d'abord orienté de façon à n'être soumis à aucune force directrice, étant par conséquent placé dans le méridien magnétique si c'est un aimant, et dans l'axe du solénoïde si c'est un électro-aimant, on lance dans les bobines les courants à comparer I et I', ce qui a en général pour effet de faire dévier l'aimant jusqu'à ce qu'il vienne buter contre un des arrêts qui limitent sa course angulaire à une très petite amplitude. On fait alors tourner l'ensemble des bobines au moyen du bouton *b*, jusqu'à ce que l'aimant revienne au zéro, et on lit la division indiquée par l'aiguille *aa'*. Cette division fait connaître l'angle α et par conséquent le rapport des deux courants.

657. — Comparateurs de courants à circuits mobiles. — Nous venons de voir (**653**) que le galvanomètre différentiel à circuits mobiles pouvait servir à la comparaison des intensités de deux courants, sans les connaître en valeur absolue, mais à la condition que chacun des deux cadres fût muni de deux enroulements ; la graduation étant d'ailleurs purement empirique. On peut même, en s'appuyant sur la loi d'Ohm, faire la graduation lorsque les cadres ne possèdent qu'un seul fil ; mais elle est toujours empirique et c'est là un inconvénient qu'il est bon d'éviter chaque fois que cela est possible. De plus, cette disposition ne se prête à la comparaison des intensités qu'à la condition d'employer la méthode acinétique dont nous avons, il est vrai, constamment proclamé la supériorité sur la méthode de la déviation, mais comme on peut avoir dans certaines

Digitized by Google

circonstances des motifs pour préférer cette dernière, nous avons étudié une disposition permettant de l'appliquer aux appareils à circuits mobiles.

La disposition que nous allons décrire a été réalisée pour la première fois en 1882[1]. Elle diffère de celle du galvanomètre différentiel à circuits mobiles, représenté dans la figure 406, en ce que les deux faisceaux aimantés NS, N'S', sont identiques ou constituent même un faisceau unique ; en outre les deux cadres CC, C'C', au lieu d'être dans le même plan, sont situés dans des plans rectangulaires entre eux et ne contiennent pas de tubes de fer. Les deux courants à comparer sont amenés, chacun à son cadre respectif, au moyen de deux conducteurs très fins roulés suivant des hélices dont l'axe est parallèle au fil de suspension. *En négligeant le couple de torsion* qu'ils développent, lorsque l'équipage mobile tourne autour des fils de suspension FF', l'équation de l'équilibre se détermine de la façon suivante :

Désignons par $\mathcal{H}$ l'intensité du champ magnétique, supposé uniforme, dans lequel se meuvent les deux cadres ; par S la somme des surfaces embrassées par les spires du cadre C ; par S' celle des spires de C' ; par I et I' les intensités des deux courants ; par α l'angle du plan de C avec les lignes de force du champ, qui, en raison de la suppression des tubes de fer, sont toutes égales et parallèles ; le couple développé par le cadre C a pour valeur $I\mathcal{H}S \cos \alpha$, celle du couple développé par C' est égale à $I'\mathcal{H}S' \sin \alpha$, de sorte que l'équation de l'équilibre est

$$I\mathcal{H}S \cos \alpha = I'\mathcal{H}S' \sin \alpha \qquad \text{d'où} \qquad \frac{I}{I'} = \frac{S'}{S} \operatorname{tg} \alpha$$

Si les deux cadres sont identiques, $S = S'$ et l'équation se réduit à

$$\frac{I}{I'} = \operatorname{tg} \alpha.$$

658. — Disposition de comparateur de courants à circuits mobiles, destinée à supprimer la réaction élastique des

(1) Brevet N° 150016. 8 juillet 1882.

Digitized by Google

conducteurs en hélice. — Mais cette équation n'est qu'approximative à cause de la réaction élastique due à la torsion des conducteurs en hélice qui amènent le courant et qui est proportionnelle à la déviation angulaire des cadres. Cette réaction peut être négli-

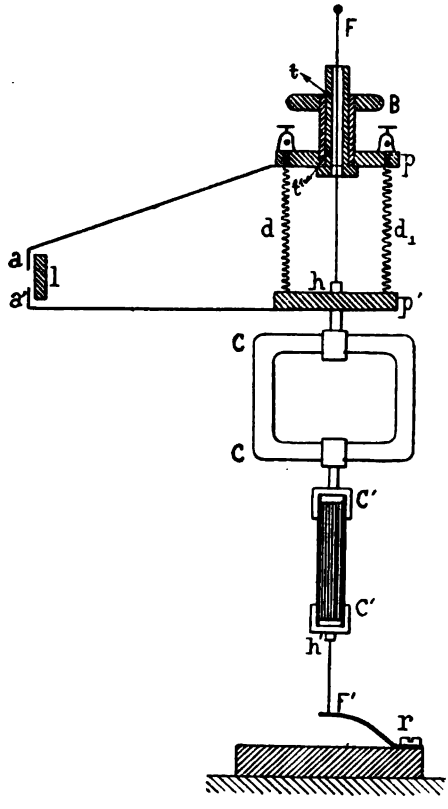


Fig. 111.

geable si les efforts directeurs, dus à chaque courant, sont considérables, mais s'il en était autrement, il faudrait la supprimer, soit en amenant le courant par des godets à mercure, soit en s'arrangeant de façon à faire disparaître la torsion elle-même malgré la déviation des cadres. Cela est facile, à la condition que l'on admette l'intervention de l'observateur qui devra imprimer, à l'ensemble des quatre conducteurs, un mouvement de rotation de même sens et de même grandeur que la déviation angulaire des cadres mobiles. La

Digitized by Google

figure 411 représente l'arrangement que l'on peut adopter lorsqu'on s'arrête à cette solution. Les deux courants entrent dans l'équipage mobile, formé par les deux cadres CC, C'C', par deux fils fins roulés en hélice d, d_1, et en sortent par deux autres fils identiques que l'on n'a pas représentés pour ne pas compliquer la figure. Les extrémités supérieures de ces quatre fils sont attachées à un plateau d'ébonite p, muni de quatre bornes, et leurs extrémités inférieures à un second plateau p', identique et parallèle au premier et qui, lié invariablement aux deux cadres, établit les communications nécessaires entre leur enroulement et les conducteurs d, d_1, etc. Le plateau supérieur p est soudé à un tube de quatre à cinq centimètres de longueur, terminé par un bouton moleté B qui permet de lui imprimer à volonté un mouvement angulaire autour d'un second tube tt', sur lequel il est monté à frottement doux. Ce second tube tt' est fixé au bâti de l'appareil, et c'est à son intérieur que passe librement le fil de cocon hF qui est attaché en h à l'équipage mobile et en F à un point fixe, tandis que le second fil tenseur h'F', soudé au cadre C', est attaché d'autre part, à un ressort tenseur F'r, fixé en r au bâti de l'instrument.

Au plateau p', qui termine l'équipage mobile, est fixée une aiguille indicatrice ha' dont la pointe verticale a' se meut devant un limbe gradué l courbé suivant un arc de cercle dont le centre est en h et qui sert à mesurer la déviation angulaire de l'équipage mobile.

Le plateau supérieur p, mobile à la main, porte également une aiguille dont la pointe a se meut devant le même limbe l en décrivant un cercle parallèle à celui qui est décrit par a' et situé à une très petite distance de ce dernier.

Il est donc facile d'amener la pointe a à coïncider rigoureusement avec la division du limbe indiquée par la pointe a' et, si on a eu soin de régler préalablement l'instrument de façon que les deux pointes soient arrêtées devant le zéro de la graduation quand l'équipage mobile n'est traversé par aucun courant, la coïncidence des deux pointes a et a' a pour conséquence de supprimer tout déplacement relatif des plateaux p et p'. Tout se passe donc comme si ces deux plateaux étaient solidaires et se déplaçaient en bloc d'un angle

Digitized by Google

égal à la déviation de l'équipage mobile, ce qui ne saurait amener aucun changement dans l'état élastique des conducteurs en hélice d, d_1, etc... La position d'équilibre de l'équipage mobile ne dépend donc *rigoureusement* que des intensités I et I′ des courants qui le traversent, à la condition toutefois que l'on considère comme nulle la réaction élastique des fils de cocon. Si ces derniers étaient remplacés par des fils métalliques, cette réaction ne pourrait plus, en général, être négligée, et il faudrait leur imprimer le même mouvement de rotation qu'au plateau p, ce qui peut se faire facilement par une légère modification de l'arrangement que nous venons de décrire.

659. — Autres moyens d'éliminer les actions mécaniques autres que celles des courants à comparer. — Au lieu de supprimer le couple de torsion des conducteurs qui amènent le courant, en supprimant le mouvement relatif auquel est due la torsion, on peut le détruire par un couple égal et contraire engendré par une force extérieure. Nous avons déjà décrit le dispositif au moyen duquel M. Abraham équilibre partiellement ou en totalité la torsion des fils de suspension d'un galvanomètre *Deprez-d'Arsonval,* lorsque la déviation ne dépasse pas quelques degrés. Il pourrait évidemment être employé dans les mêmes conditions dans un comparateur, mais la faible amplitude angulaire à laquelle la déviation est limitée lorsqu'on veut que l'équilibre soit presque parfait, peut, dans certains cas, faire écarter cette solution. Nous allons en indiquer deux autres dont la première ne présente avec la solution de M. Abraham qu'une seule différence : c'est de remplacer la pesanteur par des actions magnétiques. La seconde solution permet d'obtenir l'équilibre indifférent de l'équipage mobile, même pour des déviations de grande amplitude, et elle permet, en outre, de réaliser un comparateur dans lequel le rapport des intensités est proportionnel à l'angle décrit par l'équipage mobile, au lieu d'être proportionnel à la tangente de cet angle, comme dans les instruments que nous avons étudiés jusqu'à présent.

La première solution consiste à fixer en un point quelconque

Digitized by Google

d'une tige rigide située dans le prolongement de l'axe de figure des deux cadres et solidaire de ces derniers, une aiguille d'acier fortement aimantée, perpendiculaire à cet axe, et placée dans un champ magnétique distinct de celui des cadres. L'orientation de cette aiguille est telle que si elle était abandonnée à elle-même, elle ferait exactement un demi-tour pour venir se placer dans la direction qu'elle prendrait naturellement dans le champ magnétique qui la sollicite. Elle serait donc, si aucune autre force n'agissait sur elle, dans un état d'équilibre essentiellement instable. Mais, étant liée aux cadres, elle ne peut se mouvoir sans tordre les fils de suspension qui développent alors un couple élastique proportionnel à l'angle décrit par l'aiguille. Si nous désignons cet angle par α; l'intensité du champ de l'aiguille, par h; le moment magnétique de celle-ci, par $\mathcal{M}$; le couple dû à la torsion des fils pour l'angle-unité, par c; le couple résultant auquel sera soumis l'ensemble de deux cadres, lorsqu'ils ne sont parcourus par aucun courant, aura pour valeur

$$\mathcal{M}h \sin \alpha - c\,\alpha.$$

Le premier terme de cette expression, $\mathcal{M}h \sin \alpha$, représente un couple *moteur* dirigé dans le sens du mouvement à cause de l'orientation initiale de l'aiguille; le second terme $c\alpha$, représente le couple *résistant* dû à la torsion du fil. Si ces deux termes étaient constamment égaux, le couple résultant serait constamment nul et l'équipage mobile se placerait, sous l'influence des courants, dans la même direction que dans un comparateur où il n'y aurait aucune autre action que celle des courants.

En développant $\sin \alpha$ en série, on peut écrire,

$$\mathcal{M}h \sin \alpha - c\alpha = (\mathcal{M}h - c)\alpha - \mathcal{M}h \frac{\alpha^3}{6},$$

et si, au moyen d'un des nombreux procédés que nous avons étudiés dans un autre chapitre, on fait varier l'intensité h du champ et qu'on lui donne une valeur telle que l'on ait

$$\mathcal{M}h - c = 0, \qquad \text{ou} \qquad h = \frac{c}{\mathcal{M}},$$

le couple résultant sera représenté par le seul terme

Digitized by Google

$$-\mathcal{M}bh\frac{\alpha^3}{6} \qquad \text{ou} \qquad -c\frac{\alpha^3}{6},$$

il sera *résistant* et tendra par conséquent à ramener l'équipage à sa position d'équilibre naturel, avec une intensité proportionnelle au cube de l'angle α. Si cet angle atteignait une valeur égale à 1/5 ou 12 degrés environ, le couple résultant ne dépasserait pas 1/150 de la valeur qu'il aurait si l'aiguille aimantée était supprimée ; l'équipage mobile étant alors soumis à la seule action du couple élastique développé par la torsion des fils.

Pour une déviation de 30° environ, le couple résultant aurait encore une valeur inférieure à 1/20 de celle du couple élastique seul.

Ces nombres montrent l'efficacité de ce mode de compensation du couple élastique des fils de suspension, qui est d'ailleurs identique, au fond, à celui de M. Abraham.

660. — Mode de compensation du couple élastique permettant de produire un couple proportionnel à l'angle décrit par l'équipage mobile. — Il n'en est pas de même de celui que nous allons décrire maintenant et qui permet de produire un couple proportionnel, dans des limites très écartées, à l'angle décrit par l'équipage mobile, ce couple pouvant à volonté être moteur ou résistant. Soit un rectangle ABB'A' (fig. 412) divisé en deux parties égales par la diagonale AB' ; supposons que les deux triangles rectangles ABB', A'B'A, soient traversés perpendiculairement au plan de la figure, par des flux de force de densité constante et égale dans les deux triangles, mais dont le signe change brusquement tout le long de la diagonale AB'. Ces triangles appartiennent, en un mot, à deux régions indéfinies de l'espace dans lesquelles existent deux champs magnétiques uniformes, égaux et de signes contraires, dont les lignes de force sont perpendiculaires à leur plan. Supposons maintenant que les côtés AB, A'B', soient métalliques, isolés l'un de l'autre, et communiquent avec une source d'électricité. Si on les réunit par un conducteur transversal CC', mobile sans frottement parallèlement à lui-même en glissant sur AB, A'B', ce conducteur sera traversé par un courant qui, en raison de l'existence des

Digitized by Google

champs magnétiques que nous venons de définir, produira dans les portions CD et DC′, du conducteur mobile, des efforts situés dans le plan de la figure, perpendiculaires à CC′, et doués de signes contraires. Or, ce conducteur ne pouvant que glisser parallèlement à lui-même, il faudra, pour l'empêcher de se mouvoir, exercer en un quelconque de ses points, un effort perpendiculaire à sa direction et dont nous allons calculer la grandeur en fonction de la distance MC = M′C′ de sa position actuelle à la position MM′ qu'il occupe lorsqu'il est divisé en deux parties égales par la ligne AB′ de séparation des champs.

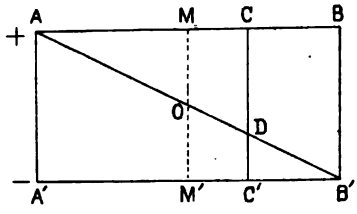


Fig. 412.

Désignons par α l'angle AOM du conducteur CC′ avec la ligne de séparation des champs ; par x la distance de sa position actuelle CC′ à sa position primitive MM′ ; par l, la demi-longueur OM du conducteur CC′; par h et $-h$, l'intensité des champs séparés par la droite AB′ ; par I l'intensité du courant.

L'effort appliqué à la portion CD, parallèlement à AB, a pour valeur

$$Ih.\overline{CD} = Ih\left(l + \frac{x}{\operatorname{tg} a}\right).$$

L'effort appliqué à la portion C′D

$$-Ih.C'D = -Ih\left(l - \frac{x}{\operatorname{tg} \alpha}\right).$$

L'effort total F, égal à la somme algébrique de ces deux forces parallèles, a donc pour expression

$$F = \frac{2hI}{\operatorname{tg} \alpha} x.$$

On voit qu'il est proportionnel à x et qu'il change de signe en

Digitized by Google

même temps que le courant ; on peut donc avoir à volonté un effort dirigé dans le sens AB ou dans le sens BA et, dans les deux cas, proportionnel à la distance MC = M'C', c'est-à-dire au déplacement du conducteur, mesuré à partir de la position où il est en équilibre sous l'action des deux champs magnétiques.

Il serait impossible de réaliser des champs magnétiques conservant, comme nous l'avons supposé, une valeur uniforme dans une région de l'espace et changeant *brusquement* de signe, sans cesser d'être uniforme, au moment où on passe de cette région dans une autre qui n'est séparée de la première que par une droite sans épaisseur. Dans la réalité, les deux champs magnétiques sont nécessairement séparés par une zône dans laquelle la densité des flux de force va en diminuant graduellement à mesure qu'on s'approche de la droite-frontière où elle devient nulle, pour reprendre ensuite de l'autre côté de cette droite, une valeur numériquement croissante mais de signe contraire. A partir d'une certaine distance de la droite qui les sépare, les deux champs deviennent uniformes et les actions exercées sur le conducteur mobile sont les mêmes que si ces deux régions,

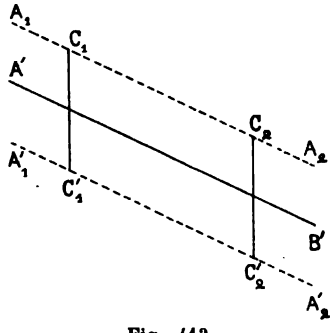


Fig. 413.

où les champs sont uniformes, existaient seules, la zône de transition donnant lieu à des actions égales et de signe contraire tout le long de la droite-frontière A'B', comme le montre le diagramme de la figure 413 où les droites ponctuées A_1A_2, $A'_1A'_2$, représentent les limites à partir desquelles les deux champs magnétiques deviennent uniformes, la zône de transition étant représentée par l'espace compris entre ces deux droites.

Digitized by Google

La même remarque s'applique évidemment aux régions voisines des limites des deux champs qui, dans la pratique, sont nécessairement limités en tous sens ; si ces champs sont produits par des pièces de fer de forme identique, et dont les bords extrêmes sont placés à une distance constante, comme cela a lieu pour le rectangle de la figure 411, les actions exercées sur le conducteur mobile sont les mêmes que si ces zônes, à champ d'intensité variable, n'existaient pas.

Ces considérations étaient nécessaires pour bien faire comprendre que l'équation qui donne la valeur de F, en fonction de la distance actuelle du conducteur à sa position d'équilibre (nous appelons ainsi celle pour laquelle la résultante des actions des deux champs est nulle), est encore vraie lorsque les champs magnétiques fictifs dont nous nous sommes servi pour l'établir, sont remplacés par des champs réels.

Pour rendre facilement réalisable l'idée dont nous venons d'exposer le principe, il suffit de modifier légèrement le galvanomètre à circuit mobile, à déviation proportionnelle, représentée par la figure 357. Les pièces polaires de l'aimant, au lieu de recouvrir une portion du cylindre de fer doux à peine égale à 1/4 de sa circonférence, doivent avoir une amplitude angulaire voisine de deux droits ; l'intervalle qui les sépare l'une de l'autre, doit être de 1 centimètre à peine et, au lieu d'affecter la forme d'un canal rectiligne dont l'axe est parallèle à celui du cylindre de fer doux concentrique, cet intervalle doit avoir une forme hélicoïdale. Enfin la position normale du cadre mobile qui remplace le conducteur CC′ de la figure géométrique 411, devra être celle dans laquelle chacune des hélices séparatives des deux champs magnétiques cylindriques, divise en deux parties égales chacun des côtés verticaux du cadre.

L'effort tangentiel auquel ce cadre (supposé réduit à une seule spire) est soumis lorsqu'on y lance un courant, est représenté par une équation identique à celle que nous venons de trouver; la seule différence consiste en ce que x représente alors la longueur d'un arc circulaire, au lieu de représenter celle d'une droite. Pour obtenir le moment, il faudra multiplier cet effort tangentiel par la demi-distance des deux côtés verticaux du cadre et enfin doubler le résultat obtenu

Digitized by Google

pour tenir compte de ce que les deux côtés d'une même spire donnent lieu à des couples égaux. Si au lieu d'une spire unique, il y en avait plusieurs, il faudrait évidemment multiplier le moment d'une spire, calculé comme nous venons de le dire, par le nombre de spires. En faisant ce calcul, on arrive facilement à la formule suivante pour la valeur du couple M appliqué au cadre mobile

$$M = \frac{na^2h}{\operatorname{tg}\alpha} I\theta,$$

dans laquelle on représente le nombre de spires du cadre par n; la distance des deux côtés verticaux par a; l'angle d'une tangente quelconque aux hélices séparatives des deux champs, avec l'axe de révolution du cylindre de fer doux, par α; et enfin la déviation angulaire du cadre mobile, par θ. Cette formule cesse, bien entendu, d'être applicable, dès que le plan du cadre mobile ne coupe plus les deux hélices.

Il est facile de comprendre maintenant que cet arrangement permette de faire constamment équilibre au couple de torsion d'un fil. Ce couple est, en effet, représenté par une expression de la forme $M = c\theta$, dans laquelle c représente sa valeur lorsque $\theta = 1$. Il suffit donc, pour qu'il y ait équilibre entre le couple de torsion et le couple développé par le cadre, que l'on ait

$$\frac{na^2h}{\operatorname{tg}\alpha} I\theta = c\theta,$$

équation qui montre que l'équilibre a lieu quelle que soit la valeur de θ, pourvu que l'on ait

$$\frac{na^2h}{\operatorname{tg}\alpha} I = c.$$

On peut toujours satisfaire à cette équation de condition dans un appareil existant, en donnant à I une valeur convenable et un sens tel que le couple soit moteur au lieu d'être résistant, comme celui des fils de suspension.

Le dispositif que nous venons de décrire permet, en outre, de réaliser un comparateur de courants dans lequel le rapport des intensités des courants est proportionnel à l'angle décrit par l'équipage mobile, au lieu d'être, comme dans les autres instruments, pro-

Digitized by Google

portionnel à la tangente de cet angle. Il faut pour cela faire passer l'un des courants, que nous désignerons par I, dans un cadre disposé comme nous venons de l'indiquer mais de façon que le couple développé soit résistant, c'est-à-dire tende à ramener le cadre dans la position où il divise les hélices séparatives en parties égales; le second courant I′ devra alors traverser un second cadre, mobile dans un champ magnétique uniforme, de forme cylindrique, comme celui du galvanomètre à circuit mobile à déviation proportionnelle (616). Le couple développé par le courant I, étant négatif et proportionnel au produit $I\theta$, de l'intensité I par la déviation θ de l'équipage mobile, comptée à partir de la position où ce couple est nul, peut être représenté par une expression de la forme $-cI\theta$.

Le couple développé par le second cadre, étant supposé positif, est indépendant de θ, mais il est proportionnel à I′; on peut donc le représenter par une expression telle que $c'I'$.

Enfin, le couple dû à la réaction élastique des fils qui amènent les courants et des fils de suspension, étant supposé équilibré, ce qui est facile à réaliser au moyen d'un enroulement supplémentaire placé sur le premier cadre et dans lequel on lance un courant auxiliaire réglable à volonté, l'équation d'équilibre se réduit à

$$-cI\theta + c'I' = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \theta = \frac{I'}{I}.$$

661. — Comparateurs de courants alternatifs. — Aucun des dispositifs que nous venons de décrire, ne peut servir à mesurer le rapport de deux courants alternatifs. En effet, les impulsions produites sur une aiguille aimantée, mobile au centre d'un cadre fixe parcouru par un courant alternatif, sont alternativement égales et de signe contraire, de sorte que l'aiguille n'éprouve aucune déviation apparente malgré le passage dn courant. Un calcul analogue à celui que nous avons développé au n° 528, prouve qu'en réalité l'aiguille n'est pas en repos, mais qu'elle est animée d'un mouvement vibratoire de très faible amplitude.

Si au lieu d'un seul cadre et d'un seul courant, on en fait agir deux situés dans des plans rectangulaires, comme cela a lieu dans le

Digitized by Google

comparateur décrit au n° 657, le résultat sera évidemment le même et l'aiguille restera en repos apparent malgré le passage des courants. Il peut cependant se produire un phénomène dont il est nécessaire que nous parlions et qui consiste en ce que, sous l'influence d'une impulsion étrangère telle qu'un choc, l'aiguille peut prendre un mouvement de rotation qu'elle conserve ensuite indéfiniment (à la condition que les deux courants soient de même période), mettant ainsi en évidence l'existence de la rotation de la résultante des actions exercées sur elle par les deux cadres ou, en d'autres termes, l'existence d'un *champ magnétique tournant* effectuant une rotation complète dans un temps égal à celui d'une période des courants alternatifs.

Ce phénomène que nous devions mentionner, ne peut être d'aucune utilité pour la mesure du rapport des deux courants ; il nous faut donc chercher une autre disposition que celle des comparateurs que nous avons décrits jusqu'à présent, qu'ils soient d'ailleurs à circuits fixes ou à circuits mobiles. Nous allons en décrire deux qui sont basées sur l'emploi de l'électrodynamomètre ; la première fait connaître le carré du rapport des *intensités efficaces*, la seconde permet d'obtenir directement ce rapport lui-même.

La première disposition est représentée par la figure 414. Elle se compose simplement de deux électrodynamomètres identiques (ils pourraient d'ailleurs être de dimensions différentes) dont les cadres fixes AA′, BB′, sont dans le même plan vertical et les cadres mobiles *aa′*, *bb′*, dans deux plans rectangulaires entre eux (la disposition inverse pouvant d'ailleurs être adoptée et présentant même quelques avantages de construction). Ces cadres mobiles sont invariablement liés entre eux par une tige rigide *tu* et ils sont attachés en *c* et en *d* à des fils qui servent à suspendre l'équipage mobile, tout en lui permettant de tourner librement autour de l'axe vertical FF′. Le courant I traverse les deux cadres de l'électrodynamomètre AA′, *aa′*, qui sont groupés en série au moyen des fils en hélice parallèles au fil de suspension CF. Si les deux cadres étaient dans le même plan, comme l'indique la figure, le couple produit par l'action du courant serait nul, quelle que fût son intensité, mais si

Digitized by Google

le cadre mobile dévie de l'angle α, compté à partir du plan de la figure, il est sollicité par un couple tendant à le faire dévier jusqu'à ce qu'il fasse un angle droit avec le cadre fixe AA', position dans laquelle il est en équilibre stable à la condition, bien entendu, qu'aucune autre force n'agisse sur lui. Mais si un courant I' traverse les deux cadres de l'électrodynamomètre BB', *bb'*, il fait

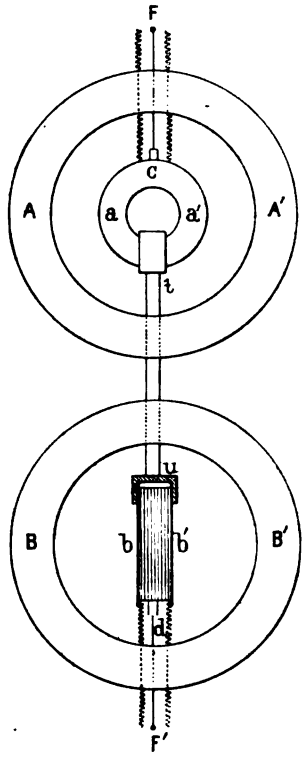


Fig. 414.

naître un second couple et c'est la position d'équilibre que prendra l'équipage mobile *aa'bb'*, sous l'influence de ces deux couples, qui permettra de trouver, comme nous allons le voir, le rapport des intensités des courants I et I'.

Supposons d'abord que les courants I et I' soient continus ; ils développent dans chacun des cadres mobiles des couples qui, si ces derniers sont suffisamment petits par rapport aux cadres fixes, ont

Digitized by Google

respectivement pour expression $cI^2 \sin \alpha$, $c'I'^2 \cos \alpha$, c et c' représentant la valeur des couples maximum développés respectivement dans chacun des instruments, lorsqu'ils sont traversés par un courant égal à l'unité ; et α, l'angle du cadre aa' avec le plan de AA'. L'équation de l'équilibre est donc

$$cI^2 \sin \alpha = c'I'^2 \cos \alpha \qquad \text{ou} \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{c'}{c}\left(\frac{I'}{I}\right)^2.$$

Si les cadres mobiles n'étaient pas très petits par rapport aux cadres fixes, les couples développés sur chacun d'eux seraient toujours rigoureusement proportionnels au carré de l'intensité du courant, mais ils varieraient avec la déviation suivant une loi beaucoup plus compliquée que celle que nous avons admise, et la loi réelle ne pourrait même, en général, être exprimée analytiquement. Mais on peut toujours représenter les couples par des expressions de la forme

$$c^2 f(\alpha), \qquad c'I'^2 f\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right),$$

$f(\alpha)$ représentant la loi inconnue qui donne, en fonction de α, la valeur du couple développé dans un quelconque des instruments lorsqu'il est traversé par le courant-unité, tandis que c et c' représentent la valeur de ce même couple lorsque le cadre mobile de l'instrument considéré, est perpendiculaire au cadre fixe qui agit sur lui.

L'équation d'équilibre est donc, dans le cas le plus général

$$cI^2 f(\alpha) = c'I'^2 f\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right),$$

d'où

$$\left(\frac{I'}{I}\right)^2 = \frac{c}{c'} \frac{f(\alpha)}{f\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Si la forme de la fonction $f(\alpha)$ n'est pas connue, il faudra graduer l'appareil expérimentalement, soit à l'aide d'un autre comparateur, soit en lançant, dans les deux électrodynamomètres, des courants dont on peut faire varier le rapport à volonté en les empruntant à la même source, aux bornes de laquelle viennent aboutir les fils de chacun des deux circuits, et en faisant varier, au moyen de rhéostats, la résistance

Digitized by Google

de chacun de ces circuits. La loi d'Ohm fait alors connaître le rapport des intensités en fonction de celui des résistances de chaque circuit. La graduation peut d'ailleurs être faite avec des courants qui ont, en valeur absolue, des intensités beaucoup plus petites que celles des courants pour l'usage desquels l'instrument est construit.

662. — **Comparateur électro-dynamique absolu.** — Enfin, en employant la méthode acinétique au lieu de la libre déviation, il serait facile d'appliquer à cet ensemble de deux électrodynamomètres, le procédé que nous avons expliqué en détail un peu plus haut, à l'occasion du comparateur absolu (659), et qui est basé sur la décomposition d'un couple en deux autres qui sont des fonctions simples et rigoureusement connues de l'orientation donnée aux pièces mobiles de l'appareil. On arriverait ainsi, quelle que fût la forme des cadres extérieurs (les bobines intérieures devant conserver la forme circulaire) mobiles solidairement à la main autour de deux axes horizontaux parallèles, et à la seule condition que les cadres extérieurs fissent toujours entre eux un angle droit tandis que les bobines intérieures devraient être dans un même plan, perpendiculaire à ceux des cadres extérieurs, à réaliser rigoureusement la relation

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c'}{c}\left(\frac{I'}{I}\right)^2.$$

L'instrument pourrait donc être gradué à l'avance, pourvu que les conditions que nous venons d'énumérer fussent rigoureusement remplies.

La figure 415 représente l'aspect de cet appareil auquel nous avons donné le nom de *comparateur électro-dynamique absolu*. Les bobines mobiles destinées à faire connaître que les couples des deux électrodynamomètres se font équilibre, sont représentées par b_1b_1, b_2b_2; elles sont de dimensions identiques, de forme circulaire et situées dans le plan de la figure. Elles sont enveloppées par les bobines extérieures B_1B_1, B_2B_2 (vues en coupe), rigoureusement identiques, de forme quelconque, dont les plans sont perpendiculaires à celui de la figure, et qui sont mobiles à la main autour des axes O_1, O_2, des bobines circulaires. En outre, ces bobines extérieures

Digitized by Google

sont munies de roues dentées égales (représentées par des cercles ponctués) engrenant avec un pignon commun permettant de leur imprimer à volonté un mouvement de rotation de même sens, pendant lequel leurs plans restent constamment perpendicu-

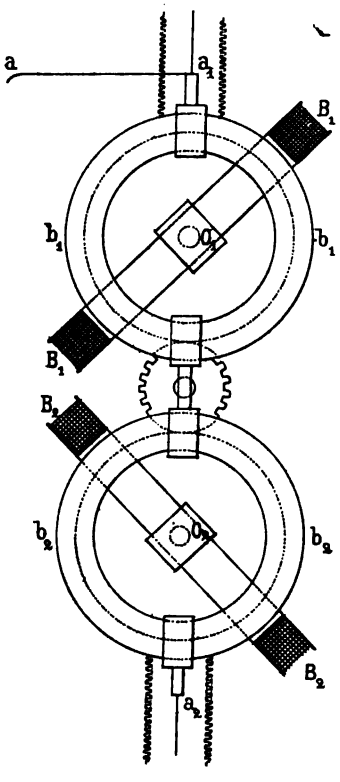


Fig. 415.

laires entre eux. Lorsque deux courants distincts sont lancés : l'un dans l'ensemble des bobines B_1B_1, b_1b_1; l'autre dans l'ensemble B_2B_2, b_2b_2, l'équipage mobile éprouve une déviation; on agit alors sur le pignon denté au moyen d'un bouton moleté et on imprime ainsi aux deux cadres B_1B_1, B_2B_2, des mouvements angulaires égaux et de même sens qui ont pour effet de modifier la grandeur du couple efficace appliqué à l'équipage mobile suivant la loi indiquée plus haut. Au moment où ce couple devient nul, ce que l'on reconnaît en voyant l'aiguille a_1a revenir au zéro, il suffit de lire l'angle

Digitized by Google

décrit par les cadres pour en conclure le rapport $\left(\frac{I'}{I}\right)^2$, au moyen de la formule donnée plus haut et dans laquelle le rapport $\frac{c'}{c}$ est une valeur facile à calculer d'avance quand on connaît simplement le nombre des spires des cadres et des bobines. Si on désigne en effet par N_1, N'_1, les nombres de spires du cadre et de la bobine du premier électrodynamomètre ; par N_2, N'_2, les nombres correspondants du second électrodynamomètre, on a, en vertu de l'identité des deux cadres et de celle des deux bobines

$$\frac{c'}{c} = \frac{N_2 N'_2}{N_1 N'_1}.$$

663. — Disposition de comparateur électrodynamique faisant connaître directement le rapport $\frac{I'}{I}$. — Le comparateur que nous venons de décrire et qui est basé sur les propriétés de l'électrodynamomètre, fait connaître le carré du rapport $\frac{I'}{I}$. Il était intéressant de chercher une disposition donnant directement le rapport lui-même. On peut y arriver facilement en modifiant de la manière suivante les deux appareils que nous venons de décrire. Au lieu de lancer dans l'un des électrodynamomètres dont nous désignerons le cadre extérieur par A_1 et la bobine intérieure par B_1, le courant I qui traverse successivement A_1 et B_1 supposés groupés en série, on rompt préalablement toute communication entre A_1 et B_1 et on lance le courant I dans A_1 seulement, le courant I' traversant B_1 pour se rendre ensuite au second électrodynamomètre dont le cadre A_2 et la bobine B_2 restent groupés en série. Le couple développé dans l'électrodynamomètre A_1B_1, a alors pour valeur $c_1 II' \sin\alpha$, c_1 désignant la valeur de ce couple lorsqu'on a $I = I' = 1$ et $\sin\alpha = 1$. Le couple développé dans le second instrument, a pour valeur $c_2 I'^2 \cos\alpha$, c_2 désignant la valeur de ce couple lorsque $I' = 1$ et $\cos\alpha = 1$. L'équation d'équilibre est alors

$$c_1 II' \sin\alpha = c_2 I'^2 \cos\alpha,$$

Digitized by Google

d'où

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_2}{c_1} \frac{I'}{I}, \qquad \text{ou} \qquad \frac{I'}{I} = \frac{c_1}{c_2} \operatorname{tg} \alpha.$$

Cette simple modification dans le groupement des bobines et des cadres, permet donc de mesurer directement le rapport $\frac{I'}{I}$. Toutefois, nous devons dire tout de suite que cette mesure n'est exacte qu'avec les courants continus. Les indications de l'appareil n'auraient plus aucun sens si les courants étaient périodiques, à moins qu'ils n'eussent aucune différence de phase. La première solution, au contraire, qui donne le carré du rapport $\frac{I'}{I}$, est toujours exacte même quand les courants périodiques que l'on veut comparer n'ont pas la même fréquence, ainsi que nous allons le démontrer.

664. — Comparaison de deux courants périodiques. — Supposons que les communications entre les cadres extérieurs et les bobines intérieures, soient établies de manière à faire connaître la valeur de $\left(\frac{I'}{I}\right)^2$ pour deux courants continus ; supposons ensuite qu'on lance dans chacun des électrodynamomètres, deux courants périodiques ou bien encore un courant périodique dans l'un et un courant continu dans l'autre.

L'ensemble des bobines intérieures est en équilibre sous l'action des forces indépendantes du temps, lorsque la somme algébrique des couples dus à ces forces est nulle ; mais lorsque ces forces sont périodiquement variables, l'équilibre dans le sens rigoureux du mot est impossible à moins qu'elles n'aient à chaque instant des valeurs égales et contraires dans les deux bobines. En dehors de ce cas exceptionnel, on dit que l'équipage mobile est en équilibre quand il oscille périodiquement autour de la position qu'il occuperait s'il n'était soumis à l'action d'aucune force. Nous avons étudié (528) complètement la loi du mouvement vibratoire que prend la bobine mobile d'un électrodynamomètre, lorsqu'elle est ainsi soumise d'une part à l'action d'un courant sinusoïdal, et d'autre part, à celle d'un ressort que l'on tend jusqu'à ce qu'elle soit en équilibre apparent.

Digitized by Google

Dans le comparateur, le ressort antagoniste est supprimé et ce sont les couples développés dans les deux bobines, qui doivent s'annuler mutuellement et réduire l'équipage mobile à l'état de repos apparent ; cela a lieu lorsque les deux intégrales

$$\int_0^t C_1 dt, \qquad \int_0^t C_2 dt,$$

(dans lesquelles C_1 et C_2 représentent, en fonction du temps t, les couples appliqués à chacune des bobines intérieures des deux électrodynamomètres) sont périodiquement égales et de signes contraire.

Mais, en désignant par c_1 et c_2 les valeurs de C_1 et de C_2 lorsque on a

$$I_1 = 1, \qquad I_2 = 1$$

et par α l'angle de la première bobine avec le plan du cadre qui l'entoure, on a

$$C_1 = c_1 I_1^2 \sin\alpha \qquad C_2 = c_2 I_2^2 \cos\alpha,$$

ce qui donne pour l'équation de l'équilibre

$$\int_0^t c_1 I_1^2 \sin\alpha dt + \int_0^t c_2 I_2^2 \cos\alpha dt = 0,$$

d'où

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{c_2}{c_1} \frac{\int_0^t I_2^2 dt}{\int_0^t I_1^2 dt}.$$

Lorsque les deux intégrales

$$\int_0^t I_1^2 dt, \qquad \int_0^t I_2^2 dt$$

sont prises entre les limites $t = 0$, $t = 1$, leur valeur représente ce qu'on appelle le carré de l'*intensité efficace* (527) du courant. Par conséquent, la déviation de l'équipage mobile permet de calculer le rapport des carrés des intensités efficaces des deux courants périodiques, même quand ils n'ont pas le même nombre de périodes dans l'unité de temps (fréquence). L'instrument peut donc être employé indifféremment pour la mesure du carré du rapport de deux

Digitized by Google

courants, chacun d'eux pouvant être indifféremment ou continu ou périodique.

Le dispositif ayant pour but de faire connaître directement le rapport des intensités de deux courants (au lieu du carré de ce rapport), ne jouit pas de cette propriété ; son emploi exige que les courants soient tous deux continus ou tous deux périodiques et, dans ce dernier cas, ils doivent avoir le même nombre de périodes et ne présenter aucune différence de phase.

Il est facile de voir en effet que pour lui appliquer les formules ci-dessus, il suffit de remplacer l'intégrale

$$\int_0^t I_1^2 dt$$

par

$$\int_0^t I_1 I_2 dt$$

ce qui donne finalement

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_2}{c_1} \frac{\int_0^t I_2^2 dt}{\int_0^t I_1 I_2 dt}.$$

Lorsque les courants I et I_2 sont continus, le second membre se réduit à

$$\frac{c_2}{c_1} \frac{I_2}{I_1},$$

comme nous l'avons déjà trouvé ; mais quand ils sont périodiques et qu'on prend les deux intégrales entre les limites $t = 0$, $t = 1$, celle qui figure au numérateur représente bien le carré du courant efficace, mais la seconde ne représente rien qui puisse nous être utile dans la question actuelle. La première disposition est donc préférable à la seconde.

665. — Comparateur à circuit fixe et aimant temporaire mobile. — On peut réaliser, pour les mesures industrielles, des comparateurs basés sur les actions exercées par un solénoïde sur une tige de fer. Mais comme ces actions sont proportionnelles au carré de l'intensité du courant, le comparateur dans lequel elles

Digitized by Google

seraient utilisées ferait connaître les carrés du rapport des intensités des deux courants. Il est facile d'imaginer des dispositions permettant d'obtenir ce résultat, mais nous pensons qu'elles seraient, au point de vue de l'exactitude des résultats, inférieures à celles que nous avons déjà décrites et qu'elles exigeraient, en outre, que la graduation fût faite empiriquement ; nous n'insisterons donc pas davantage sur ce sujet.

Digitized by Google

CHAPITRE SEPTIÈME

MESURE D'UNE QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ.

§ 1. — INSTRUMENTS DESTINÉS A LA MESURE D'UNE QUANTITÉ D'ÉLECTRICITE.

666. — Équation donnant la valeur de la quantité d'électricité qui traverse un circuit pendant un temps donné. — Les instruments destinés à la mesure de l'intensité d'un courant, dans lesquels l'effort mécanique développé entre les pièces fixes et les pièces mobiles, est proportionnel à la première puissance de l'intensité, peuvent servir également, comme nous allons le démontrer, à mesurer la *quantité d'électricité* qui traverse le circuit pendant un temps suffisamment court pour que le déplacement des pièces mobiles, pendant ce temps, puisse être considéré comme négligeable.

Soit M le moment d'inertie des pièces mobiles supposées fixées à un axe de rotation et placées dans un champ magnétique, de façon que lorsqu'elles sont dans leur position d'équilibre, le couple C développé par le passage d'un courant, puisse être représenté par une expression de la forme $C_1 I$, C_1 étant la valeur de ce couple lorsque $I = 1$.

On démontre en mécanique rationnelle que si l'on désigne par $d\theta$ l'angle décrit pendant un temps infiniment petit dt, sous l'action du couple C, on a

$$C = M \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

Digitized by Google

d'où

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{M}\int C dt.$$

Mais on a d'autre part

$$C = C_1 I.$$

Donc

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{C_1}{M}\int I dt.$$

Or $\int I dt$ est précisément la valeur de la quantité d'électricité qui traverse le circuit de l'instrument pendant le temps t, tandis que $\frac{d\theta}{dt}$ représente la vitesse angulaire acquise par les pièces mobiles au bout de ce temps.

Si l'on suppose, comme nous l'avons dit plus haut, que leur déplacement angulaire soit négligeable pendant le passage du courant, bien que la vitesse $\frac{d\theta}{dt}$ ait une valeur finie, c'est-à-dire qu'il s'agisse d'une décharge électrique, il devient facile de calculer la valeur de $\frac{d\theta}{dt}$ au moyen de la mesure du déplacement angulaire effectué après la décharge, et pendant lequel la force vive des pièces mobiles est éteinte graduellement par le travail résistant dû à la force antagoniste développée par le mouvement même des pièces mobiles. La valeur de cette force vive a en effet pour expression $M\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$, tandis que le travail développé par la force antagoniste, pendant que les pièces mobiles parcourent avec une vitesse décroissante l'*angle balistique* β, est égal à $\int c d\beta$, c étant la valeur du couple antagoniste, exprimée en fonction de l'angle β.

Ces deux expressions sont, en vertu du théorème des forces vives, liées par l'équation

$$M\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = 2\int_0^\beta c d\beta.$$

Remplaçant $\frac{d\theta}{dt}$ par sa valeur en fonction de $\int I dt$ et réduisant, il vient

$$\int_0^t I dt = \frac{\sqrt{2M\int c d\beta}}{C_1},$$

Digitized by Google

équation qui convient à tous les systèmes d'ampèremètres ou de galvanomètres à champ magnétique invariable, pourvu que l'on connaisse la relation analytique qui existe entre le couple c développé par la force antagoniste, et l'angle β décrit par les pièces fixes.

667. — **Mesure d'une quantité d'électricité au moyen d'un galvanomètre à circuit fixe.** — Dans les galvanomètres ordinaires à circuit fixe, agissant sur une aiguille aimantée mobile, le couple c, qui tend à ramener dans le méridien magnétique l'aiguille aimantée, a pour valeur

$$\mathfrak{M} h \sin \beta.$$

$\mathfrak{M}$ désignant le moment magnétique de l'aiguille, h la composante horizontale du magnétisme terrestre, et β la déviation comptée à partir de la direction du méridien dans lequel l'aiguille se trouve placée lorsque la décharge traverse l'instrument. L'équation générale que nous venons de trouver devient donc

$$\int I dt = \frac{\sqrt{2M}}{C_1}\left[\int \mathfrak{M} h \sin \beta d\beta\right]^{\frac{1}{2}},$$

ou, en intégrant le second membre entre les limites 0 et β,

$$\int I dt = \frac{\sqrt{2M\mathfrak{M}h}}{C_1}\sqrt{1 - \cos \beta},$$

ou encore

$$\int I dt = 2\frac{\sqrt{M\mathfrak{M}h}}{C_1} \sin \frac{\beta}{2}.$$

Il semble que la mesure de $\int I dt$ ne puisse être effectuée qu'à la condition de connaître les quantités M, $\mathfrak{M}$, h et C_1. Nous allons voir qu'il n'en est rien et que les seuls éléments que l'on ait besoin de connaître, sont au nombre de deux, qui sont : 1° la déviation permanente α_1 de l'aiguille aimantée, lorsqu'on utilise l'instrument comme boussole des sinus et qu'on y lance un courant constant égal à l'unité ; 2° la durée des oscillations de l'aiguille lorsqu'aucun courant ne traverse l'instrument et que, cette aiguille ayant été préalablement écartée d'une petite quantité de sa position d'équilibre, on l'abandonne brusquement à elle-même.

Digitized by Google

Pour utiliser l'instrument comme boussole des sinus, on note la position exacte de l'aiguille aimantée par rapport au cadre ou aux bobines, lorsqu'aucun courant ne les traverse ; puis, le courant constant égal à l'unité étant lancé, on fait tourner lentement tout l'instrument autour d'un axe vertical jusqu'à ce que l'aiguille aimantée revienne occuper, par rapport au cadre ou aux bobines, la position relative déjà notée et correspondante à une intensité nulle. Dans cette nouvelle position du cadre, le couple développé par le courant étant représenté par C_1, celui qui est dû au magnétisme terrestre a pour valeur

$$\mathcal{M}h \sin \alpha_1.$$

Ces deux couples étant égaux, puisqu'il y a équilibre, on a

$$C_1 = \mathcal{M}h \sin \alpha_1.$$

Remplaçant C_1 par $\mathcal{M}h \sin \alpha_1$ dans le second membre de l'équation qui donne $\int I dt$, il vient

$$\int I dt = 2\sqrt{\mathcal{M}h \sin \alpha_1} = 2\sqrt{\frac{M}{\mathcal{M}h}} \cdot \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \alpha_1}.$$

D'autre part, nous savons que la durée t de l'oscillation simple (demi-période) d'une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical, dans le champ magnétique terrestre (272), est donnée par l'équation

$$t = \pi\sqrt{\frac{M}{\mathcal{M}h}}$$

de laquelle on tire

$$\sqrt{\frac{M}{\mathcal{M}h}} = \frac{t}{\pi}.$$

Il vient donc finalement

$$\int I dt = \frac{2t}{\pi} \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \alpha_1}.$$

On peut donner à cette expression une forme encore plus simple, car en vertu de la propriété fondamentale de la boussole des sinus, on a l'équation suivante (qui est rigoureuse quelle que soit la forme et

Digitized by Google

la grandeur du cadre ou des bobines)

$$\frac{I'}{I} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha},$$

dans laquelle α' et α représentent les déviations angulaires du cadre, nécessaires pour ramener l'aiguille aimantée à la même position relative par rapport au-dit cadre, puisqu'il est successivement traversé par des courants d'intensité I' et I.

Si dans cette relation, on remplace α' par $\frac{\beta}{2}$, α par α_1 et I par 1, il vient

$$I' = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \alpha_1},$$

d'où

$$\int I dt = \frac{2t}{\pi} I',$$

qui signifie que la quantité d'électricité qui traverse le cadre, est égale au produit de $\frac{2t}{\pi}$ *par l'intensité du courant permanent* I' *qui est mesuré par une déviation angulaire du cadre égale à la moitié de la déviation balistique de l'aiguille aimantée.*

668. — Mesure d'une quantité d'électricité au moyen d'un galvanomètre à circuit mobile. — Dans les instruments de ce genre, le couple antagoniste est produit par la torsion d'un fil métallique, et on a

$$c = c_1 \beta,$$

c_1 désignant le couple développé lorsque le fil est tordu d'un angle égal à l'unité.

Il vient alors

$$\int c d\beta = \int c_1 \beta d\beta = \frac{c_1 \beta^2}{2}.$$

L'équation générale

$$\int_0^t I dt = \frac{\sqrt{2M \int c d\beta}}{C_1}$$

Digitized by Google

donne, en remplaçant

$$\int c d\beta \qquad \text{par} \qquad \frac{c_1\beta^2}{2}$$

$$\int_0^t I dt = \frac{\sqrt{Mc_1}}{C_1}\beta,$$

dans laquelle nous allons remplacer, comme nous l'avons fait plus haut, les quantités M, c_1 et C_1, par d'autres plus faciles à déterminer expérimentalement. Pour cela, supposons qu'on lance dans le cadre mobile un courant égal à l'unité et que l'on imprime en même temps au fil de suspension, une torsion telle que le cadre reste immobile ; on aura alors en désignant par α_1 l'angle de torsion du fil

$$C_1 = c_1\alpha_1 \qquad \text{d'où} \qquad \int I dt = \sqrt{\frac{M}{c_1}}\,\frac{\beta}{\alpha_1}.$$

Mais la durée t de la demi-période oscillatoire du cadre, lorsqu'il est soumis à la seule action du fil de suspension (le courant étant supprimé), a pour valeur

$$t = \pi\sqrt{\frac{M}{c_1}},$$

et par conséquent

$$\int I dt = \frac{t}{\pi}\,\frac{\beta}{\alpha_1}.$$

Il est facile de voir que le rapport $\frac{\beta}{\alpha_1}$ a une signification très simple ; il représente en effet l'intensité du courant permanent qui, s'il était lancé dans le cadre, développerait un couple que l'on ne pourrait équilibrer que par une torsion angulaire du fil de suspension égale à β. En désignant par I' l'intensité de ce courant permanent, on voit que l'équation peut s'écrire

$$\int I dt = \frac{t}{\pi} I'.$$

Donc, la quantité d'électricité qui traverse le cadre est égale au produit de $\frac{t}{\pi}$ par l'intensité du courant continu qui, dans la méthode acinétique, serait mesuré par une torsion du fil de suspension égale à la déviation balistique β du cadre.

Digitized by Google

669. — Degré d'exactitude de l'équation qui fait connaître $\int I dt$. — Les équations que nous venons de trouver, sont basées sur l'hypothèse que le déplacement angulaire des pièces mobiles est absolument négligeable pendant le passage de la quantité d'électricité qu'il s'agit de mesurer. S'il en était autrement, elles pourraient conduire à des résultats absolument erronés, comme nous allons le démontrer immédiatement.

Reprenons l'équation fondamentale qui convient à tous les systèmes de galvanomètre

$$\int I dt = \frac{\sqrt{2M \int c d\beta}}{C_1},$$

dans laquelle M désigne le moment d'inertie des pièces mobiles et C_1 le couple exercé sur elles lorsque l'instrument est traversé par un courant égal à l'unité, les pièces mobiles étant maintenues dans la même position que si ce courant n'existait pas. Quant à l'intégrale $\int c d\beta$, elle représente la valeur du travail mécanique développé par les forces antagonistes dont l'action ramène au repos les pièces mobiles ; elle est donc égale à la demi-force vive qu'elles acquièrent dans un temps très court pendant le passage de la décharge électrique. En désignant cette intégrale par $\mathfrak{T}$, l'équation ci-dessus donne

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{2M}\left(C_1 \int I dt\right)^2.$$

On voit immédiatement que la valeur de $\mathfrak{T}$ tend vers l'infini lorsque le moment d'inertie des pièces mobiles tend vers zéro, à la condition bien entendu que la valeur de C_1 soit indépendante de celle du moment d'inertie. Or, il est facile de voir qu'il n'y a aucune relation définie entre ces deux éléments, car on peut imaginer des dispositions dans lesquelles le moment d'inertie des pièces mobiles conserve une valeur constante, tandis que la valeur de C_1 augmente indéfiniment ; on peut aussi, dans les appareils à circuit mobile, employer des conducteurs d'aluminium, ce qui réduit la valeur du moment d'inertie aux 3/10 de ce qu'elle serait s'ils étaient en cuivre,

Digitized by Google

tandis que la valeur de C_1 reste invariable. On arrive ainsi à trouver que si l'équation fondamentale était rigoureuse, on pourrait, avec une quantité d'électricité donnée, produire un travail illimité, ce qui est absurde. Il faut donc avoir soin de s'assurer, ce qui est facile, que les conditions dans lesquelles on opère sont telles que le déplacement des pièces mobiles, pendant la décharge, est négligeable.

Il y a encore une autre cause d'erreur d'une nature toute différente ; celle que nous venons de signaler est en effet d'ordre purement mécanique et ne dépend pas des phénomènes électriques, car on la retrouve lorsqu'on étudie le mouvement d'un corps soumis à une percussion dont l'origine est quelconque. Mais, à cette cause d'erreur d'ordre mécanique, vient s'ajouter, lorsqu'il s'agit du galvanomètre balistique, une autre perturbation d'origine électrique. Le mouvement des pièces mobiles a lieu en effet dans des conditions telles qu'il développe nécessairement, dans le circuit de l'instrument, des forces électro-motrices qui, à leur tour, produisent un courant électrique, si ce circuit n'est pas interrompu. Or, ce courant fait naître, entre les pièces fixes et les pièces mobiles, des actions mécaniques qui s'opposent à leur mouvement relatif (Loi de Lenz) et renforcent ainsi l'effet des forces antagonistes dans une proportion inconnue. Disons tout de suite que cette perturbation est négligeable dans les galvanomètres à circuit fixe dans lesquels l'aimant mobile est constitué par une très petite aiguille aimantée, mais qu'elle est très importante dans les appareils à circuit mobile où elle peut, dans certains cas, prendre une valeur très supérieure à celle de la force antagoniste due à la torsion du fil de suspension.

Pour éliminer d'un seul coup ces deux causes d'erreur, le moyen le plus simple consiste à intercaler dans le circuit de l'instrument un interrupteur automatique qui, au moment de l'expérience, ferme le circuit et le rompt ensuite au bout d'un temps très court inférieur par exemple à 1/100 de seconde. Cet intervalle de temps est en général supérieur à la durée des phénomènes électriques pour la mesure desquels on emploie le galvanomètre balistique. L'artifice que nous venons d'indiquer, presqu'indispensable lorsqu'on emploie les appareils à circuit mobile pour mesurer les coefficients d'induction, devient

Digitized by Google

inutile lorsqu'il s'agit de mesurer la quantité d'électricité mise en mouvement pendant la décharge d'un condensateur, parce que dans ce cas, le circuit est toujours coupé par la lame diélectrique.

670. — Causes qui influent sur la sensibilité du galvanomètre balistique. — L'équation fondamentale

$$\int I dt = \frac{\sqrt{2M \int c d\beta}}{C_1}$$

permet de discerner facilement l'influence des divers éléments de construction d'un galvanomètre balistique. Pour la rendre plus facile à discuter, nous admettrons que le couple antagoniste est produit par la torsion d'un fil, même lorsque l'instrument est composé d'un circuit fixe agissant sur une aiguille aimantée mobile qui doit alors être astatisée par un des procédés étudiés dans un autre chapitre.

La quantité d'électricité qui traverse l'appareil est alors, comme nous l'avons trouvé plus haut pour les appareils à circuit mobile, donnée par l'équation

$$\int I dt = \frac{\sqrt{Mc_1}}{C_1} \beta,$$

de laquelle on tire

$$\beta = \frac{C_1}{\sqrt{Mc_1}} \int I dt.$$

Cette dernière expression montre immédiatement que si l'on se donne à priori la valeur du couple de torsion c_1, correspondant à une torsion angulaire du fil de suspension égale à l'unité, la sensibilité ne dépend absolument que du rapport $\frac{C_1}{\sqrt{M}}$ et nullement de C_1 ou de M considérés isolément, comme ont paru le croire des personnes qui ont construit des galvanomètres balistiques dans lesquels elles se sont efforcées de diminuer le moment d'inertie sans se préoccuper de l'influence du couple C_1 dû à l'unité de courant.

Nous allons montrer que, dans certains cas, la sensibilité de l'instrument est indépendante du moment d'inertie de l'équipage mobile et qu'il y a même avantage, au point de vue de l'exactitude des lectures, à donner à ce moment d'inertie une valeur notable.

Digitized by Google

Supposons en effet que l'on ait adopté la forme de galvanomètre à circuits fixes représentée ci-contre (fig. 416 et 417) et dont l'équipage mobile se compose d'un certain nombre d'aiguilles aimantées verticales, telles que *ab*, fixées par leur point neutre *d* à un nombre égal de tiges rayonnantes et soudées en C au fil de suspension. Chacune de ces aiguilles forme un système astatique complet parce que les deux pôles d'une même aiguille sont animés de déplacements égaux et de même signe ; la seule force antagoniste

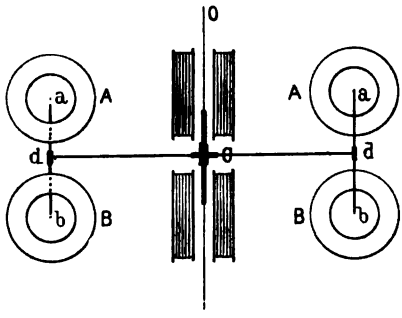


Fig. 416.

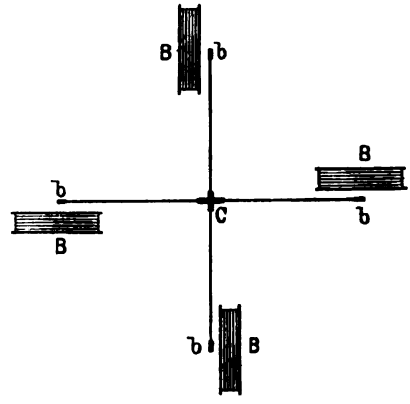


Fig. 417.

est donc due à la torsion du fil CO. Quant au couple moteur produit par l'action du courant, il est obtenu au moyen de bobines A, B, dont le nombre est double de celui des aiguilles aimantées et qui agissent sur ces dernières par répulsion, de façon à permettre à l'équipage mobile de se mouvoir librement lorsqu'il a reçu une impulsion initiale.

Si nous désignons par f_1 l'effort exercé sur chacun des pôles par la bobine correspondante, lorsqu'elle est traversée par l'unité de courant et que l'appareil est dans sa position d'équilibre naturel ; par *a* la distance C*d* du point neutre de chaque aiguille au fil de suspension, le couple C_1 produit sur une seule aiguille par l'unité de courant, aura pour valeur

$$C_1 = f_1 a$$

Digitized by Google

et s'il y a n aiguilles, le couple deviendra

$$nC_1 = nf_1a.$$

Quant au moment d'inertie d'une aiguille, il a pour valeur ma^2, m désignant la masse d'une aiguille ; le moment d'inertie total a donc pour valeur nma^2. L'angle balistique β est donc donné par l'équation

$$\beta = \frac{nC_1}{\sqrt{Mc_1}} \int I dt = \frac{nf_1a}{\sqrt{nma^2c_1}} \int I dt = \frac{f_1\sqrt{n}}{\sqrt{mc_1}} \int I dt,$$

c'est-à-dire indépendant de la distance de chaque aiguille au fil de suspension et par conséquent de son moment d'inertie. On voit, en outre, que la sensibilité est proportionnelle à la racine carrée du nombre des aiguilles.

Il n'y a donc pas d'inconvénient à éloigner les aiguilles du fil de suspension et cet éloignement est même avantageux puisqu'il permet d'augmenter le nombre des aiguilles réparties sur une circonférence dont la longueur lui est proportionnelle. Mais cet éloignement est encore avantageux à un autre point de vue. En effet, si nous cherchons quelle est la durée de l'oscillation simple (demi-période) de l'équipage mobile, en appliquant la formule classique (217), nous trouvons que cette durée est donnée par l'équation

$$t = \pi\sqrt{\frac{nma^2}{c_1}} = \pi a\sqrt{\frac{nm}{c_1}}$$

qui montre qu'elle est proportionnelle à la distance a. On peut donc la rendre aussi grande qu'on veut, et ceci constitue un avantage au point de vue de la facilité et de la précision de la lecture de l'angle balistique β, parce que lorsque la durée de l'oscillation est grande, l'équipage mobile *paraît* s'arrêter pendant un certain temps lorsqu'il est arrivé à l'extrémité de son oscillation et que l'on peut alors lire sa déviation angulaire comme s'il était en repos. En outre, la détermination expérimentale de t est d'autant plus exacte que sa valeur est plus grande.

671. — Mesure de la capacité d'un condensateur au moyen du galvanomètre balistique. — Lorsque, après avoir chargé un

Digitized by Google

condensateur avec une source d'électricité dont les pôles sont maintenus à une différence de potentiel constante E, on met ses deux armatures en communication avec les bornes d'un galvanomètre, il en résulte, dans celui-ci, le passage d'une quantité d'électricité qui, théoriquement, dure indéfiniment, mais ne produit, en réalité, d'effet appréciable sur l'équipage mobile, que pendant un temps extrêmement court (beaucoup moins que 1/1 000e de seconde), comme nous l'avons vu dans un autre chapitre. Nous allons démontrer que l'on peut déduire la valeur de la capacité du condensateur de la déviation balistique de l'équipage mobile, sans qu'il soit besoin de connaître la constante du galvanomètre, c'est-à-dire l'intensité du courant permanent qui produit une déviation angulaire égale à un degré.

Le condensateur étant chargé au moyen d'une source dont les pôles, mis en communication avec ses deux armatures, présentent entre eux une *d.d.p.* représentée par ε, on a, en désignant par Q la valeur de la charge ; par C, celle de la capacité, $Q = C\varepsilon$.

Lorsque la source d'électricité étant enlevée, les deux armatures sont ensuite mises en communication avec les extrémités du circuit du galvanomètre, le condensateur se décharge à travers ce circuit et l'on a

$$Q = \int I dt = \frac{t}{\pi} I' = C\varepsilon,$$

I′ désignant la valeur du courant permanent capable d'équilibrer une torsion du fil de suspension égale à la déviation balistique.

On peut d'ailleurs produire le courant permanent I′ avec la source d'électricité au potentiel ε qui a servi à charger le condensateur ; il suffit, pour cela, d'intercaler dans le circuit du galvanomètre une résistance dont on fait varier la grandeur jusqu'à ce que l'équipage mobile soit ramené au zéro quoique le fil de suspension soit tordu d'un angle égal à la déviation balistique.

En désignant par R la résistance totale du circuit (galvanomètre compris), la loi d'Ohm donne l'équation

$$I' = \frac{\varepsilon}{R} \qquad \text{d'où} \qquad \varepsilon = RI'.$$

Digitized by Google

On a donc, en vertu de l'équation précédente

$$\frac{t}{\pi} I' = CRI' \qquad \text{ou} \qquad \frac{t}{\pi} = CR,$$

équation remarquable qui permet de trouver C en fonction de R ou inversement, sans qu'il soit besoin de connaître autre chose que la durée de la demi-période oscillatoire de l'équipage mobile, lorsqu'il est soumis à la seule influence du fil de torsion.

Il est intéressant de calculer la valeur numérique de R pour un galvanomètre dans lequel on déchargerait un condensateur dont la capacité serait égale à 1 microfarad, la durée de l'oscillation simple étant supposée égale à 1 seconde. Il est facile de voir que si les quantités C et R sont respectivement exprimées en farads et en ohms, l'équation sera exacte sans qu'il soit nécessaire de multiplier un de ses membres par un coefficient numérique.

Nous poserons donc

$$t = 1'',$$

$$C = \frac{1 \text{ farad}}{1000000},$$

d'où

$$R = 318310 \text{ Ohms}.$$

La valeur de R est, comme on le voit, extrêmement considérable ; elle dépasse de beaucoup ce qu'il est possible de réaliser avec les boîtes de résistances que l'on trouve dans le commerce et dans lesquelles la résistance collective de toutes les bobines mises en tension, ne dépasse pas habituellement 10 000 ohms. Il faut donc avoir recours à un artifice ; le plus simple consiste dans l'emploi d'un *shunt* qui ne laisse passer dans le galvanomètre que 1/100 par exemple du courant permanent équivalent au courant balistique, *mais sous la condition expresse que ce shunt doit être enlevé lorsque l'appareil fonctionne comme instrument balistique.* Si l'on a recours à ce procédé, le *shunt* ne laissant passer dans le galvanomètre que 1/100 du courant permanent engendré par la source, ce dernier doit être rendu 100 fois aussi considérable pour produire, dans le galvanomètre, le couple que l'on équilibre par la torsion du fil de suspension. Il faut donc que la résistance totale R du circuit et du galvanomètre shunté,

Digitized by Google

soit cent fois moindre, c'est-à-dire égale à 3183 ohms, nombre que l'on peut réaliser facilement avec une boîte de résistance ordinaire. Il n'est pas inutile d'ailleurs de faire remarquer que la décharge sensiblement instantanée qui traverse l'instrument, quand on le met en communication avec le condensateur, produit une déviation balistique indépendante de R.

672. — Multiplicateur d'impulsion. — Il arrive souvent que l'impulsion produite par la décharge d'un condensateur, donne lieu à un angle balistique de faible amplitude que l'on ne peut par conséquent apprécier avec une précision relative suffisante. Pour parer à cet inconvénient, nous avons imaginé un petit appareil auquel nous avons donné le nom de *multiplicateur d'impulsion* et qui est basé sur le principe suivant.

Nous avons vu que la durée du temps nécessaire pour charger ou pour décharger un condensateur à 1/1000 près de la charge ou de la décharge complète, est extrêmement petite, à la condition que la résistance du circuit ne soit pas très grande et qu'il ne contienne pas de solénoïdes possédant un coefficient de self-induction considérable. Il est donc possible de charger et de décharger un condensateur dix fois, par exemple, en moins de 1/100 de seconde et de communiquer ainsi dix impulsions à l'équipage mobile sans que son déplacement, pendant la durée de ces dix impulsions, soit appréciable, ce qui est, comme nous l'avons dit, une condition nécessaire pour que les équations dont nous nous sommes servis soient exactes. On peut même obtenir, non pas dix, mais vingt impulsions en utilisant les courants de charge ainsi que ceux de décharge, ce qui est facile grâce à l'emploi d'un commutateur d'inversion qui intervertit les communications chaque fois qu'une charge succède à une décharge et inversement.

L'appareil, qui est d'ailleurs simple et de petite dimension, se compose essentiellement d'une petite poulie en matière isolante sur la jante de laquelle se trouvent réparties un certain nombre de lames métalliques qui, lorsque la poulie tourne, mettent les armatures du condensateur en communication successivement avec une

Digitized by Google

pile ou avec le galvanomètre. La rotation de la poulie est produite par un ressort qui, dans un temps très court, lui fait décrire un angle inférieur à une circonférence et provoque ainsi un nombre de charges et de décharges proportionnel au nombre des lames et dont les impulsions successives s'ajoutent dans un temps très court, de sorte que l'impulsion totale (telle qu'elle est définie en mécanique, c'est-à-dire $\int_0^t I dt$) est égale à l'impulsion produite par une charge ou par une décharge, multipliée par le nombre de lames conductrices; on sait d'ailleurs que la quantité d'électricité mise en mouvement et par conséquent l'impulsion produite par une charge, est numériquement égale à celle qui correspond à la décharge.

Si, par exemple, le nombre des lames est tel que le condensateur soit chargé cinq fois et déchargé cinq fois, l'équipage mobile prendra la même vitesse initiale que si le circuit avait été traversé par une charge ou une décharge unique due à une force électro-motrice dix fois aussi grande. Nous avons d'ailleurs vérifié expérimentalement l'exactitude de cette précision théorique.

673. — Application de la méthode acinétique au galvanomètre balistique. — Il semble que la méthode à laquelle nous avons donné le nom *d'acinétique* et qui, dans le galvanomètre ordinaire, consiste à équilibrer l'action du courant par celle de la force antagoniste, de façon que l'équipage mobile reste dans la même position que si l'instrument n'était traversé par aucun courant ; il semble, disons-nous, que cette méthode ne puisse s'appliquer au galvanomètre balistique puisqu'on ne peut équilibrer une impulsion par un simple effort statique, surtout lorsque l'appareil doit, dans son état habituel, rester librement au zéro. Il suffit, pour résoudre cette question, d'équilibrer l'impulsion que l'on doit mesurer par une autre impulsion égale et contraire produite par un procédé quelconque, mais permettant de lui donner une valeur exactement connue et variable à volonté. Les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'équipage mobile reste en repos apparent, sont d'abord qu'elles aient toutes deux une durée aussi faible que possible et ensuite qu'elles satisfassent à l'équation

Digitized by Google

$$\int_0^{\theta} F dt = \int_0^{\theta'} F' dt,$$

F et F′ représentant les valeurs, variables avec t, des couples développés respectivement sur l'équipage mobile par la décharge électrique que l'on veut mesurer et par le phénomène qui doit réduire au repos apparent l'équipage mobile. Nous disons avec intention « *repos apparent* » parce que pour que la vitesse de l'équipage fût constamment nulle, il faudrait que les couples F et F′ fussent constamment égaux pendant la durée des deux décharges que nous avons représentée par θ et θ'. Or, en général, il ne peut pas en être ainsi parce que les deux phénomènes qui produisent les impulsions motrice et antagoniste n'ont pas la même origine. L'impulsion motrice sera par exemple produite par un courant induit, tandis que l'impulsion antagoniste sera due à la décharge d'un condensateur ou inversement. Or l'intensité des courants, et par conséquent des efforts mécaniques produits par ces deux phénomènes, étant représentée en fonction du temps écoulé depuis leur origine jusqu'au moment où la décharge est terminée, serait représentée par deux courbes d'aspect absolument différent. L'équipage mobile est donc en réalité sollicité par des couples qui ne se font pas constamment équilibre et sa vitesse ne peut, par suite, être constamment nulle ; mais l'amplitude de ses mouvements est extrêmement petite et d'autant plus difficile à mettre en évidence que l'intervalle de temps pendant lequel il est en mouvement, est égal à celle de la décharge, c'est-à-dire très petit.

Mais l'existence du repos apparent de l'équipage mobile, c'est-à-dire l'absence de lancé, suffit pour prouver l'égalité des quantités d'électricités mises en mouvement dans les deux phénomènes que l'on oppose l'un à l'autre. Il reste à déterminer comment on s'y prendra pour les mettre ainsi en opposition. On ne peut, en général, les faire naître simultanément dans le même circuit, surtout s'il s'agit de comparer une décharge induite à celle d'un condensateur. On ne peut alors avoir recours qu'à l'un des deux procédés suivants : ou lancer *successivement* les deux décharges dans l'instrument en les séparant par un intervalle de temps aussi petit que possible ; ou les

Digitized by Google

lancer simultanément dans deux circuits distincts agissant sur deux équipages mobiles solidaires l'un de l'autre, comme dans les galvanomètres différentiels. Le premier procédé nécessite l'emploi d'un interrupteur mécanique spécial mis en mouvement par un ressort, tandis que le second est applicable sans aucun artifice mécanique. Néanmoins, en raison de la complication qu'entraîne la réalisation du galvanomètre différentiel, lorsqu'il s'agit d'appareils à circuit mobile, nous pensons que le premier procédé est préférable.

L'application de la méthode acinétique au galvanomètre balistique présente deux avantages : 1° la précision de la lecture qui est plus grande que dans la méthode de libre déviation dans laquelle il faut lire l'angle pour ainsi dire au vol ; 2° la suppression des courants induits dus au mouvement de l'équipage mobile et qui, dans les appareils à circuit mobile, peuvent causer des erreurs considérables, à moins que l'on n'ait recours à l'emploi d'un interrupteur qui coupe automatiquement le circuit immédiatement après le passage de la décharge.

§ 2. — GRADUATION DES GAVANOMÈTRES BALISTIQUES.

674. — Méthode de Pouillet. — Il est essentiel de se rappeler que la valeur du courant permanent qui sert à tarer l'instrument, comme nous l'avons expliqué plus haut, s'obtient au moyen de la méthode *acinétique*, c'est-à-dire en maintenant au zéro l'aiguille de l'équipage mobile, pendant le passage du courant, au moyen d'une torsion du fil de suspension égale à la déviation balistique β. En d'autres termes, tous les galvanomètres employés comme appareils balistiques pour la mesure d'une décharge électrique, doivent au préalable être gradués, comme s'ils étaient destinés à la mesure des courants permanents, au moyen de la méthode acinétique. Il n'y a d'exception à cette règle que lorsqu'on les gradue directement au moyen de décharges électriques dont la valeur est connue d'avance, comme celles que l'on peut produire au moyen d'un condensateur de capacité connue, chargé sous une

Digitized by Google

différence de potentiel toujours la même, comme celle que donne une pile-étalon.

On peut encore graduer expérimentalement un galvanomètre balistique par la méthode suivante qui a été employée pour la première fois par Pouillet, pour la mesure des intervalles de temps très courts. Le galvanomètre G (fig. 418) est placé dans un circuit qui contient une pile P, une clef K et un disque *ab* formé d'une substance isolante, mais portant sur sa circonférence un secteur métallique *a*, de petites dimensions, qui communique constamment, au moyen d'un fil conducteur *a*C incrusté dans le disque, avec une petite bague métallique C. Contre cette bague métallique est ap-

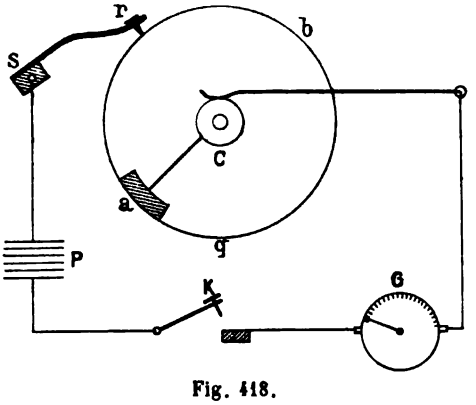


Fig. 418.

puyée l'extrémité d'un ressort relié à l'une des bornes du galvanomètre, tandis qu'un second ressort *r*S relié à la pile P et terminé en *r* par une pointe mousse, appuie constamment sur la circonférence du disque. On voit que le courant ne peut prendre naissance qu'à la condition que la clef K soit abaissée et que le petit secteur métallique *a* soit en contact avec l'extrémité *r* du ressort S*r*. Si la clef K est abaissée constamment, le courant passe à chaque tour du disque pendant un temps égal à $\frac{at}{2\pi}$, *a* désignant l'angle décrit par le disque pendant le contact du ressort et du secteur et *t* la durée d'un tour du disque ; l'équipage mobile du galvanomètre reçoit alors une série d'impulsions qui, si la rotation du

Digitized by Google

disque est rapide, produiront sur lui un effet identique en apparence à celui d'un courant permanent dont il est aisé de calculer l'intensité. En effet, en désignant par q la quantité d'électricité qui traverse le circuit pendant la durée du contact de a avec r, et par n le nombre de tours du disque dans l'unité de temps, la quantité d'électricité qui traverse le circuit dans l'unité de temps est égale à nq. En vertu du théorème de mécanique sur lequel nous nous sommes appuyés en étudiant l'action d'un courant périodique sur un électrodynamomètre, les impulsions successives imprimées à l'équipage mobile par ces contacts intermittents, ne peuvent être équilibrées, au moins en apparence, que par un couple antagoniste ayant la même valeur que si l'instrument était traversé par un courant permanent livrant passage à la même quantité d'électricité dans l'unité de temps, c'est-à-dire dont l'intensité serait donnée par l'équation $I = nq$.

Donc, si l'instrument est gradué à l'aide de courants continus, il suffit de lire la valeur de I pour en conclure celle de q, à la condition que l'on connaisse le nombre n de tours du disque dans l'unité de temps.

Mais ce procédé n'est applicable que lorsque le phénomène qui donne naissance à la quantité d'électricité à mesurer, peut être reproduit un grand nombre de fois dans l'unité de temps et que, par conséquent, sa durée est très courte.

Or, il n'en est pas toujours ainsi ; il faut donc s'arranger de façon que l'équipage mobile ne reçoive qu'une impulsion unique, ce qui est d'ailleurs une condition fondamentale du fonctionnement du galvanomètre balistique. Si le disque ab tourne lentement (un tour par seconde par exemple), cette condition est facile à remplir en abaissant la clef K un peu avant le passage du secteur a devant la pointe r du ressort rs et en la relevant un peu après ce passage ; en effectuant cette manœuvre une seule fois on ne donne à l'équipage mobile qu'une seule impulsion dont la durée est, comme nous venons de le dire, égale à $\frac{a}{2\pi}t$. En désignant par I l'intensité du courant que produirait la pile P si le contact entre le secteur a et le ressort rs était permanent, la quantité d'électricité qui traverse le galvano-

Digitized by Google

mètre, pendant le passage du secteur, a donc pour expression

$$\frac{a}{2\pi} tI = \frac{a}{2\pi n} I.$$

On peut donc la rendre aussi petite qu'on veut, soit en diminuant l'amplitude angulaire a du secteur métallique, soit en augmentant le nombre n de tours du disque dans l'unité de temps.

Il est toutefois essentiel de remarquer que cette formule n'est exacte que lorsque la durée de l'état variable du courant I, est très petite par rapport à la durée du contact entre le secteur a et le ressort rs; dans le cas contraire, elle donnerait des résultats trop grands. Il est d'ailleurs facile de s'assurer que cette condition est remplie en faisant varier la durée de fermeture du courant; si les déviations balistiques de l'équipage mobile ne sont pas proportionnelles aux durées de fermeture, on doit en conclure que la durée de l'état variable n'est pas une fraction négligeable de celle de la fermeture. Mais ce cas ne se présente que lorsque le circuit contient des solénoïdes à spires nombreuses enroulées autour de noyaux de fer ayant une masse considérable, circonstance que l'on peut toujours éviter dans des expériences de graduation.

675. — Diverses méthodes de graduation directe d'un galvanomètre balistique en parties proportionnelles. — On peut aussi graduer directement un galvanomètre balistique en parties proportionnelles à la quantité d'électricité qui le traverse, pendant une décharge, par l'un des procédés suivants :

a). Courant continu fermé pendant des intervalles de temps croissant en progression arithmétique.

b). Emploi d'un condensateur chargé avec une pile composée d'éléments identiques dont on fait croître le nombre en progression arithmétique.

c). Emploi d'un condensateur chargé en mettant ses deux armatures en contact avec les extrémités d'une portion de plus en plus considérable d'un circuit parcouru par un courant constant.

d). Emploi d'un multiplicateur d'impulsion dont on fait varier le

Digitized by Google

nombre de lames et qui est mis dans le circuit d'un condensateur chargé dans des conditions toujours identiques à elles-mêmes.

e). Emploi de courants induits mettant en mouvement des quantités d'électricité rigoureusement proportionnelles à des nombres connus d'avance.

Nous allons passer rapidement en revue ces divers moyens :

(*a*) Nous avons déjà décrit le procédé qui consiste à lancer dans l'instrument un courant de durée variable emprunté à une source d'électricité à potentiel constant, le circuit ne contenant d'autres bobines que celles du galvanomètre lui-même, afin de réduire au minimum la durée de l'état variable du courant. Il nous reste à indiquer comment on obtient facilement une durée de fermeture du courant, variable à volonté suivant une loi connue.

Il serait peu commode d'avoir recours, comme nous l'avons dit, à l'emploi de secteurs métalliques d'amplitude angulaire variable. Le procédé suivant résout la question d'une façon beaucoup plus simple.

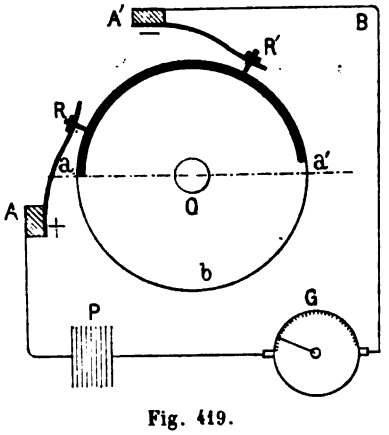


Fig. 419.

Soit *aa'b* (fig. 419) le disque en matière isolante portant, incrustée sur une partie de sa circonférence, une bande de cuivre *aa'* dont la longueur doit être inférieure d'une petite quantité à celle de la demi-circonférence du disque ;

AR et A'R'. deux ressorts terminés par des pointes mousses qui appuient constamment sur la circonférence du disque et qui font

Digitized by Google

partie d'un circuit APGBA′, dans lequel sont intercalés une pile P et le galvanomètre balistique G. Le circuit ne peut être fermé que si les pointes R et R′ appuient simultanément sur la bande métallique *aa′* et on voit immédiatement que si elles étaient écartées d'un intervalle angulaire égal à une demi-circonférence, le courant ne serait jamais fermé. En désignant par α l'amplitude angulaire de la bande métallique; par β l'angle des droites OR, OR′, qui joignent le centre du disque aux points de contact des ressorts et par γ l'angle pendant lequel le courant est fermé, on a évidemment

$$\gamma = \alpha - \beta$$

et la durée t de fermeture a pour valeur

$$t = \frac{\alpha - \beta}{\omega},$$

ω désignant la vitesse angulaire du disque.

Pour faire varier t, il suffit donc de déplacer angulairement l'un des ressorts AR ou A′R′, condition très facile à réaliser pendant la marche même de l'appareil.

La valeur de l'angle $\alpha - \beta$, peut d'ailleurs être mesurée directement en faisant tourner le disque avec une très petite vitesse et en shuntant très fortement le galvanomètre pour ne pas le détériorer par le passage prolongé d'un courant intense, ou en le remplaçant par un simple indicateur de courant tel qu'une sonnerie qui fait connaître le commencement et la fin du passage du courant. L'angle décrit par le disque pendant ce passage, est lu directement au moyen d'une aiguille fixée au disque et qui se meut devant un cadran gradué.

(*b*) L'emploi d'un condensateur chargé à l'aide d'une pile composée de couples identiques dont on fait croître le nombre en progression arithmétique, constitue un procédé excellent et qui permet même de graduer l'instrument en unités absolues lorsqu'on connaît la force électromotrice de chaque couple de la pile ainsi que la capacité du condensateur. Mais il exige des piles parfaitement identiques entre elles, condition que remplissent d'ailleurs les piles-étalons. En supposant qu'il en soit ainsi, on a, en désignant par n le nombre des couples intercalés dans le circuit; par e la force élec-

Digitized by Google

tromotrice de l'un quelconque d'entre eux ; par c la capacité du condensateur ; et par q la quantité d'électricité emmagasinée dans le condensateur,

$$q = nce.$$

c) Le troisième procédé est en réalité une variante du précédent, mais il possède une qualité que celui-ci n'a pas et qui consiste en ce qu'on peut faire varier la graduation par degrés aussi petits que l'on veut, tandis que dans le procédé (b), le nombre des couples croissant nécessairement par unité, on ne peut obtenir qu'un nombre de points de la graduation au plus égal au nombre de couples dont on dispose.

Dans le procédé (c), on met à profit la propriété d'un conducteur homogène parcouru par un courant, de présenter dans toute sa longueur des potentiels qui vont en décroissant régulièrement lorsqu'on passe d'un point de ce conducteur à un autre point situé aussi loin qu'on le veut du premier.

Soit ABC (fig. 420) ce conducteur sur lequel nous choisirons des points équidistants a_0, a_1, a_2, ..., a_n. Désignons par l la distance de deux d'entre eux, par r la résistance de l'unité de longueur, par I l'intensité du courant et par V_0, V_1, V_2, ..., V_n le potentiel de chacun d'eux. On a, en vertu de la loi d'Ohm

$$V_0 - V_1 = V_1 - V_2 = \quad \ldots \quad = V_{n-1} - V_n = rlI,$$

et par conséquent, en désignant par n le nombre des intervalles compris entre a_0 et a_n,

$$V_n - V_0 = nrlI.$$

Il suffit donc de mettre le point a_0 en communication avec l'une

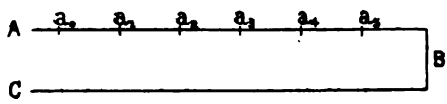


Fig. 420.

des armatures d'un condensateur tandis que l'on met successivement les points a_1, a_2, ..., a_n, en communication avec la seconde armature, pour charger ce condensateur de quantités d'électricité proportionnelles au nombre n.

Digitized by Google

On peut obtenir autant de points que l'on veut de la graduation en intercalant un nombre égal de prises de courant entre les points a_0 et a_n.

L'emploi du genre de rhéostat connu sous le nom de rhéocorde, est tout indiqué lorsqu'on emploie cette méthode.

d) Un multiplicateur d'impulsion permettant de multiplier par un nombre entier quelconque n (pourvu bien entendu qu'il ne dépasse pas certaines limites) la vitesse communiquée à l'équipage mobile d'un galvanomètre, par la décharge d'un condensateur, agit absolument comme le ferait une charge du condensateur n fois aussi grande. Par conséquent, si on augmente graduellement le nombre des lames du multiplicateur, de façon à donner à n une valeur variant depuis 1 jusqu'à 10 par exemple, on produira sur l'équipage mobile, avec un seul couple, les mêmes impulsions que s'il était soumis à la décharge unique d'un condensateur dont les armatures seraient mises en communication avec une pile composée d'un nombre de couples croissant successivement depuis 1 jusqu'à 10.

e) Les courants induits provoqués dans un circuit fermé par la fermeture ou par la rupture du courant permanent qui traverse un circuit voisin, donnent lieu au passage d'une quantité d'électricité qu'il est facile de faire varier suivant une loi connue d'avance. En effet, lorsque les circuits ne contiennent pas de pièces de fer, cette quantité d'électricité est donnée par l'équation (498) ;

$$Q_i' = -\frac{1}{R'} M I_1,$$

dans laquelle on désigne par R', la résistance totale du circuit induit ; par I_1, l'intensité du courant inducteur lorsqu'il est arrivé à l'état permanent ; par M, le coefficient d'induction mutuelle des circuits inducteur et induit.

Si le galvanomètre balistique est intercalé dans le circuit induit, la fermeture et la rupture du courant inducteur donneront lieu à la production, dans le galvanomètre, d'impulsions égales mais de signe contraire comme cela a lieu lorsque le circuit de l'instrument contient un condensateur. Mais, dans ce dernier cas, le circuit n'est jamais fermé puisque les armatures du condensateur sont séparées par une

Digitized by Google

lame isolante dont la résistance peut être considérée comme infinie ; il en est tout autrement lorsque l'instrument est intercalé dans le circuit d'une bobine induite, circuit qui est nécessairement fermé pour que le courant induit puisse se produire. Nous avons dit plus haut que cette fermeture du circuit du galvanomètre pouvait atténuer considérablement, lorsqu'il s'agit d'un appareil à circuit mobile, l'angle balistique, et rendre illusoires les équations qui permettent de calculer la quantité d'électricité mise en mouvement, et nous avons indiqué, comme étant le moyen le plus simple de supprimer cette cause d'erreur, l'emploi d'un interrupteur à ressort destiné à couper le circuit du galvanomètre, un temps très court après la production de l'impulsion des pièces mobiles (1/100 de seconde au plus).

Cette condition importante étant supposée remplie, nous voyons qu'il existe trois moyens de faire varier la quantité d'électricité induite dans le circuit du galvanomètre. On peut, en effet, faire varier : soit l'intensité du courant inducteur I_1, soit la résistance totale R' du circuit induit, soit enfin le coefficient d'induction mutuelle M, et cela de manière que Q'_1 croisse par degrés égaux. Nous renverrons d'ailleurs aux passages de ce Traité où sont exposés en détail les moyens de donner à ces trois quantités des valeurs arbitraires choisies au gré de l'expérimentateur.

Digitized by Google

CHAPITRE HUITIÈME

GRADUATION DES GALVANOMÈTRES, DES AMPÈREMÈTRES ET DES ELECTRODYNAMOMÈTRES

---

§ 1. — DIFFÉRENTS PROCÉDÉS DE GRADUATION DES INSTRUMENTS DE MESURE.

676. — Classification des différentes méthodes de graduation. — Un instrument appartenant à la classe de ceux que nous avons nommés *absolus*, peut être gradué d'avance sans qu'il soit nécessaire d'y lancer un courant, puisque l'intensité d'un courant quelconque se déduit immédiatement de l'effort mécanique qu'il exerce sur les pièces mobiles et des dimensions des parties actives de l'appareil.

Mais il n'en va pas de même pour les instruments ordinaires dans lesquels on ne s'astreint à remplir aucune des conditions si gênantes auxquelles doivent satisfaire les instruments absolus. Ils doivent donc être gradués par comparaison avec ceux-ci en intercalant les deux instruments dans le même circuit. Mais ce n'est généralement pas ainsi que l'on procède, parce que les instruments étalons sont des appareils très délicats dans lesquels une mesure, pour être aussi exacte que possible, demande beaucoup de temps. On est donc amené à intercaler, dans le circuit de l'appareil absolu, un instrument dit *étalon secondaire*, dont on détermine l'indication pour une valeur unique de l'intensité du courant et qui doit être disposé de telle sorte que l'on puisse ensuite en effectuer la gradua-

Digitized by Google

tion en prenant pour base l'indication correspondante à cette intensité unique.

Mais cette graduation de l'étalon secondaire n'est même pas nécessaire, et son rôle peut être réduit à indiquer simplement une intensité toujours la même ; cela suffit comme nous allons le voir pour permettre de graduer un instrument quelconque dans des limites aussi étendues qu'on le veut.

Les méthodes que l'on peut employer dans ce but sont basées sur :

a) L'emploi d'une force électro-motrice produite par une pile dont on fait croître le nombre de couples en progression arithmétique ;

b) L'emploi d'une résistance variable intercalée dans le circuit, la source d'électricité ayant une force électro-motrice constante ;

c) L'emploi d'une dérivation permettant de lancer dans l'instrument à graduer un courant dont l'intensité soit dans un rapport connu d'avance avec celle du courant-unité indiqué par l'étalon. Ce résultat peut être obtenu en s'appuyant simplement sur la loi d'Ohm ;

d) L'emploi d'un comparateur de courants dont les deux cadres sont intercalés dans deux circuits distincts contenant : le premier, l'instrument étalon et une source d'électricité ; le second, l'instrument à graduer et une autre source d'électricité : on évite ainsi l'emploi de résistances étalonnées ;

e) L'emploi, comme source d'électricité, d'une différence de potentiel empruntée, non pas directement à une pile, mais à un conducteur traversé par un courant constant quelconque que l'on n'a pas besoin de connaître. Cette différence de potentiel sert à engendrer dans le circuit de l'instrument à graduer (dont la résistance est constante) un courant qui lui est proportionnel, et comme on peut la faire varier d'une manière continue et suivant une loi connue, on peut obtenir autant de points qu'on le veut de la graduation.

Ces différents procédés ont tous, en définitive, pour résultat la production d'une série de courants dont la valeur absolue est inconnue mais qui ont entre eux des rapports proportionnels à des nombres choisis d'avance. Il suffit alors de connaître la valeur absolue d'un seul d'entre eux pour en déduire celle de tous les autres.

Il existe même certains instruments non absolus, dans lesquels la

Digitized by Google

graduation en parties proportionnelles à l'intensité peut être faite d'avance sans qu'il soit nécessaire de les soumettre à l'action d'aucun courant. Tels sont : la Boussole des tangentes ; la Boussole des sinus ; les Galvanomètres et les Electrodynamomètres dans lesquels on emploie la méthode acinétique et où on maintient l'équipage mobile au zéro, pendant le passage du courant, à l'aide d'un poids ou d'un ressort bien fait.

Nous allons maintenant passer en revue les différents moyens de graduation énumérés ci-dessus.

677. — *a*) **Méthode de graduation basée sur l'emploi de la force électromotrice produite par une pile.** — Ce procédé est le plus simple de tous, il consiste simplement à constituer un circuit formé de l'instrument à graduer ; d'une résistance arbitraire mais constante pendant l'expérience, et choisie de façon que l'aiguille du galvanomètre ne sorte pas des limites de la graduation lorsqu'on donne, à la force électro-motrice dont on dispose, sa valeur maxima ; et enfin d'une pile composée d'un nombre de couples que l'on fait varier d'unité en unité pour procéder à la graduation.

Désignons par r la résistance intérieure d'un seul couple de la pile ; par R_0 la résistance constante intercalée dans le circuit ; par R_1 la résistance de l'instrument à graduer ; par e la force électromotrice d'un seul des couples et par n le nombre de couples. L'intensité i du courant est donnée par l'équation

$$i = \frac{ne}{nr + R_0 + R_1}$$

que l'on peut écrire

$$i = \frac{ne}{R_0 + R_1} \frac{1}{1 + \frac{nr}{R_0 + R_1}}.$$

Si la fraction $\frac{nr}{R_0 + R_1}$ est inférieure à $\frac{1}{30}$, on peut écrire, sans

Digitized by Google

commettre d'erreur relative supérieure à $\frac{1}{1000}$

$$\frac{1}{1+\frac{nr}{R_0+R_1}} = 1 - \frac{nr}{R_0+R_1}$$

et par suite

$$i = \frac{ne}{R_0+R_1}\left(1 - \frac{nr}{R_0+R_1}\right).$$

Cette dernière équation montre que si la somme $R_0 + R_1$ est, par exemple, 200 fois aussi grande que la valeur du produit nr, on ne commettra qu'une erreur relative de 1/200 en la considérant comme nulle. On doit donc, pour appliquer cette méthode avec sécurité, employer des piles douées d'une faible résistance intérieure et d'une grande force électro-motrice. Les accumulateurs, les piles à grande surface à deux liquides, ou encore les piles Lalande et Chaperon ou même les piles au bichromate de potasse, remplissent bien ces conditions.

En négligeant le facteur

$$\left(1 - \frac{nr}{R_0+R_1}\right),$$

ce que l'on peut toujours faire si on choisit comme source de force électro-motrice des piles satisfaisant aux conditions que nous venons de signaler, et si le courant maximum qu'on leur demande est faible, on peut écrire

$$i = \frac{ne}{R_0+R_1},$$

équation qui montre que l'intensité du courant est simplement proportionnelle au nombre n des couples de la pile.

Cette méthode est la plus simple de toutes et peut toujours être employée avec les galvanomètres sensibles qui ont une grande résistance et dont la déviation maxima correspond à une très petite valeur de i.

Ainsi par exemple, nous avons employé dans un très grand nom-

Digitized by Google

bre d'expériences sur les machines dynamo-électriques un type de galvanomètre à circuit mobile et à déviations proportionnelles aux intensités représenté fig. 357. Quoique destiné à des expériences industrielles, où l'intensité du courant pouvait atteindre 25 ampères et la différence de potentiel plusieurs milliers de volts, il donnait une déviation de un degré pour 1/2500 d'ampère. Sa déviation maxima étant de 60°, correspondait donc à une valeur de i un peu moindre que 1/40 d'ampère. Or, la force électro-motrice d'un couple au bichromate de potasse est d'environ 2 volts, et sa résistance intérieure est, lorsque ce couple est de dimensions moyennes, inférieure à 1/10 d'ohm. En employant 10 couples pour produire le courant maximum de 1/40 d'ampère, il fallait donc donner à $R_0 + R_1$ une valeur très peu différente de 800 ohms, c'est-à-dire 800 fois aussi grande que celle des 10 couples réunis.

On pouvait donc négliger absolument la résistance intérieure de la pile et considérer la valeur de i comme rigoureusement proportionnelle à celle du nombre n de couples intercalés dans le circuit et que l'on faisait varier de 1 à 10, de façon à obtenir 10 points de la graduation.

678. — *b*) **Méthode de graduation basée sur l'emploi d'une résistance variable et d'une force électro-motrice constante.** — Ce procédé est aussi simple que le précédent, mais il exige l'emploi d'une boîte de résistance variant entre des limites très étendues. En supposant négligeable la résistance de la pile, on trouve pour la valeur de la résistance R_0, que l'on doit intercaler dans le circuit

$$R_0 = \frac{ne}{i} - R_1.$$

Il suffit donc de donner à i des valeurs croissant en progression arithmétique et exprimées d'ailleurs en unités arbitraires choisies d'après la sensibilité de l'instrument, pour trouver les valeurs correspondantes de R_0.

679. — *c*) **Méthode de graduation basée sur l'emploi d'une dérivation permettant de lancer dans l'instrument à gra-**

Digitized by Google

duer un courant dont l'intensité soit dans un rapport connu avec celle du courant-unité indiquée par l'étalon. — La figure 421 indique la disposition que l'on peut adopter quand on applique cette méthode.

Un courant emprunté à une source quelconque, entre par le point C dans un circuit fermé CBGDB'G'C, et en sort par le point D. Il se divise en deux portions traversant : l'une, la branche CBGD ; l'autre, la branche CG'B'D. Dans la première branche, est intercalé le galvanomètre-étalon G et la boîte de résistance graduée B ; la seconde branche contient le galvanomètre G' que l'on veut graduer et la boîte de résistance B'. Les résistances des galvanomètres G et G' doivent être mesurées à l'avance ; nous les désignerons par r et r' ; les résistances variables à volonté des boîtes B et B', sont connues par une simple lecture puisqu'elles sont étalonnées, nous les représenterons par R et R'. Enfin nous supposerons négligeables les résistances des conducteurs qui servent à relier ensembe B, G, B' et G'.

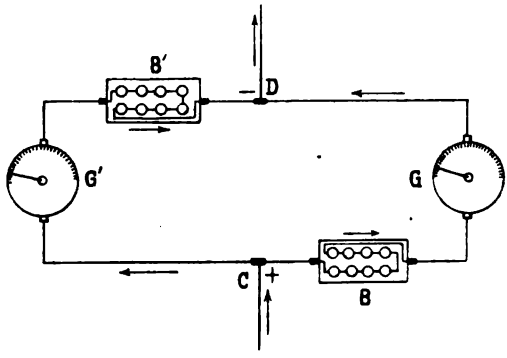


Fig. 421.

Si l'on désigne par ε la différence de potentiel des points C et D, les intensités i et i' des courants qui traversent respectivement G et G', seront données par les formules

$$i = \frac{\varepsilon}{R+r} \qquad i' = \frac{\varepsilon}{R'+r'} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{i'}{i} = \frac{R+r}{R'+r'}.$$

Digitized by Google

Si on veut que ce rapport ait une valeur donnée d'avance k, on a

$$\frac{R+r}{R'+r'} = k \qquad \text{d'où} \qquad R' = \frac{R+r}{k} - r'.$$

Pour faire une expérience, on agit sur la résistance R jusqu'à ce que le courant qui traverse le galvanomètre-étalon G, ait exactement la valeur choisie pour unité, et on détermine ensuite la résistance R′ que l'on doit donner à la boîte B′ au moyen de l'équation ci-dessus. On est alors certain que le courant qui traverse G′ satisfait à la relation $\frac{i'}{i} = k$.

En donnant à k des valeurs entières croissant par exemple d'unité en unité jusqu'à 10, on obtient dix points de la graduation de G′.

Pour que cette méthode soit facile à appliquer, il est bon que la résistance de la portion du circuit qui sert à relier la source de force électro-motrice aux points C et D, soit aussi faible que possible, ainsi d'ailleurs que la résistance intérieure de la source elle-même. S'il en était autrement, les variations voulues de R′, entraîneraient une variation dans l'intensité du courant-unité qui traverse la branche CBGD et on serait obligé, pour éviter de longs tâtonnements, d'intercaler dans le circuit principal qui amène le courant en C et en D, une troisième boîte de résistance ou plutôt un rhéostat non gradué que l'on ferait manœuvrer chaque fois que le courant qui traverse le galvanomètre-étalon viendrait à varier, de façon à le ramener à son intensité normale.

680. — *d*) Méthode de graduation basée sur l'emploi d'un comparateur de courants. — La figure 422 montre comment l'expérience peut être disposée. Les deux cadres rectangulaires entre eux du comparateur, sont représentés en CC et C′C′.

Chacun d'eux fait partie d'un circuit distinct comprenant une pile, une boîte de résistance ou plutôt un rhéostat, et un galvanomètre. Ces trois appareils sont représentés dans le circuit du galvanomètre-éta-

Digitized by Google

lon par les lettres P, B, G et, dans le circuit du galvanomètre que l'on veut graduer, par les lettres P′, B′, G′.

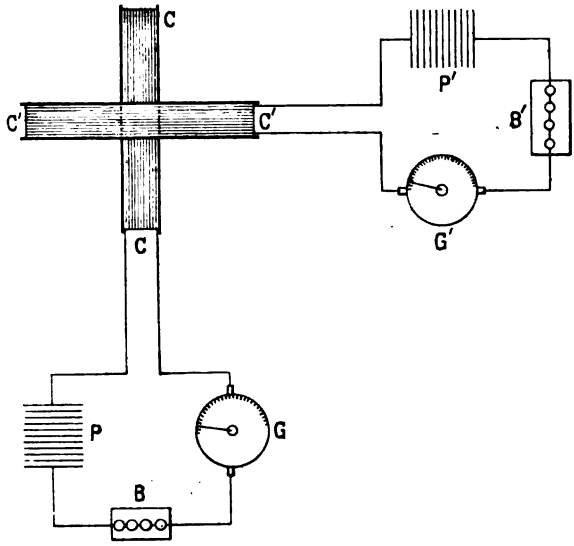


Fig. 422.

On commence par donner à la résistance B une valeur telle, que le galvanomètre-étalon G indique le courant-unité ; on fait tourner ensuite l'ensemble des cadres C et C′ du comparateur, et on les place à l'avance dans la situation qu'ils doivent occuper pour que ces deux cadres, étant traversés par deux courants dont le rapport $\frac{i'}{i}$ a une valeur donnée k, l'aiguille du comparateur reste au zéro. Enfin, on obtient cette immobitité de l'aiguille du comparateur, en faisant varier la résistance du rhéostat B′ ou le nombre de couples de la pile P′. Quand ce résultat est atteint, on est certain que les deux courants i' et i satisfont à la relation

$$\frac{i'}{i} = k.$$

On peut donc, en faisant varier k, graduer le galvanomètre G′.

En ce qui concerne la graduation du comparateur, nous renverrons au chapitre spécial que nous avons consacré à ce genre d'instrument.

Digitized by Google

681. — *e*) **Méthode de graduation basée sur l'emploi, comme source d'électricité, d'une différence de potentiel empruntée à deux points d'un conducteur traversé par un courant constant.** — Cette méthode contient, comme cas particulier, celle de Poggendorff dont le but est de comparer une force électro-motrice à une différence de potentiel (**302**).

Pour l'appliquer, on forme un circuit PRBG'P (fig. 423) comprenant une pile P ; un rhéostat à *variation continue* R ; une boîte de résistances étalonnées B ; un galvanoscope G' n'ayant d'autre but que d'attester la constance du courant qui le traverse.

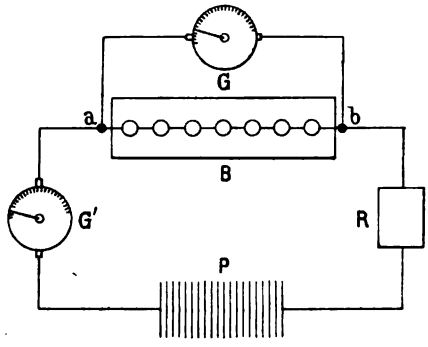


Fig. 423.

Puis, aux bornes de la boîte des résistances B, on fait aboutir deux fils reliés d'autre part aux bornes du galvanomètre G que l'on veut graduer en parties proportionnelles. Si nous désignons par ε la différence de potentiel entre les deux bornes de la boîte B ; par x la résislance variable à volonté de cette boîte ; par r la résistance du galvanomètre G, l'intensité i du courant qui le traverse, a pour valeur

$$i = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Mais on a, d'autre part, en désignant par I l'intensité du courant qui traverse la boîte B, de résistance x

$$I = \frac{\varepsilon}{x},$$

Digitized by Google

d'où

$$\varepsilon = \mathrm{I}x.$$

Le courant engendré par la pile P est maintenu constant par la manœuvre du rhéostat continu R et cette constance est, comme nous l'avons dit, attestée par l'invariabilité de la déviation de l'aiguille G'. En désignant l'intensité de ce courant par I' et en remarquant que la résistance de l'ensemble formé par le galvanomètre G et par la boîte B, est égale à $\frac{rx}{r+x}$, on a

$$\mathrm{I}' = \frac{\varepsilon}{\left(\frac{rx}{r+x}\right)} = \frac{r+x}{rx}\varepsilon,$$

d'où on tire

$$\frac{i}{\mathrm{I}'} = \frac{\varepsilon}{r} \cdot \frac{rx}{(r+x)\varepsilon} = \frac{x}{r+x}.$$

Si on pose

$$\frac{x}{r+x} = k,$$

on en tire

$$x = \frac{k}{1-k}r.$$

Si la résistance r du galvanomètre est connue, il suffit de donner à k des valeurs entières variant depuis 1 jusqu'à 10, par exemple, pour trouver la valeur que l'on doit donner à la résistance x de la boîte B, afin de graduer l'appareil en nombres proportionnels à k. Mais la résistance du galvanomètre n'est pas, en général, représentée par un nombre entier d'ohms, et par suite la résistance x ne serait pas non plus représentée par un nombre entier. Pour parer à cet inconvénient il suffit d'ajouter à la résistance r du galvanomètre, préalablement mesurée avec soin, une résistance supplémentaire r' choisie de façon que la somme $r+r'$ soit un nombre entier et même un multiple de 5 ou de 10.

On peut d'ailleurs modifier ce procédé de manière à n'avoir pas besoin de connaître la résistance r du galvanomètre. Pour cela, on

Digitized by Google

mettra dans le circuit aGb, qui relie le galvanomètre à la boîte B, une seconde boîte de résistance identique à B et que l'on manœuvrera de façon que la somme de sa résistance x' et de celle de la résistance x de la boîte B, ait une valeur constante représentée par un nombre entier que nous désignerons par R. On aura donc

$$x + x' = \mathrm{R},$$

et pour trouver la valeur du rapport $\frac{i}{\mathrm{I}'}$, il suffira de remplacer dans l'équation

$$\frac{i}{\mathrm{I}'} = \frac{x}{r + x},$$

la résistance r par $r + x'$.

On aura donc

$$\frac{i}{\mathrm{I}'} = \frac{x}{r + x' + x},$$

ou, en vertu de la relation

$$x + x' = \mathrm{R},$$

$$\frac{i}{\mathrm{I}'} = \frac{x}{r + \mathrm{R}};$$

d'où, en posant

$$\frac{i}{\mathrm{I}'} = k, \qquad x = k(r + \mathrm{R}),$$

relation beaucoup plus simple que celle que nous avions trouvée d'abord et qui présente cet avantage que le rapport $\frac{i}{\mathrm{I}'}$ est proportionnel à x, de sorte qu'en donnant à x des valeurs proportionnelles à la suite des nombres entiers, les valeurs successives de i seront proportionnelles à ces mêmes nombres, quels que soient r et R. Il suffit pour appliquer cette méthode, de manœuvrer les chevilles des deux boîtes en sens contraire de telle sorte que lorsqu'on augmente par exemple la résistance de la boîte B de 10 ohms, on diminue d'autant celle de la boîte supplémentaire intercalée entre le galvanomètre G et l'un des points a ou b.

Digitized by Google

Il n'est même pas besoin de deux boîtes de résistance, et nous allons montrer qu'une boîte unique peut parfaitement suffire, pourvu qu'on la dispose convenablement.

La figure 424 représente l'arrangement qu'il faut adopter dans ce cas. On y retrouve la pile P, le galvanoscope G′, chargé d'indiquer que le courant reste constant, mais non de faire connaître son intensité, le rhéostat continu R qui permet de ramener cette intensité à sa valeur constante ; mais le circuit dans lequel se trouvent ces trois appareils n'est pas fermé directement par la boîte de résistance, comme cela avait lieu dans la disposition précédente. Le conducteur *a′b′* qui part du galvanomètre G′, est constitué par une règle en cuivre située à une très petite distance de la série des bobines égales formant la boîte de résistances et qui sont reliées en séries au moyen de petites tiges de cuivre très courtes telles que celle qui est indiquée par la lettre *d*. Ces petites tiges de cuivre, sont toutes à la même distance de la règle *a′b′* et peuvent communiquer métalliquement avec elle au moyen d'une cheville telle que *dd′* que l'on déplace à volonté suivant le nombre de bobines de résistance que l'on veut intercaler entre *d* et *b*.

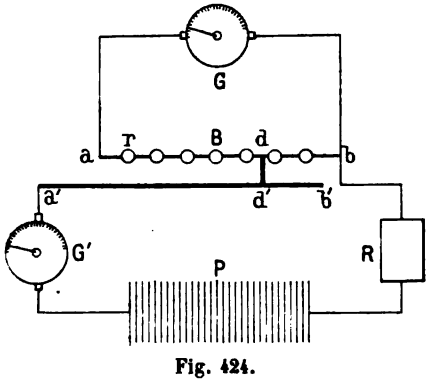


Fig. 424.

En conservant les notations du calcul précédent, la résistance x est représentée ici par le nombre de bobines intercalées entre *d* et *b* ; la résistance x' par le nombre de bobines intercalées entre *d* et *a* et on voit immédiatement que la somme de ces deux résistances est constante, ce qui résout la question proposée et permet de

Digitized by Google

lancer, dans le galvanomètre G, des courants dont l'intensité est rigoureusement proportionnelle au nombre de bobines égales comprises entre les points *d* et *b*, lorsque le courant total de la pile P est maintenu constant.

682. — Méthode de graduation basée sur les lois d'Ohm et de Kirchhoff. — Nous indiquerons encore, comme ayant une étroite connexité avec le procédé que nous venons de décrire, le suivant qui est également une application des lois d'Ohm.

Soit ABEFA, A'B'E'F'A' (fig. 425) deux circuits fermés, complètement distincts et alimentés, le premier par une pile P, le second par une pile P'. Désignons par I et par I' les intensités respectives des courants engendrés dans chacun de ces circuits. Si on réunit un point quelconque C du premier circuit à un autre point C' du second, on met ces deux points au même potentiel, mais il ne peut en résulter aucune modification dans les intensités I et I', puisque le conducteur CC' ayant ses extrémités au même potentiel, ne peut être parcouru par aucun courant. Mais, si après avoir établi cette communication CC', on met deux autres points tels que D et D' en

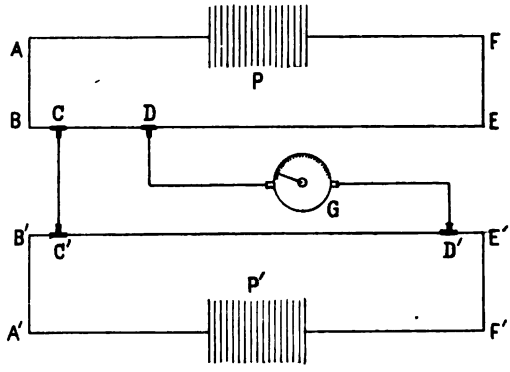


Fig. 425.

communication au moyen d'un second conducteur, il résultera en général de cette nouvelle liaison, que les potentiels C et C' d'une part, D et D' d'autre part, ne pourront plus être égaux chacun à chacun et les conducteurs CC', DD', seront alors traversés par un courant dont l'intensité pourra être calculée au moyen des équations

Digitized by Google

de Kirchhoff. Cependant, il est facile de démontrer qu'il existe en général sur le conducteur B'E', un second point D', tel qu'en le reliant au point D choisi arbitrairement sur le premier circuit, aucun courant ne traverse le conducteur DD'.

En effet, désignons par V_0 le potentiel commun aux points C et C'; la valeur V_1 du potentiel en un point quelconque D du conducteur BE, avant qu'on le joigne au point D', sera donnée par l'équation

$$V_0 - V_1 = R_1 I,$$

dans laquelle R_1 est la résistance de la portion CD du conducteur BE. Le potentiel V_1 du point D, est donc égal à

$$V_0 - R_1 I.$$

On aurait de même pour la valeur du potentiel V'_1 du point D', appartenant au second conducteur, et avant qu'on le réunisse métalliquement au point D

$$V'_1 = V_0 - R'_1 I'$$

Si l'on veut que ces deux potentiels soient égaux, on aura l'équation

$$V_0 - R_1 I = V_0 - R'_1 I',$$

ou

$$R_1 I = R'_1 I'$$

ou

$$\frac{R'_1}{R_1} = \frac{I}{I'}.$$

Si cette condition est remplie, les points D et D' pourront être réunis par un conducteur tel que DGD', sans que ce conducteur soit traversé par aucun courant, puisque ses deux extrémités sont au même potentiel. On peut donc réunir deux à deux autant de points qu'on voudra du premier circuit, à un nombre égal de points convenablement choisis sur le second circuit, par des conducteurs intermédiaires, sans qu'aucun de ces conducteurs livre passage à un courant; il suffit, pour cela, de se conformer à la condition représentée par la dernière équation.

Digitized by Google

Il résulte de ce théorème un procédé très simple pour comparer les intensités de deux courants, ou pour faire varier l'intensité d'un courant suivant une loi choisie arbitrairement. Supposons que le circuit alimenté par la pile P soit parcouru par le courant I pris pour unité et qui, par conséquent, doit être constant ; tandis que le circuit alimenté par P′ doit être parcouru par le courant I′ auquel on veut donner successivements une série de valeurs proportionnelles aux nombres 1, 2, 3 ..... 10.

Notre dernière équation donne, pour le rapport des résistances R et R′ choisies sur chacun des circuits de façon que les conducteurs CC′ et DD′ ne soient parcourus par aucun courant

$$\frac{R}{R'} = \frac{I'}{I}.$$

Elle montre que la résistance R, choisie sur le circuit parcouru par le courant constant, doit être variable et proportionnelle à l'intensité I′ du courant engendré par la pile P′. La disposition de l'expérience peut donc être représentée schématiquement par la figure 426 qui ne diffère de la précédente que par l'adjonction de deux galvanomètres G et G′ et de deux rhéostats continus R et R′.

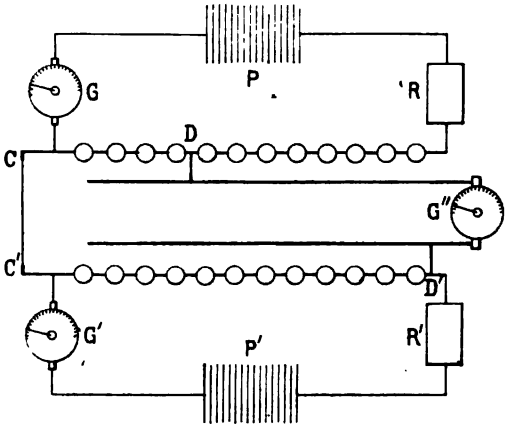


Fig. 426.

Le galvanomètre G a pour but d'attester l'invariabilité du courant fourni par la pile P, invariabilité qui est obtenue (malgré l'ad-

Digitized by Google

dition de résistances croissantes produites par les bobines intercalées dans la portion CD) au moyen du rhéostat R.

Le galvanomètre G′ est celui que l'on veut graduer; il est parcouru par un courant variable produit par la pile P′, et cette variation est obtenue soit en faisant varier le nombre de couples de la pile, soit en manœuvrant le rhéostat R′ jusqu'à ce que le galvanomètre témoin G″ intercalé dans le conducteur qui relie D à D′, marque zéro. Pour procéder à la graduation, on commence par prendre sur le circuit alimenté par P′, une résistance constante C′D′; on prend ensuite sur le circuit alimenté par P, une résistante représentée par CD et que l'on fait varier d'unité en unité, en ayant soin de ramener chaque fois le galvanomètre G″ au zéro (au moyen du rhéostat R′). Lorsque cette condition est remplie, on est certain que le rapport du courant qui traverse G′, au courant-unité, est égal au rapport du nombre variable des bobines CD, au nombre constant des bobines C′D′.

683. — Application de la méthode de Poggendorf à la graduation des galvanomètres. — Le procédé imaginé par Poggendorf (302) pour mesurer une force électro-motrice en lui faisant équilibre au moyen de la différence de potentiel qui existe entre deux points d'un conducteur traversé par un courant, s'applique facilement à la graduation des galvanomètres. L'expérience est alors disposée comme l'indique la figure 427.

Une pile aussi constante que possible P (les accumulateurs conviennent très bien dans ce but) est intercalée dans un circuit fermé ABCD, qui contient, en outre, un rhéostat continu R et une boîte de résistance BC constituée par un certain nombre de bobines égales montées en série.

Une seconde pile P′ formée d'un très petit mombre de couples est intercalée dans un autre circuit P′CEG′, dont les points C et E comprennent entre eux l'une des bobines de la boîte de résistance BC.

Enfin le galvanomètre G que l'on veut graduer en parties proportionnelles, est relié d'une part au point C, et d'autre part au point H

Digitized by Google

choisi de façon que le nombre des bobines intercalées entre ces deux points ait une valeur donnée.

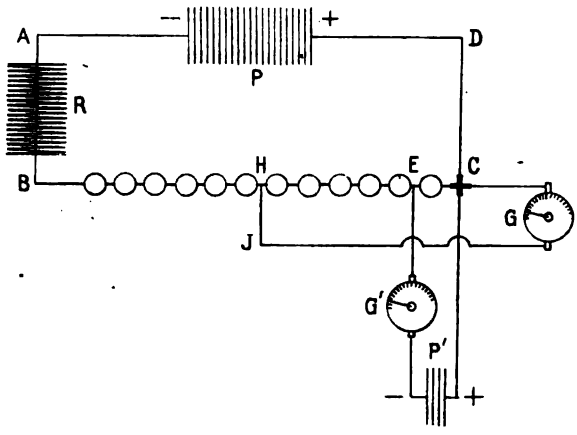


Fig. 427.

Cet ensemble de piles et de circuits, constitue un réseau complexe dans les branches duquel circulent des courants dont le sens et l'intensité pourraient être calculés au moyen des équations de Kirchhoff et conduiraient en général à des équations d'une extrême complication. Mais il y a un cas où le résultat est au contraire d'une grande simplicité : c'est celui où l'intensité du courant engendré dans la bobine située entre les points C et E, a une valeur telle, qu'il en résulte entre ces points, une chute de potentiel égale à la force électromotrice de la pile P'. Dans ce cas, en effet, aucun courant ne circule dans la portion de circuit CP'G'E (302) qui contient la pile P', et pour être certain que cette condition est remplie, il suffit d'intercaler, dans la portion P'E, un galvanoscope G' dont l'aiguille doit rester constamment au zéro

En désignant par r la résistance de la bobine située entre les points E et C ; par I l'intensité du courant qui la traverse ; par e la force électro-motrice de la pile P', la condition dont nous venons de parler est remplie lorsque ces trois quantités sont liées par l'équation

$$e = rI.$$

Digitized by Google

A partir du point H, l'intensité du courant (que nous supposons se propager de C vers B) augmente parce que la branche HB reçoit la somme des deux courants qui suivent respectivement les chemins CH et CGJH et qui sont tous deux fournis par la pile P. Mais dans toutes les bobines comprises dans la portion CH, le courant a la même intensité, de sorte que la chute de potentiel entre les points C et H a pour valeur nrI ou ne, n désignant le nombre des bobines comprises entre ces deux points.

Quant à l'intensité i du courant qui traverse la portion de circuit CGJH, de résistance R, qui commence en C et finit en H, elle a pour expression

$$i = \frac{nrI}{R} = \frac{ne}{R}.$$

On voit qu'elle est proportionnelle au nombre n des bobines intercalées entre H et C; il suffit donc de faire varier ce nombre, pour faire varier proportionnellement l'intensité du courant qui traverse le galvanomètre G.

L'intensité du courant qui traverse la bobine intercalée entre les points E et C étant constante, en vertu de la relation $e = rI$, il en est de même de celle du courant qui traverse les bobines intercalées entre C et H; mais le courant total engendré par la pile P est nécessairement variable avec n, car à partir du point C, il se divise en deux portions : l'une que nous venons de désigner par I, et l'autre i qui traverse le galvanomètre G et qui est égale à $\frac{nrI}{R}$. Le courant total que doit fournir la pile, a donc pour valeur

$$I + \frac{nrI}{R} = \frac{e}{r} + \frac{ne}{R} = \left(\frac{1}{r} + \frac{n}{R}\right)e.$$

Il augmente avec le nombre n des bobines et il est proportionnel à la force électro-motrice de la pile P′ qui ne produit aucun courant et qui, par conséquent, ne se polarise pas. La variation du courant de la pile P est obtenue au moyen du rhéostat continu R.

Si l'on connaît les résistances r et R ainsi que la force électro-

Digitized by Google

motrice de la pile P′, la graduation du galvanomètre peut être effectuée directement en unités usuelles.

Enfin, il résulte des formules ci-dessus que la graduation peut être obtenue en faisant varier simplement e, c'est-à-dire le nombre des couples de la pile P′. La boîte de résistance devient alors inutile et les bobines peuvent être réduites à une seule, celle qui est comprise entre les points C et E ; ce dernier point sert alors d'attache au second fil du galvanomètre G, et remplace ainsi le point H.

Digitized by Google

CHAPITRE NEUVIÈME

INSTRUMENTS DESTINÉS A MESURER LES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL

---

§ 1. — APPAREILS ABSOLUS. — APPAREILS-ÉTALONS.

684. — Définitions. — On dit que deux points A et B ont entre eux une différence de potentiel égale à l'unité, lorsque le travail nécessaire pour transporter du point A au point B un corps chargé d'une quantité d'électricité égale à l'unité, est aussi égal à l'unité. Cette définition se prêterait très difficilement à des mesures pratiques, mais nous avons montré, dans la première partie de cet ouvrage, qu'on peut ramener la mesure de ce travail à celle des forces attractives développées entre deux surfaces électrisées communiquant respectivement avec A et B. Les instruments dans lesquels on utilise ces actions, ont reçu le nom de Electromètres ou Voltmètres électro-statiques. Nous les avons étudiés en détail dans la première partie (Chap. IV), mais, depuis la publication du 1er fascicule de cet ouvrage, d'autres appareils de ce genre ont été imaginés et nous croyons utile de publier la description d'un des derniers et des plus parfaits, l'électromètre absolu de MM. Pérot et Fabry.

La découverte des lois de l'Electro-magnétisme et de l'Induction, a permis de transformer la définition donnée plus haut de la manière suivante : L'unité électro-magnétique de différence de potentiel, a pour mesure la différence de potentiel que prennent les deux extré-

Digitized by Google

mités d'un conducteur rectiligne libre, ayant une longueur égale à l'unité, et animé d'une vitesse de translation égale à l'unité, dans un champ magnétique uniforme égal à l'unité, dont les lignes de force sont perpendiculaires au conducteur, la direction de la vitesse devant être aussi perpendiculaire au conducteur et à la direction des lignes de force du champ.

C'est l'unité électro-magnétique absolue de potentiel et de force électro-motrice. Si on prend pour unité de longueur, de masse et de temps, le centimètre, le gramme, la seconde, l'unité de potentiel électro-magnétique qui vient d'être définie est, ainsi que nous l'avons déjà dit, contenue cent millions de fois (10^8) dans l'unité pratique à laquelle on a donné le nom de *Volt*. Cette dernière, comme nous l'avons rappelé à plusieurs reprises, diffère extrêmement peu de 1/300 de l'unité de potentiel électro-statique, ce rapport résultant de nombreuses expériences faites par un grand nombre de physiciens.

Ces préliminaires rappelés, nous allons procéder comme dans les chapitres précédents, c'est-à-dire décrire d'abord les instruments absolus qui permettent de mesurer en unités électrostatiques ou en unités électromagnétiques C. G. S., la différence de potentiel des pôles d'une source d'électricité telle qu'une pile. Nous décrirons ensuite les instruments non absolus qui doivent être gradués à l'aide des premiers, ou bien encore, en utilisant comme source de différence de potentiel les piles-étalons dont la *f. e. m.* à circuit ouvert est considérée comme invariable et doit d'ailleurs être déterminée à l'aide des instruments absolus.

685. — Détermination directe de la valeur d'une différence de potentiel en unités électro-magnétiques. — La définition de l'unité électro-magnétique de *f. e. m.* ou de *d. d. p.* que nous venons de donner plus haut, indique la marche à suivre lorsqu'on veut évaluer, en unités de ce genre, la force électro-motrice d'une source d'électricité telle qu'une pile. Il faut produire, dans des conditions accessibles au calcul, une *f. e. m.* d'induction par la rotation d'un aimant, et déterminer ensuite expérimentalement le rapport de cette *f. e. m.* à celle de la pile.

Digitized by Google

Parmi les méthodes basées sur ce principe, nous décrirons comme exemple celle de M. Limb, dont nous avons déjà cité les recherches sur les aimants, recherches entreprises d'ailleurs à propos du sujet qui nous occupe actuellement.

La méthode de M. Limb consiste essentiellement en ceci :

Faire tourner un aimant à l'intérieur d'une bobine cylindrique, de façon à créer dans l'enroulement de cette bobine une *f. e. m.* sinussoïdale, que l'on met ensuite pendant un temps très court, au moment où elle passe par sa valeur maxima, en opposition avec une fraction connue mais variable à volonté de la *f. e. m.* de la pile. En faisant varier cette fraction par degrés insensibles, il arrive un moment où elle fait exactement équilibre à la valeur maxima de la *f. e. m.* d'induction, et comme cette dernière est calculable directement en unités absolues, il n'y a qu'à la multiplier par l'inverse de la fraction pour obtenir la valeur de la *f. e. m.* de la pile.

Pour réaliser ce programme, M. Limb a recours aux dispositions suivantes :

Un faisceau aimanté *ab* (fig. 428) d'une forme particulière que nous avons déjà décrit (**214**) est placé au centre d'une bobine cylin-

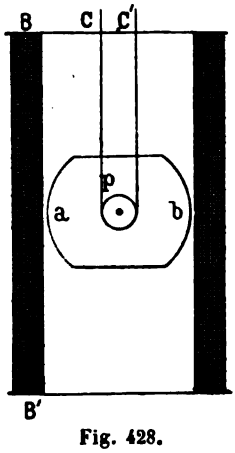


Fig. 428.

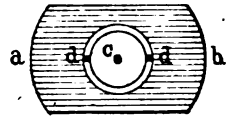


Fig. 429.

drique verticale BB', dans laquelle il peut tourner librement, le mouvement de rotation lui étant imprimé au moyen d'une corde sans fin qui passe sur une poulie *p*. On évite ainsi de perforer la bobine

Digitized by Google

(comme il faudrait le faire si on voulait attaquer directement son axe de rotation) et de rompre la continuité de l'enroulement, ce qui aurait pour conséquence de rendre illusoires les formules qui font connaître la *f. e. m.* développée par la rotation de l'aimant en fonction des dimensions de l'enroulement de la bobine.

Du côté opposé à la poulie, se trouve un disque en verre sur la circonférence duquel sont incrustés deux petits morceaux de cuivre *d*, *d* (fig. 429) qui occupent une très petite fraction de cette circonférence et qui ont pour but de mettre en communication les extrémités du fil de la bobine BB′, pendant un temps très court, avec un circuit ouvert dans lequel est intercalé un électromètre capillaire. La communication a lieu au moment où la ligne polaire *ab* du faisceau tournant, est perpendiculaire à l'axe de la bobine BB′, c'est-à-dire au moment où la *f. e. m.* d'induction passe par son maximum. Le circuit dans lequel se trouve l'électromètre, est donc ainsi fermé deux fois par tour et cette fermeture aurait pour effet de produire, dans le ménisque mercuriel de l'instrument, une déformation instantanée si une portion de ce circuit ne contenait une force électro-motrice de signe contraire à celle de la bobine et que l'on peut faire varier graduellement jusqu'à ce que le ménisque capillaire de l'électromètre reste rigoureusement immobile devant le zéro. On est alors certain de l'égalité de la *f. e. m.* d'induction et de celle qu'on lui oppose; or, comme cette dernière est une fraction connue de la *f. e. m.* de la pile en expérience, on possède tous les éléments de comparaison de la *f. e. m.* de la pile avec celle que développe l'induction et qui, ainsi que nous l'avons dit, peut être calculée en unités électro-magnétiques.

Voici d'ailleurs comment on peut faire ce calcul. Nous avons démontré (456) que la *f. e. m.* d'induction E_1, engendrée par le mouvement relatif d'un circuit de forme quelconque et d'un aimant, peut se déduire de la connaissance des actions mécaniques développées entre l'aimant et le circuit lorsque ce dernier est traversé par un courant d'intensité I, et qu'elle a pour valeur

$$E_1 = \frac{F}{I} V,$$

Digitized by Google

expression dans laquelle F désigne l'effort appliqué en un point quelconque M du circuit ou de l'aimant, cet effort étant, bien entendu, *mesuré dans la direction de la vitesse* relative V dont le point M est animé. Si nous admettons que le mouvement du point M est une rotation autour d'un point fixe C, comme dans l'appareil de M. Limb, cette expression peut se transformer de la manière suivante. Désignons par l la distance du point M de l'aimant ab au centre c, la valeur de E_1 peut s'écrire ainsi

$$E_1 = \frac{FlV}{Il} \qquad \text{ou} \qquad \frac{E_1}{\left(\frac{V}{l}\right)} = \frac{Fl}{I}.$$

Mais $\frac{V}{l}$ est ce qu'on appelle la vitesse *angulaire* du point M, et le produit Fl est le moment de la force F par rapport au centre c. En désignant par C ce moment, par ω la vitesse angulaire, et par n le nombre de tours par seconde de l'aimant ab, on a

$$\omega = 2\pi n \qquad \text{d'où} \qquad E_1 = 2\pi n \frac{C}{I}.$$

On pourrait donc conclure la *f. e. m.* d'induction de la seule valeur du rapport $\frac{C}{I}$ que l'on pourrait déterminer expérimentalement avec une grande facilité, puisqu'il suffirait de mesurer le couple auquel est soumis l'aimant mobile (ou la bobine BB puisque ces deux couples sont égaux et de signe contraire) lorsque son axe polaire est perpendiculaire à l'axe de la bobine et que l'enroulement de cette dernière est traversé par un courant I mesuré au moyen d'un électrodynamomètre absolu.

M. Limb a opéré autrement ; il a calculé la valeur de ce couple en fonction des dimensions de la bobine et du moment magnétique de l'aimant.

Si la bobine était infiniment longue, le calcul serait très simple. Nous avons vu en effet (403) que si on désigne par n_1 le nombre de spires enroulées sur une portion de la bobine égale à l'unité de longueur ; par I l'intensité du courant qui traverse chaque spire ; par μ

Digitized by Google

une masse magnétique, l'effort f exercé sur cette masse magnétique est parallèle à l'axe de la bobine et qu'il a pour expression

$$f = 4\pi n_1 I \mu.$$

En faisant $\mu = 1$, la valeur de f devient égale par définition, à ce que l'on appelle l'intensité du champ magnétique au point où se trouve la masse μ. On voit que ce champ est indépendant des coordonnées de la masse μ et qu'il est par conséquent constant en grandeur et en direction (comme le champ de la Terre considéré dans une étendue de quelques kilomètres) dans toute l'étendue de l'espace enfermé dans les spires de la bobine. Or, nous savons qu'un aimant de forme et de grandeur quelconques, placé dans un champ magnétique uniforme, est soumis à un ensemble de forces qui se réduisent à un couple dont la valeur C est égale au produit de l'intensité du champ par le moment magnétique $\mathcal{M}$ de l'aimant. L'intensité du champ étant dans le cas actuel égale à $4\pi n_1 I$, on a

$$C = 4\pi n_1 I \mathcal{M} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{C}{I} = 4\pi n_1 \mathcal{M}.$$

La valeur E_1 de la $f.e.m.$ d'induction, au moment où l'axe polaire de l'aimant est perpendiculaire à l'axe de la bobine, devient donc, en remplaçant $\frac{C}{I}$ par $4\pi n_1 \mathcal{M}$

$$E_1 = 8\pi^2 n n_1 \mathcal{M}.$$

La bobine construite par M. Limb était en ébonite ; elle avait 10 centimètres de diamètre et 70 cent. de longueur. Le nombre n_1 de spires du fil qui la recouvrait par centimètre de longueur et qui ne formait qu'une seule couche était égal à 22,05. Enfin, le moment magnétique $\mathcal{M}$ du faisceau avait été trouvé égal à 3300. Il en résulte que, à la vitesse de un tour par seconde ($n = 1$), la force électromotrice maxima aurait eu pour valeur, en considérant la bobine comme infiniment longue

$$E_1 = 8 \times (3{,}1416)^2 \times 22{,}05 \times 3300 = 5\,745\,240 \text{ unités CGS},$$

soit $0^{\text{volt}},057$ ou $\frac{1 \text{ volt}}{17{,}4}$.

Digitized by Google

Il aurait donc fallu imprimer à l'aimant une vitesse d'environ 17 tours 1/2 par seconde pour que la valeur de E_1 atteignent 1 volt.

Mais la bobine n'étant pas infiniment longue, et les pôles du faisceau aimanté n'étant pas situés sur l'axe de la bobine au moment où la *f. e. m.* passe par son maximum, il faut apporter à la valeur de E_1, donnée plus haut, une correction qui résulte de celle que l'on doit apporter à la valeur du champ, cette dernière étant calculée par des procédés analogues à celui que nous avons développé dans le n° 403 en nous restreignant aux points du champ situés sur l'axe. M. Limb trouve ainsi que, en désignant par a la distance d'un pôle à l'axe de la bobine ; par r et par l le rayon moyen et la demi-longueur de la bobine, la valeur de E_1 que nous venons de trouver doit être multipliée par un coefficient qui a pour expression très approchée

$$1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\right).$$

La distance des pôles de l'aimant à l'axe de la bobine ne pouvant être déterminée exactement, on admet qu'elle est égale au rayon intérieur de la bobine, ce qui donne à la correction une valeur maxima qu'elle ne peut évidemment atteindre, et qui, dans la bobine de M. Limb, est égale à 0,033. Comme le terme $1/2\,\frac{r^2}{l^2}$ est, dans cette bobine, égal à 0,01081, la correction due à l'excentricité des pôles, se réduit à 0,000357. Il suit de là qu'*en adoptant pour la correction en un point quelconque, celle relative au centre*, $1/2\,\frac{r^2}{l^2}$, *on commet une erreur relative inférieure à* 0,0003. En d'autres termes, le coefficient par lequel il faut multiplier la valeur de E_1 étant représenté par 1, lorsqu'on suppose la bobine infiniment longue, est représenté par le nombre 0,98919 lorsqu'on ne tient compte que de la longueur finie de la bobine, et par 0,98955 lorsqu'on tient compte et de la longueur finie de la bobine et de la distance de chaque pôle (*supposée* égale à r) au centre de la bobine. Ces détails sont nécessaires pour bien montrer la nature et la grandeur des corrections dont on doit tenir compte lorsque la bobine n'est pas infiniment longue.

Digitized by Google

On voit en résumé qu'à la vitesse de 1 tour par seconde, le faisceau développe dans sa position *optima*, une *f. e. m.* supérieure à $0^{volt},056$ et que, par conséquent, à la vitesse de 10 tours par seconde adoptée par M. Limb, cette *f. e. m.* dépasse 1/2 volt. Or la *f. e. m.* de la pile la plus faible expérimentée par M. Limb (Pile Daniell), étant supérieure à 1 volt, on voit qu'il était nécessaire d'employer un procédé permettant de réduire, dans un rapport connu, la *f. e. m.* de la pile pour la mettre en opposition avec celle de la bobine. Celui auquel M. Limb s'est arrêté, est emprunté au *Potentiomètre de Clark* qui permet d'atteindre une grande précision.

Le travail de M. Limb est trop considérable pour que nous puissions l'exposer ici dans tous ses détails. Nous devons nous contenter d'y renvoyer le lecteur désireux de se rendre compte par lui-même des précautions infinies qu'exigent des mesures de cette nature, lorsqu'on veut obtenir des résultats dignes de toute confiance [1].

686. — Pile-Étalon Latimer-Clark. — Elle se compose (fig. 430) de deux tubes verticaux réunis transversalement vers le tiers de leur

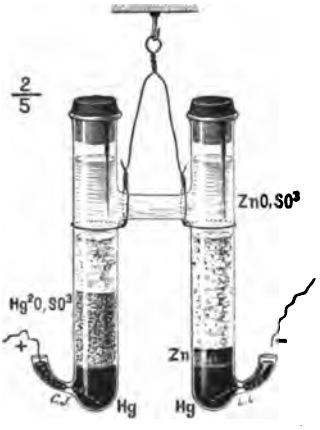


Fig. 430. — Pile Latimer-Clark.

longueur, comptée à partir du haut, par un tube horizontal; d'où le nom de forme en H donné à ce couple. Au fond des tubes se trouve du mer-

(1) Mesure directe des forces électro-motrices en unités absolues électro-magnétiques. Thèse soutenue devant la Faculté des Sciences en juin 1895 par M. Claudius Limb. — Gauthier-Villars, éditeur, Paris, quai des Grands-Augustins, 53.

Digitized by Google

cure pur en contact avec deux petits fils de platine. Sur l'un des mercures, flotte une épaisse couche de sulfate mercureux; sur le second mercure, est placé un morceau de zinc pur formant amalgame. Enfin dans les deux tubes, on introduit des cristaux de sulfate de zinc et on complète le remplissage avec une dissolution saturée du même sel. Les tubes sont ensuite fermés par des bouchons de caoutchouc scellés à la cire d'Espagne après avoir été nettoyés dans une lessive de soude caustique en ébullition.

Le mercure et le zinc doivent être parfaitement purs ainsi d'ailleurs que le sulfate de mercure et le sulfate de zinc. Le sulfate de mercure a été obtenu en faisant bouillir du mercure pur en excès, avec de l'acide sulfurique concentré et pur; le sel, séparé de l'excès, de mercure, a été égoutté, puis lavé au sulfate de zinc. Ce dernier sel provient de la purification par cristallisations successives, avec élimination des premiers et des derniers cristaux formés, du sulfate de zinc dit chimiquement pur.

687. — Pile-Étalon Gouy. — Cette pile est formée de zinc, sulfate de zinc; mercure, bioxyde de mercure. Sa forme est celle d'un flacon (fig. 431) dont le fond est occupé par le mercure en couche de 2 à 3

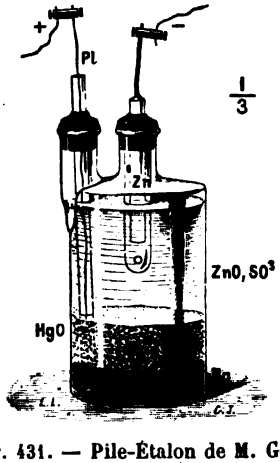


Fig. 431. — Pile-Étalon de M. Gouy.

centimètres; un fil de platine scellé dans un tube de verre, y pénètre et forme le pôle positif. Le mercure est recouvert d'une couche

Digitized by Google

de bioxyde de mercure et le flacon est rempli de la solution de sulfate de zinc dans laquelle plonge un bâton de zinc. Le zinc distillé pur et le sulfate de zinc pur du commerce, peuvent être employés, mais il est préférable que le zinc soit amalgamé. Le mercure doit être purifié par digestion avec l'acide azotique étendu, soigneusement lavé et filtré. Le bioxyde de mercure jaune, préparé par voie humide au moyen du bichlorure et de la potasse paraît le plus convenable.

Avec des produits de diverses origines, on obtient des résultats concordant à 1/1 000 près. Toutefois les couples ne prennent leur *f. e. m.* normale qu'après un délai de quelques jours qui paraît nécessaire pour amener le mercure à un état définitif. Tant que cet état n'est pas atteint, l'agitation, en renouvelant la surface du mercure, fait varier la *f. e. m.*, ce qui n'arrivera plus par la suite.

La *f. e. m.* diminue quand la température s'élève, mais cette variation très petite est comprise entre 2/1 000 et 4/1 000 quand la température s'élève de 0° à 30°, soit environ 1/10 000 par degré.

La densité la plus convenable de la solution de sulfate de zinc paraît être celle qui correspond à une teneur de 10 °/₀ en sulfate cristallisé; elle a une densité égale à 1,06.

L'avantage le plus saillant de la pile-étalon de M. Gouy, réside dans sa rusticité et dans le peu d'influence que paraissent avoir sur elle les courts-circuits qui peuvent se produire accidentellement et qui mettent complètement hors de service la pile Latimer-Clark. Aussi cette dernière ne doit-elle *jamais fonctionner à circuit fermé même avec une très grande résistance* sous peine d'être détériorée ou, tout au moins, de subir une altération permanente dans sa *f. e. m.*

Pour de faibles débits ne dépassant pas 1/1 000 d'ampère, la pile Gouy se polarise, mais cette polarisation se dissipe rapidement dès que le circuit est ouvert. Lorsque le circuit n'est fermé que pendant une ou deux secondes, même sur un circuit de quelques centaines d'ohms seulement, il ne se produit aucune polarisation appréciable. Un couple de ce type qui était depuis plus de six ans en service dans le laboratoire de M. Limb et qui avait été plusieurs fois abandonné pendant plusieurs heures en court-circuit, ou même traversé par

Digitized by Google

des courants de sens contraire, avait conservé malgré tous ces accidents une *f. e. m.* qui ne différait pas même de 1/1000 de la *f. e. m.* d'un couple en parfait état.

688. — Pile-étalon de Daniell. — La figure 432 représente la forme du couple Daniell dite forme en U, recommandée par le Dr J.-A. Fleming et adoptée par M. Limb. Sa composition est, comme on sait, zinc, sulfate de zinc ; cuivre, sulfate de cuivre. La solution de sulfate de zinc a une densité de 1,400 à 15 degrés et celle de sulfate de cuivre, une densité de 1,100 ; ces deux sels doivent être purifiés par des cristallisations répétées. A est le réservoir de sulfate de zinc ; A′ celui de sulfate de cuivre ; N est le plan de séparation des deux solutions. En manœuvrant convenablement les robinets R, R′, R″, R‴, il est facile de renouveler les liquides.

Fig. 432. — Pile-Étalon Daniell.

Au commencement de chaque série d'expériences, le zinc était fraîchement amalgamé au mercure pur et le fil de cuivre électrolytique formant le pôle positif, était cuivré galvaniquement dans une solution de sulfate de cuivre identique à celle de la pile et rincé

Digitized by Google

ensuite dans un autre vase rempli de la même solution, le cuivrage et le rinçage se faisant à la température de la glace fondante. Quand on néglige ces précautions, dit M. Limb, le cuivre du pôle positif, n'étant pas recouvert d'un dépôt frais, l'étalon a une *f. e. m.* qui peut dépasser de 0,01 de volt la *f. e. m.* normale.

689. — **Perturbations dues à la chaleur et à la lumière.** — Pendant les expériences, la température des couples Clark, Gouy, Daniell était maintenue à 0° et pour éviter des variations de *f. e. m.* faibles mais certaines, dues à la lumière, M. Limb avait pris la précaution de recouvrir les piles Clark et Gouy d'une couche de vernis noir. L'étalon Daniell, rempli à nouveau à chaque expérience, était placé dans l'obscurité.

690. — **Valeur de la force électromotrice des piles-étalons.** — M. Limb donne les nombres suivants comme résumant les résultats de ses mesures sur les trois piles-étalons que nous venons de décrire :

	Volts absolus à 0°	Coefficients de variation thermique pour 1°
Latimer-Clark	1,4535	— 0,00082
Gouy	1,3928	— 0,00020
Daniell	1,0943	— 0,00015

En ce qui concerne la pile Daniell, M. Limb signale la différence entre le nombre 1,0943 qu'il a trouvé, et celui qui a été obtenu par le Dr J.-A. Fleming en 1885 sur un étalon *absolument identique* en tous points (1,0744). Ces deux nombres diffèrent de 2 °/₀, sans que l'on puisse découvrir la cause d'un écart aussi considérable.

691. — **Force électro-motrice des piles usuelles.** — M. Limb a également déterminé à l'aide du potentiomètre, par comparaison avec la pile Latimer-Clark, la *f. e. m.* des piles usuelles, à la température de 22° environ. Il a trouvé les résultats suivants :

Pile Bunsen. — Acide sulfurique à 10° Beaumé. — Acide azotique à 36° Beaumé :

Force électro-motrice 1v,945

Digitized by Google

Pile au bichromate de soude. — Charbon et zinc plongés dans le même liquide ayant la composition suivante :

Eau	1 litre
Bichromate de soude.	300 grammes
Bisulfate de mercure.	5 grammes
Acide sulfurique à 66° Beaumé . .	400 cent. cubes
Force électro-motrice	2v,013

Pile Leclanché. — Couple normal. — Liquide excitateur formé de 1 partie de sel ammoniac dissous dans 5 parties d'eau :

Force électro-motrice 1v,482

Avec un liquide excitateur ayant la propriété d'éviter les grimpements de cristaux et la formation de dépôts sur le zinc et préparé de la manière suivante :

Dans 1 litre d'acide chlorhydrique du commerce, on ajoute peu à peu 350 à 400 grammes de zinc de façon à en laisser un peu en excès. On dissout 500 grammes de sel ammoniac pulvérisé, puis on y ajoute une dissolution (faite à part) de 5 grammes de sel ammoniac et de 5 grammes de bichlorure de mercure dans 50 grammes d'eau. Cette dernière solution ne doit être ajoutée que lorsqu'on a filtré sur une toile la solution de zinc dans l'acide chlorhydrique pour en séparer l'excès de zinc et les poussières insolubles.

On trouve avec ce liquide, étendu de 4 volumes d'eau :

Force électro-motrice 1v,428

Pile Daniell. — Fraîchement montée, à vase poreux ; zinc amalgamé plongeant dans une dissolution de 1 partie de sulfate de zinc dans 10 parties d'eau, on trouve

Force électro-motrice 1v,121

valeur plus grande que celle de la pile-étalon sans vase poreux décrite plus haut et montée suivant les préceptes du Dr J.-A. Fleming.

Pile Lalande et Chaperon. — Type à vase plat en fonte (comme les cuvettes employées en photographie) servant d'électrode positive et sur le fond duquel on répand une couche de bioxyde de cuivre noir. A une faible distance de cette couche est suspendue une lame horizontale de zinc baignant dans un liquide formé de 1 partie de

Digitized by Google

potasse caustique fondue et de 3 parties d'eau. Avant d'avoir produit aucun courant, un couple de cette pile a donné une *f. e. m.* de $0^v,885$; un second couple a donné $0^v,921$. Après cinq minutes de court-circuit suivi d'un repos d'une heure et demie, le premier couple a donné $0^v,881$ et le second $0^v,911$. On peut donc adopter la valeur suivante :

Force électro-motrice . . . . . $0^v,896$

692. — **Remarque sur la méthode de M. Limb.** — La méthode suivie par M. Limb exige, comme on l'a vu, que l'on connaisse rigoureusement la valeur du moment magnétique du faisceau aimanté tournant. Cette détermination a été faite par la méthode de Gauss modifiée en plusieurs points, et des mesures nombreuses faites à différentes époques ont montré, comme nous l'avons dit plusieurs fois, que le moment magnétique d'un faisceau aimanté éprouve des variations presque continuelles qui ne sauraient être négligées lorsqu'il s'agit de mesures absolues servant elles-mêmes à établir la valeur de la *f. e. m.* des étalons secondaires. Or, la durée d'une mesure complète du moment magnétique, est de deux à trois heures (Thèse de M. Limb, p. 61).

Il nous semble qu'il serait facile de modifier avantageusement la méthode de M. Limb en employant un électro-aimant au lieu d'un faisceau aimanté. Cette substitution présenterait des avantages que nous avons déjà exposés dans une note relative à l'emploi des électro-aimants dans les expériences faites suivant la méthode de Gauss (Tome I, p. 758).

Dans le sujet qui nous occupe actuellement, en remplaçant le faisceau aimanté par un électro-aimant, on obtiendrait facilement un moment magnétique au moins *dix fois* aussi considérable et absolument invariable. L'intensité d'aimantation du faisceau de M. Limb n'atteignait en effet que la valeur de 42,2 unités, tandis que celle d'un barreau de fer doux entouré d'un solénoïde tournant avec lui, dépasserait très facilement 500 unités.

En outre, nous pensons qu'il y aurait avantage à supprimer totalement la mesure du moment magnétique de l'aimant et à la rem-

Digitized by Google

placer par celle du couple C, produit sur l'aimant (ou électro-aimant) mobile, de moment invariable, placé dans la position d'induction maxima, par la bobine induite fixe, lorsqu'on lance dans le fil de cette bobine un courant égal à l'unité. On obtiendrait ainsi par une simple pesée, la valeur du rapport $\frac{C}{I}$ de laquelle on peut déduire immédiatement celle de E_1, comme nous l'avons montré.

693. — Électromètre absolu de MM. Pérot et Fabry[1]. — L'électromètre absolu de MM. Pérot et Fabry se compose de deux plateaux circulaires horizontaux en verre, faiblement argentés, parallèles, et dont les faces en présence sont à une très faible distance (de l'ordre du dixième de millimètre). Le plateau inférieur fixe a un diamètre de 59m,5 et son épaisseur est de 10m ; le plateau supérieur mobile a 70m de diamètre et 2m d'épaisseur, et en raison de la distance très faible des deux plateaux, il agit comme si sa surface était indéfinie. Ces deux plateaux étant faiblement argentés, si on les fait traverser normalement par un faisceau de lumière monochromatique, on voit apparaître un système de franges dû à l'interférence des rayons qui traversent directement les deux lames avec ceux qui se sont réfléchis un nombre pair de fois sur les lames argentées. L'observation de ces franges permet : 1° de régler avec une grande précision le parallélisme des surfaces argentées ; 2° de déterminer leur distance, par comparaison avec l'épaisseur en un point, d'une lame d'air mince et prismatique, suivant une méthode imaginée également par MM. Pérot et Fabry. Le plateau supérieur est supporté par trois ressorts, de sorte que l'attraction mutuelle des deux plateaux se traduit par une diminution de leur distance. Les mouvements du plateau supérieur sont apériodiques et même très lents à cause de la *viscosité* de la mince lame d'air qui sépare les deux plateaux. Pour éviter toute trépidation, l'appareil est placé dans une cage complètement close, suspendue au plafond d'une cave par des tubes de caoutchouc.

(1) Comptes-rendus de l'Académie des Sciences du 25 janvier 1897.

Digitized by Google

Lorsque les deux plateaux sont à des potentiels différents, la densité électrique sur le plateau fixe est uniforme, excepté au voisinage de ses bords. L'attraction peut être calculée, dans ce cas, comme si la densité avait partout la même valeur, à la condition de calculer la surface du plus petit des plateaux comme si son rayon était augmenté d'une longueur égale à $\frac{2}{\pi}\delta$ (δ étant la distance des deux plateaux).

L'attraction électrique est mesurée, en substituant cette force à un poids connu qui, placé sur le plateau supérieur, l'amène, en comprimant les ressorts, à une distance du plateau inférieur que l'on détermine avec une grande précision par la méthode optique mentionnée plus haut. Les deux plateaux étant mis en rapport avec une source d'électricité dont on peut faire varier le potentiel par degrés insensibles, on arrive facilement à déterminer entre eux une attraction qui produit, sur leur distance mutuelle, la même variation que celle due au poids connu.

La différence de potentiel V des deux plateaux, est alors donnée par la formule suivante qui diffère de la formule générale que nous avons démontrée ailleurs, par la correction que nous avons indiquée plus haut,

$$V = \frac{2\delta}{R + \frac{2\delta}{\pi}} \sqrt{2F},$$

dans laquelle on représente par R, le rayon du plateau le plus petit; δ, la distance des deux plateaux ; F, la force attractive mutuelle des deux plateaux, et π, le rapport de la circonférence au diamètre.

MM. Pérot et Fabry ont fait avec cet appareil un certain nombre d'expériences sur la pile Latimer-Clark qui a été, comme nous l'avons déjà dit, adoptée comme étalon de *f. e. m.* dans les marchés passés avec l'Etat. Ils ont trouvé tout d'abord qu'il est indispensable, pour obtenir des résultats comparables entre eux, de maintenir cette pile à la température constante de 0°. Ils n'hésitent même pas à déclarer que : « Il est regrettable que le volt international ait été indiqué en fonction de cette pile à 15° » (*Annales de Chimie et de Physique*,

Digitized by Google

mars 1898), parce que, à la température de 15°, les variations accidentelles de *f. e. m.* que rien ne peut empêcher ni expliquer, sont beaucoup plus notables qu'à zéro.

La conclusion de leurs expériences est la suivante : la *f. e. m.* d'un couple Latimer-Clark à 0° est égale à 0,004845 unité de potentiel électro-statique ; pour déterminer ensuite la valeur de cette même pile en volts internationaux, MM. Pérot et Fabry, se basant sur la définition du volt international qui est « la différence de potentiel qu'il faut maintenir aux extrémités d'une résistance de 1 ohm international, pour entretenir dans cette résistance un courant de 1 ampère international », ont procédé de la manière suivante :

Un courant d'intensité constante ($0^{amp},3$ environ) traverse une résistance d'environ 5^{ω}, mesurée en ohms internationaux, ainsi qu'un voltamètre à azotate d'argent. L'intensité du courant est maintenue telle que la différence de potentiel aux bornes de la résistance étalonnée soit égale à la *f. e. m.* d'un Latimer-Clark à 0°. Après un certain temps (une à deux heures), on arrête le courant et on pèse l'argent déposé, ce qui fait connaître l'intensité du courant en fonction de l'ampère international (courant qui dépose par seconde $1^{mg},118$ d'argent). On a alors tous les éléments du calcul de la *f. e. m.* de la pile, en fonction du volt international.

Les auteurs ont trouvé ainsi que :

1 Latimer-Clark à 0° = 1,4522 volts internationaux.

En comparant ce résultat à la valeur du Latimer-Clark en unités électro-statiques, on trouve

1 unité électro-statique = 299,73 volts internationaux.

M. Limb, au moyen de la méthode que nous avons décrite plus haut, a déterminé directement la *f. e. m.* du Latimer-Clark à 0°, en *unités électro-magnétiques* C. G. S. ; il a trouvé ainsi

1 Latimer-Clark à 0° = $1,4535 \times 10^8$ unités électro-magnétiques.

En comparant ce même nombre avec la valeur de la même pile en unités électro-statiques, on trouve pour le rapport des unités de potentiel dans les deux systèmes d'unités, le nombre .... 299.99×10^8.

Digitized by Google

Enfin le même appareil a permis de comparer très facilement les *f. e. m.* de la même pile Latimer-Clark aux températures de 0° et de 15°. On a trouvé le résultat suivant :

$$\frac{\text{Latimer-Clark à } 15^\circ}{\text{Latimer-Clark à } 0^\circ} = 0{,}98753,$$

d'où résulte que

1 Latimer-Clark à 15° = 1,4341 volts internationaux.

Or la valeur adoptée par le Congrès de Chicago, pour cette même *f. e. m.* à 15°, était 1,434.

Dans un travail publié en 1880 (Séance de la Société française de Physique, page 20), M. Pellat admettait que la *f. e. m.* d'une pile-étalon Latimer-Clark était égale à 1,457, nombre qui diffère de 1/62 environ de celui du Congrès de Chicago [1].

(1) Dans un travail sur la « Détermination du rapport entre l'unité électro-magnétique et l'unité électro-statique d'électricité » présenté le 1er mai 1891 à la Société de Physique (séances de la Société de Physique avril-juillet 1891, page 149). M. Pellat a pris un grand nombre de mesures de force électro-motrice sur une pile composée de 13 couples Latimer-Clarke. Chaque couple était formé par du mercure placé au fond d'un tube, recouvert par une pincée de sulfate mercureux ; au-dessus, se trouvait une dissolution à 15 °/₀ de sulfate de zinc dans laquelle baignait un bâton de zinc pur amalgamé et enveloppé de papier parchemin. Une couche de valvoline empêchait complètement l'évaporation du liquide aqueux. Ces couples à sulfate de zinc liquide, dit M. Pellat, sont bien préférables aux Latimer-Clark à pâte solide; le coefficient de variation avec la température est beaucoup plus faible et celle-ci peut être déterminée exactement. Voici d'ailleurs le tableau des résultats obtenus par M. Pellat.

DATES	TEMPÉRATURE du couple t°	FORCE ÉLECTRO-MOTRICE du couple en Volts internationaux	
		à t°	à 10°
20 Février 1888	9°,5	1,4690	1,4688
10 Mars	13 ,8	1,4664	1,4681
19 Juin	16 ,8	1,4649	1,4680
11 Juillet	17 ,4	1,4642	1,4676
13 Janvier 1889	11 ,4	1,4667	1,4676
8 Juin	21 ,3	1,4603	1,4657
15 Juin (matin)	20 ,0	1,4609	1,4657
15 Juin (soir)	20 ,1	1,4610	1,4658
15 Février 1890	14 ,4	1,4634	1,4660
12 Mars	16, 0	1,4628	1,4660
14 Mars	17, 0	1,4622	1,4661
15 Mars	18 ,0	1,4613	1,4656
28 Avril	14 ,9	1,4633	1,4662
21 Juillet	19 ,0	1,4609	1,4657
3 Décembre	6 ,8	1,4668	1,4664

Digitized by Google

§ 2. — INSTRUMENTS USUELS NON ABSOLUS.

694. — Électromètre multicellulaire de M. Marcel Deprez. — Nous avons déjà donné la théorie et la description des instruments de ce genre qui sont basés sur les attractions mutuelles des corps chargés d'électricité et auxquels on a donné le nom d'Électromètres ou Voltmètres électro-statiques. Ces appareils conviennent admirablement à la mesure des hauts potentiels (au moins 500 volts), mais ce n'est qu'avec difficulté qu'on les applique à la mesure des potentiels généralement usités dans les villes (110 volts et au-dessous). Les forces mises en jeu dans ces instruments, deviennent alors tellement petites que l'on doit avoir recours aux procédés les plus raffinés de suspension des pièces mobiles, employés surtout dans les laboratoires, pour permettre à ces forces de manifester leur existence. L'électromètre multicellulaire de Lord Kelvin (181) est un exemple des artifices auxquels on a recours pour vaincre la difficulté que nous venons de signaler.

Nous allons décrire un appareil électrostatique dans lequel nous nous sommes efforcés d'augmenter dans une grande proportion les efforts mis en jeu dans le muticellulaire, tout en n'employant que des organes très légers, très simples et faciles à construire. Il est basé, comme tous les électromètres statiques, sur l'utilisation de l'attraction des deux armatures d'un condensateur à capacité variable. La variation de capacité est obtenue par l'introduction plus ou moins considérable d'une lame plane conductrice entre deux autres lames parallèles comme dans la figure 72 du n° 161. Mais, afin de pouvoir donner au système mobile une très grande légèreté, la lame

---

Comme MM. Limb, Perot et Fabry et comme d'autres expérimentateurs, M. Pellat trouve que la pile Latimer-Clark (construite par ses soins dans son laboratoire le 11 février 1888) donne des résultats d'une constance remarquable, mais il suffit de rapprocher les uns des autres les résultats de ces divers physiciens pour voir que si chacun d'eux a obtenu d'une pile construite par lui une *f. e. m.* dont les variations relatives, à température constante, n'excèdent pas 1/500, les *f. e. m.* de deux piles d'origines différentes présentent entre elles des différences relatives qui peuvent s'élever à 1/150. Exemple : M. Pellat trouve à 10° une *f. e. m.* qui part de 1,4688 pour tomber à 1,4657, tandis que MM. Perot et Fabry ont trouvé 1,4341, nombre qui présente avec celui de M. Pellat une variation relative supérieure à 1/50.

Digitized by Google

mobile est simplement un morceau de soie métallisée sur ses deux faces dont les extrémités sont cousues à de petites baguettes métalliques attachées à des ressorts de caoutchouc qui, en exerçant sur ces baguettes des efforts égaux et opposés, maintiennent l'étoffe de soie fortement tendue. On obtient ainsi une armature mobile plane et rigide qui se meut, en glissant dans son plan, entre deux lames métalliques formant les armatures fixes. La figure 433 représente une variante de la disposition que nous venons de décrire. Le morceau

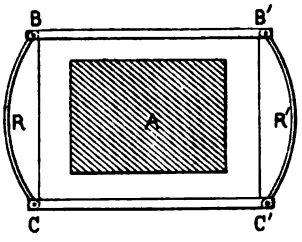


Fig. 433.

de soie de forme rectangulaire BCC'B', est métallisé sur ses deux faces, dans la région A représentée par un rectangle couvert de hachures. Il est cousu aux baguettes BB', CC', que deux petits ressorts en forme d'arc de cercle BC, B'C', tendent à écarter l'une de l'autre. La figure 434 montre comment les lames mobiles sont réunies aux fléaux d'une balance de Roberval (on pourrait d'ailleurs supprimer le

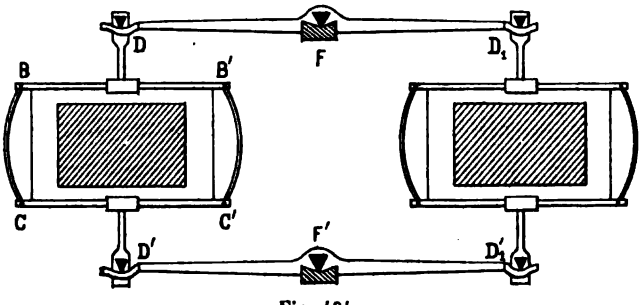


Fig. 434.

fléau inférieur et ramener ainsi l'instrument à la forme d'une balance ordinaire) dont les deux bras FD, FD_1, supportent deux systèmes mobiles identiques, disposés de façon que les efforts exercés sur le

Digitized by Google

premier soient dirigés de haut en bas tandis que ceux exercés sur le second, sont dirigés de bas en haut. Enfin, chacun des systèmes mobiles est composé d'un certain nombre de lames séparées par un nombre égal de lames fixes qui peuvent être en métal ou en verre métallisé et qui constituent les armatures fixes de cet ensemble de condensateurs à capacité variable. Pour augmenter encore l'effort, on pourrait métalliser chaque morceau de soie de la manière indiquée par la figure 435. La couche métallique, au lieu d'être continue, est interrompue de distance en distance; la lame de verre métallisée formant l'armature fixe, est disposée de la même manière de sorte que l'effort exercé est sensiblement triplé.

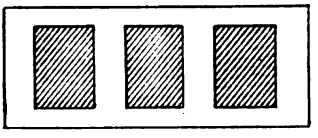


Fig. 435.

On obtiendrait ainsi avec une surface métallisée d'une certaine étendue *totale*, mais divisée en portions séparées, un effort beaucoup plus grand que si cette même surface était continue. Ce fait tient à ce que l'attraction exercée sur l'armature d'un condensateur à capacité variable, par le glissement de cette armature dans son propre plan, ne dépend que d'une seule des dimensions de ladite armature : celle qui est perpendiculaire à la direction du mouvement.

695. — Electromètre capillaire de M. Lippmann. — Cet instrument est basé sur les propriétés que présentent les électrolytes lorsqu'on les met en communication avec les deux pôles d'une source d'électricité dont la *f. e. m.* est insuffisante pour provoquer la décomposition de l'électrolyte. Nous avons vu (351) que dans ce cas, l'électrolyte n'est traversé par aucun courant et que les deux électrodes se conduisent comme les armatures de deux condensateurs groupés en série et emmagasinent des quantités d'électricité proportionnelles à la *d. d. p.* des électrodes, pourvu que cette *d. d. p.* soit une faible fraction de celle qui produirait le passage du courant.

Digitized by Google

Lorsque les deux électrodes sont constituées par du mercure et l'électrolyte par de l'eau acidulée (un sixième d'acide sulfurique), la charge électrique répartie sur les électrodes qui jouent le rôle de condensateurs, produit des effets mécaniques qui se traduisent par une variation dans les actions capillaires développées entre les parois du vase qui contient le mercure, et le mercure lui-même.

Cette modification des actions capillaires a été démontrée par M. Lippmann de la manière suivante :

Soit un tube de verre ABCD (fig. 436) terminé à la partie supérieure A par un ajutage que l'on peut mettre en communication avec un réservoir d'air comprimé, et à la partie inférieure, par une pointe très effilée CD, dont l'extrémité D plonge dans de l'eau acidulée contenue dans un vase de verre. Le fond de ce vase contient une petite quantité de mercure dont l'épaisseur est représentée par FG ; il communique librement avec l'atmosphère par sa partie supérieure où le niveau de l'eau acidulée est en L.

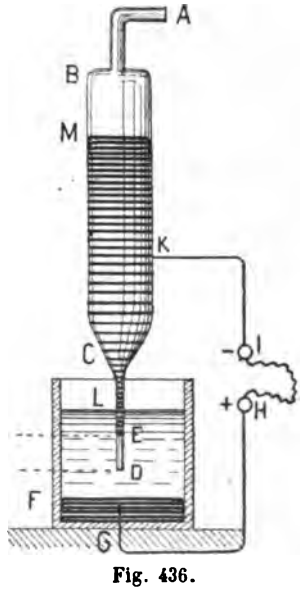


Fig. 436.

Si l'on introduit dans le tube ABCD, une quantité de mercure insuffisante pour le remplir complètement, l'extrémité A communiquant simplement avec l'atmosphère, on observe que, bien que la partie

Digitized by Google

effilée CD soit ouverte en D, le mercure ne s'écoule pas; il reste suspendu à une certaine distance ED de l'ouverture D, malgré la pression exercée sur la colonne mercurielle EM. La position du point E dépend d'ailleurs de la hauteur de la colonne mercurielle et de la pression qu'exerce cette colonne lorsqu'on met l'ajutage A en rapport avec un réservoir d'air à pression variable. Si la pression augmente en M, l'extrémité E de la colonne se rapproche de D; si la pression diminue, elle s'en éloigne et à chacune des valeurs de la pression exercée en M, correspond une position particulière du ménisque mercuriel, pourvu, bien entendu, que la pression ne dépasse pas la valeur nécessaire pour provoquer l'écoulement continu du mercure par l'orifice D.

On remarque en outre, que pour une pression déterminée, la position du ménisque n'est pas toujours exactement la même et varie sans cause apparente.

Mais si l'on réunit par un conducteur GHIK la couche de mercure FG située à la partie inférieure de la colonne d'eau acidulée LF, avec la colonne mercurielle EM, les variations accidentelles, dont nous venons de parler, disparaissent, et à chaque valeur de la pression exercée en M, correspond une position parfaitement déterminée du ménisque E.

Enfin, si dans le conducteur GHIK, on fait naître une force électromotrice en intercalant par exemple un couple Daniell dans la portion HI, la position du ménisque change et, si la colonne ME communique avec le pôle négatif de la pile, il s'éloigne de l'extrémité D du tube capillaire CD, et s'arrête dans une nouvelle position qui est une fonction rigoureusement déterminée de la *f. e. m.* On pourrait donc graduer l'appareil en faisant varier par degrés égaux (par centièmes de Daniell par exemple) la *f. e. m.* intercalée en IH, et en mesurant chaque fois la distance du ménisque à la position qu'il occupe lorsque la portion IH est constituée par un simple conducteur ne contenant aucune *f. e. m.* L'instrument appartiendrait ainsi à la classe des appareils à *libre déviation*. M. Lippmann a préféré, avec raison, lui appliquer la méthode acinétique et ramener constamment le ménisque à la position correspondante à l'absence de

Digitized by Google

f. e. m. Il suffit pour cela de faire varier graduellement la pression de l'air à la partie supérieure M de la colonne mercurielle, au moyen d'un sac de caoutchouc qui communique avec l'ajutage A et que l'on comprime plus ou moins à l'aide d'un plateau manœuvré par une vis. La pression de l'air ainsi comprimé est mesurée au moyen d'un manomètre à air libre composé d'un tube en U contenant du mercure et dont l'une des branches est mise en communication avec l'ajutage A tandis que l'autre branche communique librement avec l'atmosphère. En mesurant la différence de niveau du mercure dans les deux branches de ce tube en U, lorsque le ménisque E est ramené à sa position normale grâce à la pression croissante de l'air au-dessus de la colonne mercurielle ME, et en faisant varier cette pression en même temps que la *f. e. m.* intercalée en IH, on construit une table qui permet d'utiliser l'instrument pour la mesure des différences de potentiel inférieures à 2 volts.

Ce procédé de graduation de l'électromètre capillaire jouit d'une propriété remarquable ; la table dressée, comme nous venons de le dire, pour un instrument donné, convient à un instrument quelconque à la seule condition que la composition de l'eau acidulée et que la hauteur de la colonne mercurielle EM, y soient les mêmes que dans l'instrument pour lequel la graduation a été établie.

Le tableau suivant donné par M. Lippmann, résulte des expériences faites sur un électromètre dans lequel la hauteur de la colonne mercurielle était égale à 750 millimètres. Les accroissements de pression nécessaires pour ramener le ménisque E au zéro, lorsqu'il s'en écarte sous l'influence d'une différence de potentiel, étant proportionnels à la hauteur de cette colonne, il en résulte que pour trouver la valeur qu'ils prendraient si la colonne avait 1 mètre, il suffit de multiplier les nombres qui les représentent dans le tableau ci-dessous, par le rapport 1000/750.

En regardant ce tableau, on voit que lorsque la *d. d. p.* ne dépasse pas quelques millièmes de Daniell, l'accroissement de pression nécessaire pour ramener le ménisque au zéro, est sensiblement de 1^{mm} de mercure par millième de Daniell, tandis qu'il tombe à la moitié de ce chiffre lorsque la *d. d. p.* est comprise entre 269 et 364 millièmes de Daniell.

Digitized by Google

Différence de Potentiel exprimée en Daniells	Accroissement de pression exprimé en millimètres de mercure
0,016	15
0,024	21,5
0,040	40
0,109	89
0,140	111
0,170	131
0,197	148
0,269	188,5
0,364	235
0,450	270,5
0,500	288
0,588	314
0,833	356,5
0,900	358,5
0,909	358,5
1,000	353

La sensibilité de l'instrument diminue donc rapidement à mesure que la *d. d. p.* augmente, et elle devient nulle lorsque cette dernière atteint une valeur voisine de 900 millièmes de Daniell, car l'accroissement de pression est le même (358,5^{mm}) lorsque la *d. d. p.* est égale à 900 ou à 909 millièmes de Daniell.

Donc, à l'inverse des électromètres électro-statiques, l'appareil de M. Lippmann ne possède une grande sensibilité que lorsque la *d. d. p.* à mesurer est très petite. Il convient donc parfaitement pour mesurer la différence de deux forces électro-motrices ou de deux différences de potentiel qui ont des valeurs très voisines.

Le sommet du ménisque est visé avec un microscope muni d'un réticule qui détermine le zéro ; le grossissement de ce microscope est de 250 fois, de sorte que l'on peut certainement apprécier des déplacements du ménisque inférieurs à 1/1000 de millimètre.

Au lieu de faire varier la pression de l'air au-dessus de la colonne mercurielle de longueur constante EM, et de mesurer au moyen d'un manomètre à air libre l'accroissement de pression estimé en millimètres de mercure, on peut faire varier directement la hauteur de

Digitized by Google

cette colonne elle-même en injectant, par un procédé quelconque,

Fig. 437. — Electromètre capillaire de M. Lippmann modifié par M. Limb.

du mercure dans le tube BC dont la longueur doit être augmentée en conséquence. C'est la disposition adoptée par M. Limb (fig. 437).

Digitized by Google

Le tube T, qui contient la colonne mercurielle, communique constamment, au moyen d'un tuyau de caoutchouc flexible *c*, avec un vase en verre R dont la capacité est un peu plus grande que celle du tube T. Ce vase est suspendu à une cordelette qui passe sur une poulie O et vient s'enrouler sur un treuil V que l'on peut manœuvrer au moyen d'une manivelle M liée à une vis tangente engrenant avec le treuil ; ce dispositif permet de faire monter ou descendre le vase R par degrés insensibles. Or, ce vase contient du mercure dont le niveau est nécessairement le même que dans le tube T ; on peut donc faire varier la hauteur de la colonne mercurielle dans ce dernier aussi doucement que l'on veut, de façon à l'amener exactement à la position pour laquelle le ménisque visé par le microscope revient exactement au zéro. La variation de hauteur de la colonne mercurielle est ensuite mesurée au moyen d'un curseur à vernier qui se meut le long d'une échelle graduée contre laquelle est fixé le tube T.

Il est intéressant de signaler le procédé au moyen duquel M. Limb évite les détériorations auxquelles est exposé l'électromètre capillaire lorsqu'on l'abandonne à lui-même après avoir vidé le tube qui contient le mercure.

« *Lorsque l'électromètre ne doit pas servir*, on descend le réservoir R de façon à vider presque complètement le tube T. L'eau acidulée s'élève alors dans la pointe capillaire qui est *parfaitement mouillée* jusque dans la partie *large*. Cette simple précaution rend l'instrument sûr et commode. Elle supprime les effets funestes de l'oxydation du mercure ou de la formation de cristaux dans la pointe capillaire. Aussi l'appareil peut fonctionner sans la moindre hésitation, au bout de plusieurs mois, lorsqu'on fait arriver le mercure dans le tube T. »

La sensibilité de l'électromètre capillaire dépend naturellement de la finesse de la pointe capillaire, puisque c'est cette finesse qui détermine la hauteur de la colonne de mercure que l'on peut maintenir dans le tube T sans qu'il y ait écoulement par la pointe. On en construit qui accusent, par une déformation nettement appréciable du ménisque, une différence de potentiel de 1/20000 de volt ; dans

Digitized by Google

des cas exceptionnels, l'appareil peut même indiquer 1/50 000 de volt.

L'instrument peut d'ailleurs être employé de deux manières bien différentes. Il peut en effet, en le graduant d'avance, servir à mesurer directement les différences de potentiel qui n'excèdent pas $\frac{1}{2}$ volt, le ménisque étant à chaque mesure ramené exactement au zéro.

Mais il peut aussi servir à attester simplement l'égalité rigoureuse de deux potentiels ou de deux forces électro-motrices, ou encore d'une force électro-motrice et d'une différence de potentiel placées en opposition dans le circuit IH (fig. 436). Si la *d. d. p.* à laquelle on compare la *f. e. m.* peut varier à volonté par degrés insensibles, c'est sur elle que l'on agit pour ramener le ménisque au zéro ; il devient alors inutile de faire varier la hauteur de la colonne mercurielle, ce qui supprime une partie des organes de l'instrument.

On peut enfin s'en servir, mais après graduation préalable, pour la mesure directe de très petites différences de potentiel que l'on déduit de la mesure du déplacement du ménisque. Dans ce cas encore, la hauteur de la colonne mercurielle est sensiblement constante et le mécanisme qui sert à la faire varier lorsqu'on veut ramener le ménisque au zéro est, par suite, supprimé.

Les voltmètres électro-magnétiques, dont il nous reste à parler, peuvent atteindre une sensibilité beaucoup plus grande que celle de l'électromètre capillaire, mais ils ne peuvent fonctionner qu'à la condition de livrer passage à un courant ce qui, dans certaines déterminations, est impossible ou bien fausserait complètement les mesures que l'on se propose de faire. L'électromètre capillaire, au contraire, permet de mesurer une *d. d. p. sans livrer passage au courant;* il jouit donc à cet égard des mêmes avantages que les électromètres à quadrants, mais il a, sur ces derniers, l'avantage d'une sensibilité incomparablement plus grande quand il s'agit de la mesure des petites différences de potentiel.

696. — Voltmètres électro-magnétiques et électro-dynamiques. — C'est à tort que l'on donne à ce genre d'instruments très

Digitized by Google

répandus d'ailleurs dans l'industrie, puisqu'on en trouve dans toutes les usines électriques, le nom de Voltmètre. Ce sont tous en effet des ampèremètres ; ils ne fonctionnent que par le passage d'un courant et mesurent son intensité de laquelle on déduit ensuite la différence de potentiel existant aux bornes de l'instrument, au moyen d'un calcul très simple et qui est, pour ainsi dire, fait par l'instrument lui-même puisque sa graduation fait connaître le nombre de volts nécessaire pour engendrer le courant qui fait dévier l'aiguille indicatrice.

Désignons en effet par R la résistance de l'instrument, par e la différence de potentiel aux bornes ; par i l'intensité du courant qui le traverse ; on a

$$i = \frac{e}{R} \qquad \text{d'où} \qquad e = Ri.$$

D'autre part, l'instrument étant gradué comme un ampèremètre, suivant les procédés indiqués dans le chapitre huitième, les nombres inscrits en face des divisions du cadran sont proportionnels à l'intensité du courant ; on a donc, en désignant par i_1 et par i_n les intensités respectives des courants correspondant à la division 1 et à la division n

$$\frac{i_n}{i_1} = \frac{n}{1} \qquad \text{d'où} \qquad i_n = ni_1.$$

Mais, en représentant par e_1 et par e_n les valeurs respectives de la *d. d. p.*, correspondantes à la division 1 et à la division n, on a successivement les équations

$$e_n = Ri_n = nRi_1 = nR\frac{e_1}{R} = ne_1,$$

qui permettent de traduire immédiatement en volts, les indications d'un ampèremètre lorsqu'on connaît la résistance R et la valeur de i_1 ou, inversement, de trouver i_1 lorqu'on connaît e_1 et R.

Digitized by Google

De ces relations, on tire

$$e_1 = Ri_1,$$

équation qui montre que le coefficient e_1, par lequel on doit multiplier le nombre n (numéro de la division devant laquelle s'arrête l'aiguille) pour obtenir le nombre de volts, est proportionnel à R et que par conséquent les bobines d'un voltmètre électro-magnétique doivent posséder une résistance invariable pour que la graduation corresponde toujours au nombre de volts indiqué en face des divisions. S'il n'en est pas ainsi, il faut tenir compte des changements de résistance qui peuvent survenir, soit volontairement quand on veut changer la valeur des indications de l'instrument, soit accidentellement comme cela arrive lorsque le fil des bobines de l'instrument est en cuivre pur et que sa température vient à varier. Dans ce dernier cas, le calcul de la correction qu'il faut faire subir aux indications de l'instrument est très facile. Si, en effet, on désigne par R, R′ et R_0 la résistance des bobines aux températures t, t' et 0°, on a les équations suivantes, dans lesquelles k représente l'accroissement de résistance de l'unité de résistance prise à 0°, lorsque la température s'élève de 0° à 1° :

$$R' = R_0(1 + kt') \qquad R = R_0(1 + kt)$$

d'où

$$R' = R\frac{1 + kt'}{1 + kt} = R\frac{t' + \frac{1}{k}}{t + \frac{1}{k}}.$$

Pour le cuivre rouge, on a

$$k = 0{,}004 \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{k} = 250 \qquad \text{et} \qquad R' = \frac{t' + 250}{t + 250}R.$$

Cette dernière équation permet de calculer immédiatement la modification apportée dans la valeur des divisions d'un voltmètre gradué à la température t, lorsque sa température, pour une raison quelconque, devient égale à t'.

L'équation

$$e_1 = Ri_1,$$

Digitized by Google

montre en effet que la valeur d'une division, exprimée en volts, est proportionnelle à R ; par conséquent, si e_1 et e'_1 représentent respectivement la valeur en volts d'une division, aux températures t et t', on aura

$$\frac{e'_1}{e_1} = \frac{t' + 250}{t + 250}.$$

Comme exemple de l'importance de cette modification, supposons qu'un voltmètre ait été gradué à 15° et que, par suite du passage prolongé du courant ou par toute autre cause, sa température atteigne 40°, on aura

$$\frac{e'_1}{e_1} = 1,094,$$

c'est-à-dire que si l'instrument marque par exemple 100 volts, il y aura en réalité $109^{v},4$.

On voit qu'il est de la plus haute importance de combattre cette cause d'erreur ; il y a, pour cela, trois moyens ; on peut : ou bien enrouler les bobines de l'instrument avec un métal autre que le cuivre et possédant un coefficient de variation thermique k beaucoup plus petit ; ou bien maintenir invariable la température de ces bobines ; ou bien mesurer à chaque instant leur température au moyen d'un thermomètre placé à leur intérieur et en conclure, à l'aide d'une table jointe à l'instrument, le coefficient par lequel doivent être multipliés les nombres de la graduation.

Le premier de ces trois procédés est certainement le plus pratique, mais on peut le modifier de façon à utiliser les instruments existants dans lesquels l'enroulement est fait avec du fil de cuivre, sans rien changer à cet enroulement ; il suffit, pour cela, d'établir la communication, entre le voltmètre et les deux points dont on veut mesurer la *d. d. p.*, au moyen de fils à résistance invariable, tels que ceux qu'on obtient au moyen des alliages auxquels on a donné le nom de *constantan* ou *rhéostan* et dont nous avons déjà mentionné les propriétés (mais sans leur donner ce nom) au n° 294 ainsi qu'à la page 746 du 1er Vol. Ces alliages ont une résistance spécifique beaucoup plus grande que celle du cuivre, de sorte qu'il est à peu près indifférent de reporter l'accroissement de résistance qui résulte

Digitized by Google

de leur emploi, en dehors de l'instrument, au lieu d'utiliser directement le fil qui représente cette résistance, dans la bobine de l'appareil. Un exemple numérique fera bien comprendre le fait que nous voulons mettre en évidence.

Supposons que, au lieu de cuivre pur, on se propose d'employer l'alliage qui, dans le tableau de la page 746, est désigné sous le nom de *Nickeline doux*. Sa résistance spécifique est égale à 40,7 et son coefficient thermique à 77/1 000 000; tandis que la résistance spécifique du cuivre pur, est égale à 1,57 et son coefficient thermique à 4/1 000. Si on remplaçait purement et simplement l'enroulement en cuivre pur, par un enroulement en nickeline, la résistance de l'instrument deviendrait environ 26 fois aussi grande et sa sensibilité, comme voltmètre, deviendrait par conséquent 26 fois moindre ; c'est là une conséquence fâcheuse, mais inévitable, de l'emploi de ces alliages.

Supposons maintenant que l'on conserve l'enroulement des bobines en cuivre pur, mais que l'on les relie aux points dont on veut mesurer la *d. d. p.*, au moyen de conducteurs en nickeline choisis de façon que leur résistance soit égale à 25 fois celle des bobines en cuivre pur, de façon que la sensibilité du voltmètre soit encore 1/26 de ce qu'elle serait si ces conducteurs auxiliaires n'existaient pas.

Nous allons chercher quel sera le rapport des sensibilités de l'appareil aux températures de 40° et de 15°. Pour simplifier le calcul, nous admettrons que les bobines enroulées de cuivre ont une résistance égale à 1 ohm ; celle des conducteurs en nickeline sera donc de 25 ohms ; ces deux résistances étant mesurées à 15°. Ceci posé, on trouve, en appliquant les formules données plus haut, que la résistance pour les bobines en cuivre pur, devient .... 1,094 ; pour les conducteurs en nickeline .... 25,052. La résistance totale à 40° devient donc égale à .... 26,146.

La résistance totale à 15° étant représentée par 26,000, on voit que les indications du voltmètre devront être multipliées par le coefficient $\frac{26,146}{26,000} = 1,0056$.

Avec l'enroulement en nickeline, le coefficient aurait été 1,0021.

En ne faisant aucune correction, on commet donc dans le premier

Digitized by Google

cas, une erreur de $0^v,56$ sur 100 volts et dans le second cas, une erreur de $0^v,21$ tandis que, avec un enroulement en cuivre pur relié directement aux points dont on veut connaître la *d. d. p.*, l'erreur atteindrait près de 10 volts sur 100 volts.

On voit que l'emploi des alliages insensibles aux variations de température, a pour conséquence de diminuer beaucoup la sensibilité des voltmètres. Si pour une raison quelconque, on ne peut accepter cette diminution, il faut avoir recours à l'un des deux autres procédés indiqués plus haut. Le plus simple des deux, est évidemment celui qui consiste à mesurer la température au moyen d'un thermomètre dont le réservoir est aussi rapproché que possible des bobines, faisant pour ainsi dire corps avec elles, et de corriger les indications du voltmètre au moyen d'une table indiquant les corrections à faire en fonction de la température. On pourrait même supprimer toute espèce de calcul et rendre constante la résistance de l'instrument, par un procédé que nous avons imaginé il y a quelques années et qui est le suivant :

Supposons que devant l'échelle thermométrique, se meuve un curseur muni d'une aiguille que l'observateur doit simplement amener devant l'extrémité de la colonne thermométrique, chaque fois qu'il veut faire une lecture au voltmètre. Le mouvement ainsi imprimé au curseur peut, par un procédé des plus simples, introduire dans le circuit du voltmètre ou en retrancher une résistance proportionnelle au chemin parcouru par le curseur et constituée par une certaine longueur de fil de nickeline. Cette résistance additionnelle doit, comme il est facile de le voir, augmenter lorsque la température diminue et inversement. Pour préciser, désignons par R_0 la résistance de l'enroulement des bobines, supposé en cuivre pur ; admettons que l'instrument ait été gradué à la température de la glace fondante, et appelons r_1 l'accroissement de la résistance auxiliaire introduite automatiquement dans le circuit, lorsque le curseur est déplacé d'une quantité égale à la dilatation de la colonne thermométrique correspondante à un accroissement de température de 1°.

Enfin, désignons par R'_0 la résistance du fil de nickeline lorsque le

Digitized by Google

curseur est amené en face du zéro du thermomètre. La résistance des bobines du voltmètre à la température t, a pour valeur

$$R_0(1 + kt).$$

Celle de la résistance en nickeline, indépendante de la température, mais variable grâce au mouvement du curseur, est exprimée par

$$R'_0 + r_1 t.$$

La résistance totale est donc

$$R_0(1 + kt) + R'_0 + r_1 t = R_0 + R'_0 + (kR_0 + r_1)t.$$

Pour que cette expression soit indépendante de la température, il suffit que l'on ait

$$r_1 = -kR_0,$$

ce qui signifie que chaque fois que la température *augmente* de un degré, le curseur doit *diminuer* la longueur du fil de nickeline d'une quantité telle, que la résistance de cette longueur soit égale à kR_0.

Disons tout de suite que ce procédé n'a de raison d'être employé que pour les instruments destinés à la mesure de faibles différences de potentiel, comme ceux qui sont placés en dérivation sur une résistance extrêmement petite traversée par un courant de grande intensité. Il y a alors intérêt à ce que le voltmètre ait la moindre résistance possible, et l'emploi du cuivre pur dans les bobines est par conséquent indispensable.

Au contraire, dans les instruments destinés à mesurer des différences de potentiel de 50 volts et au-dessus, la résistance des bobines doit être d'au moins 1000 ohms et il n'y a alors aucun intérêt à les enrouler avec du fil de cuivre, parce qu'on éprouverait, en général, de véritables difficultés à atteindre cette résistance élevée ; l'emploi des alliages dont nous parlions plus haut, est alors tout indiqué.

Quant à l'emploi d'une température invariable à laquelle seraient maintenus tous les instruments de mesure ainsi que les *shunts* (ou les portions de conducteur dont la résistance doit, pour une cause quelconque, être rigoureusement constante), il serait excellent en lui-même, mais serait d'une réalisation peut-être un peu compliquée.

C'est en raison de la fâcheuse influence des variations de tempé-

Digitized by Google

rature sur l'exactitude des indications des voltmètres, que dans beaucoup d'usines on ne ferme le courant qui traverse ces instruments, que pendant la durée d'une lecture. On évite ainsi une dépense d'énergie inutile et même nuisible, puisqu'en se transformant en chaleur, elle élève graduellement, d'une quantité souvent considérable, la température de l'enroulement qui est composé d'un très grand nombre de spires et qu'il est très difficile de mettre en équilibre de température avec le milieu ambiant.

697. — Emploi de résistances auxiliaires pour faire varier la sensibilité des voltmètres. — Il est très facile de faire varier la sensibilité d'un voltmètre en intercalant, dans le circuit qui le réunit aux points dont on veut mesurer la différence de potentiel, une résistance dont le rapport à celle des bobines de l'instrument est connu. Soit en effet R la résistance de ces dernières, et R′ la résistance additionnelle. On aura, en conservant les notations employées plus haut, et en désignant par e'_1 la *d. d. p.* nécessaire pour augmenter d'une division la déviation de l'aiguille, lorsque la résistance additionnelle est dans le circuit

$$e_1 = Ri_1 \qquad e'_1 = (R + R')i_1$$

d'où

$$\frac{e'_1}{e_1} = \frac{R + R'}{R} = 1 + \frac{R'}{R}.$$

Cette dernière équation signifie que les indications de l'aiguille doivent être multipliées par le coefficient

$$1 + \frac{R'}{R}$$

lorsqu'on introduit dans le circuit la résistance R′. Si, par exemple, la résistance R′ est égale à 9R, les indications devront être multipliées par 10, et un instrument gradué jusqu'à 100 volts, deviendra capable d'en mesurer 1000.

Si on désire user largement de ce moyen pour avoir tous les degrés de sensibilités possibles, compris entre deux nombres donnés, le procédé le plus simple consiste à ajouter à l'appareil une série de bobines dont les résistances croissent suivant les termes de la pro-

Digitized by Google

gression géométrique 1, 2, 4, 8, etc..., la résistance des bobines du voltmètre étant représentée par 1. Avec les quatre bobines 1, 2, 4, 8 ajoutées en tension à celles du voltmètre, on peut former tous les nombres entiers compris entre l'unité (résistance du voltmètre seul) et le nombre 16 (résistance du voltmètre et des 4 bobines).

698. — Voltmètres basés sur l'utilisation des propriétés thermiques ou optiques du courant. — Comme les voltmètres électro-magnétiques, les voltmètres dans lesquels on utilise les phénomènes de diverses natures que produit le passage d'un courant électrique dans un circuit fermé, ne diffèrent des ampèremètres que par la résistance du circuit de l'appareil. Ce sont donc de simples ampèremètres dont on transforme les indications en volts, comme on le fait pour les voltmètres électro-magnétiques. Il est donc inutile que nous entrions à leur sujet dans des détails qui ne seraient que de simples répétitions.

§ 3. — GRADUATION DES INSTRUMENTS DESTINÉS A LA MESURE DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL

Les instruments que nous venons de décrire, permettent de mesurer les différences de potentiel, lorsqu'on les a préalablement gradués. Nous allons donc indiquer la manière de procéder à cette graduation, et nous étudierons ensuite les moyens que l'on peut employer lorsqu'on ne possède pas d'instrument gradué.

699. — Graduation d'un électromètre ou d'un voltmètre. — Lorsqu'on dispose d'un électromètre absolu, sa graduation en unités électro-statiques est facile, et nous avons déjà indiqué la manière de procéder dans le chapitre réservé aux appareils électro-statiques. Mais si on ne possède pas d'appareil absolu, il faut avoir recours à des piles-étalons dont la force électro-motrice est connue d'avance. Nous en avons décrit plusieurs et nous avons dit, en outre, que celle qui a été adoptée, comme représentant une sorte d'étalon de force

Digitized by Google

électro-motrice légal, est la pile de Latimer-Clark dont la *f. e. m.* en volts, est représentée, à la température de 15°, par le nombre 1,434. Si donc, on disposait d'un certain nombre de couples de cette pile, la graduation d'un électromètre serait chose facile. Mais nous rappellerons d'abord que les électromètres se prêtent très mal à la mesure des forces électro-motrices d'intensité ordinaire, à moins que l'on n'emploie la méthode hétérostatique qui exige une *f. e. m.* auxiliaire très élevée qu'il faudrait produire à l'aide d'une petite machine électro-statique et dont il faudrait mesurer ensuite le rapport à la force électro-motrice étalon. On pourrait aussi charger un grand nombre de condensateurs égaux, au potentiel de la pile-étalon et les accoupler ensuite en tension, comme cela a lieu dans la machine rhéostatique de M. Planté (138).

Mais il est évident que tout cela est coûteux et compliqué et que le procédé qui s'impose est, pour la *f. e. m.* ordinaire ne dépassant pas 110 volts, l'emploi des voltmètres électro-magnétiques ou électro-dynamiques (électrodynamomètres). Mais alors, se présente une objection très grave, c'est l'impossibilité de fermer, sur un circuit même non résistant, les piles dont nous parlons, sans les mettre hors de service. Il faut, en effet, bien se rappeler que les piles Latimer-Clark ne doivent jamais fonctionner qu'à circuit ouvert. On est donc obligé de chercher un moyen de graduer un voltmètre électro-magnétique, à l'aide desdites piles, sans être obligé de leur faire produire un courant. En outre, leur prix assez élevé, résultant des soins minutieux avec lesquels elles doivent être construites, ne permet pas d'en employer un grand nombre, de sorte que le problème de la graduation des voltmètres se pose dans les termes suivants : 1° les graduer à l'aide d'une pile dont le circuit ne doit pas être fermé ; 2° étendre la graduation beaucoup au-delà de la valeur qui correspond à la force électro-motrice de cette pile. Posé dans ces termes, le problème ne comporte qu'une solution : l'emploi d'un condensateur que l'on charge à l'aide de la pile-étalon et que l'on décharge ensuite à travers un galvanomètre balistique. On pourrait croire cependant que la méthode de Poggendorff, dans laquelle on mesure la *f. e. m.* d'une pile sans qu'elle engendre un

Digitized by Google

courant, bien que son circuit soit fermé métalliquement, serait applicable dans le cas qui nous occupe. Il n'en est rien, parce que, avant d'être équilibrée exactement, la *f. e. m.* de la pile est tantôt plus grande, tantôt plus petite, que la *d. d. p.* qu'on lui oppose ; elle produit donc un courant appréciable pendant la durée des tâtonnements que l'on ne peut éviter.

700. — Emploi d'un condensateur pour graduer un voltmètre électro-magnétique. — Supposons qu'on emploie la pile-étalon à charger un condensateur de capacité C; la quantité d'électricité emmagasinée dans cet appareil, a pour expression, $q = CE$, E désignant la *f. e. m.* de la pile. Si on le décharge ensuite dans le circuit d'un galvanomètre, l'élongation de l'équipage mobile est donnée par l'équation

$$q = \frac{t}{\pi} i_1 B,$$

de laquelle on tire

$$B = \frac{\pi q}{t i_1} = \frac{\pi CE}{t i_1},$$

expression dans laquelle t représente la durée d'une oscillation simple de l'équipage mobile, sous la seule influence du fil de torsion, et i_1 l'intensité du courant continu capable de produire une déviation permanente égale à l'unité d'angle (57°,3). Si la force antagoniste était produite par le magnétisme terrestre, au lieu d'être due à un fil de torsion, il faudrait modifier l'équation comme cela a été indiqué dans un autre chapitre.

L'équation ci-dessus pourrait servir à déterminer la valeur de E en fonction des autres quantités, supposées connues, qui entrent dans l'équation ; mais cela n'est pas nécessaire, puisque nous supposons que l'on emploie une pile-étalon dont la *f. e. m.* est connue d'avance. On se bornera donc à mesurer l'angle balistique correspondant à la *f. e. m.* E d'un seul couple de la pile-étalon, et on en conclura facilement ce qu'il serait pour deux, trois, ..., n couples. Mais cette extrapolation serait imprudente, surtout si elle était faite pour une valeur de E très supérieure à la *f. e. m.* d'un seul couple. Il faut

Digitized by Google

donc avoir recours à un procédé qui ne laisse planer aucun doute sur l'exactitude de la graduation. En voici un qui offre toutes les garanties possibles à cet égard.

La pile-étalon est utilisée pour charger un condensateur dont la décharge traverse un galvanomètre balistique dont l'élongation est notée avec soin. D'autre part, le voltmètre à graduer est mis en communication avec une source d'électricité dont le potentiel est variable d'une façon continue, à la volonté de l'opérateur. Pendant qu'il est traversé par un courant produisant une déviation constante (que des expériences préalables ont fait connaître comme étant *approximativement* égale à celle qui correspond à la force électromotrice de la pile-étalon), on met ses bornes en communication pendant un temps très court avec le condensateur, puis on décharge celui-ci dans le galvanomètre balistique. Si l'élongation de l'aiguille est différente de celle produite par la pile-étalon, on fait varier la différence de potentiel aux bornes du voltmètre, on recharge le condensateur, on le décharge de nouveau dans le galvanomètre balistique et on obtient une seconde élongation. Si ces deux élongations successives sont l'une plus grande, l'autre plus petite que celle qu'on obtient avec la décharge de la pile-étalon, il est très facile de trouver par interpolation, sans tâtonnement, la manière dont on doit agir sur la source d'électricité pour obtenir, dans une troisième expérience, une élongation égale à celle de la pile-étalon. La déviation permanente de l'aiguille du voltmètre est alors la même que si les bornes de cet instrument étaient mises directement en communication avec les bornes de la pile-étalon, celle-ci étant supposée dénuée de résistance intérieure et exempte de polarisation. On pourra donc, si la pile-étalon se compose d'un seul couple Latimer-Clark, inscrire en face de l'aiguille du voltmètre, le nombre 1,434. Pour trouver la déviation de l'aiguille qui correspond exactement à un volt, on peut procéder de deux manières différentes : la plus simple, est de mesurer exactement la résistance du circuit du voltmètre et de lui ajouter une résistance supplémentaire égale aux $\frac{434}{1000}$ de sa propre valeur. Une différence de potentiel égale à

Digitized by Google

1,434, maintenue entre les extrémités du circuit ainsi augmenté, produira la même déviation qu'une différence de potentiel de 1 volt, aux bornes du circuit primitif. On inscrit donc 1 volt en face de la position de l'aiguille, et on enlève la résistance additionnelle. En réalité, la déviation de l'aiguille dépend de l'intensité du courant qui traverse l'instrument et c'est indirectement qu'on en déduit la différence de potentiel aux bornes. La graduation en parties proportionnelles doit donc se faire par les procédés déjà indiqués pour la graduation des galvanomètres et des ampèremètres.

On pourra adopter par exemple la disposition représentée par la figure 438.

Le voltmètre à graduer est représenté en V. Ses deux bornes E et E′ sont reliées : la première, à l'extrémité D d'un fil rectiligne DD′ aussi homogène que possible et présentant une grande résistance par unité de longueur ; la seconde, à un point quelconque H d'une barre rectiligne BB′ dont la résistance est négligeable.

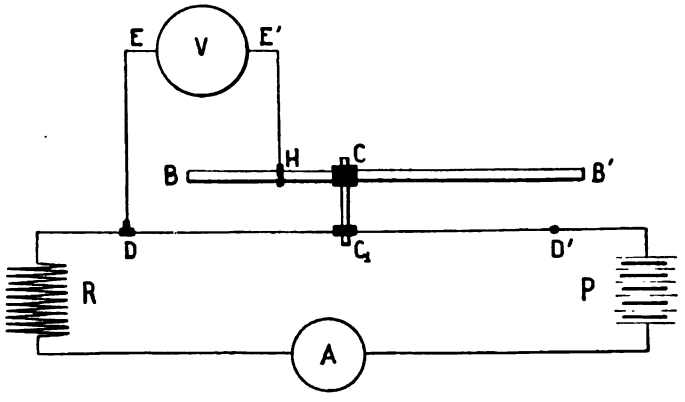


Fig. 438.

Le fil DD′ est intercalé dans le circuit d'une pile P comprenant, en outre, un galvanoscope sensible A et un rhéostat continu R servant à maintenir constante l'intensité du courant I qui traverse le circuit PD′DRAP. Quant au courant i qui traverse le voltmètre V, on peut faire varier son intensité d'une façon continue et suivant une loi connue, de la manière suivante. La borne E′ communique,

Digitized by Google

comme on le voit, par des conducteurs dénués de résistance, avec le point C_1 du fil DD′ contre lequel est appliquée une échelle graduée en millimètres et un curseur métallique CC_1 appuyant constamment et simultanément contre DD′ et contre BB′. La borne E′ est donc au même potentiel que le point C_1, tandis que la borne E est au potentiel du point D. En appelant E la *d. d. p.* entre C_1 et D, on a

$$i = \frac{E}{R},$$

R désignant la résistance du voltmètre et des conducteurs ED et E′H.

D'autre part, si on désigne par x la résistance variable DC_1, on a $E = xI$. Donc enfin

$$i = \frac{x}{R} I,$$

I étant maintenu constant, on voit que i est simplement proportionnel à x, c'est-à-dire à la distance C_1D du curseur CC_1, au point D, distance indiquée par l'échelle graduée en millimètres.

Le premier résultat que l'on doit atteindre, est que la *d. d. p.* aux bornes EE′ soit égale à $1^v,434$, c'est-à-dire à celle de la pile-étalon. Pour cela, on cherche, comme nous l'avons dit, deux positions du curseur CC_1, telles que ces deux positions correspondent, la première à une *d. d. p.* trop petite, et l'autre, à une *d. d. p.* trop grande, ce que l'on reconnaît par l'élongation du galvanomètre balistique traversé par la décharge d'un condensateur chargé successivement sous ces deux potentiels.

L'élongation due au potentiel 1,434 étant connue par la décharge de la pile-étalon, on détermine très exactement la position du curseur CC_1, correspondant à ce même potentiel, de la façon suivante : Soit x_1 la distance C_1D correspondant à une *d. d. p.* inférieure à 1,434, et caractérisée par une élongation du balistique représentée par θ_1 ; x_2 la valeur de cette distance pour un potentiel plus grand que 1,434, et caractérisée par une élongation égale à θ_2, et enfin x_0 la distance du curseur au point D, lorsque l'élongation θ_0 correspond exactement à $1^v,434$. En vertu de la proportionnalité des accroissements des *d. d. p.*, aux accroissements des élongations du galvanomètre balistique d'une part, et aux accroissements des lon-

Digitized by Google

gueurs x_1, x_0, x_2, d'autre part, on a

$$\frac{x_0 - x_1}{\theta_0 - \theta_1} = \frac{x_2 - x_1}{\theta_2 - \theta_1},$$

d'où

$$x_0 = x_1 + \frac{\theta_0 - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}(x_2 - x_1).$$

Si l'on veut s'assurer de l'exactitude du résultat ainsi obtenu, on charge le condensateur en le mettant en communication avec les bornes du voltmètre, pendant que le curseur est à la distance x_0 du point D, et on le décharge ensuite dans le galvanomètre balistique. Si l'élongation obtenue n'est pas exactement égale à θ_0, on fait une nouvelle interpolation dans laquelle on remplace l'une des quantités x_1 ou x_2, et θ_1 ou θ_2 par x_0 et θ_0. On arrive ainsi, en faisant deux opérations au maximum, à déterminer avec une exactitude largement suffisante, la position du curseur correspondant à une *d. d. p.* de 1,434 entre les points D et C_1. Il devient alors très facile de trouver immédiatement la distance à laquelle on doit le placer du point D, pour que la *d. d. p.* ait une valeur assignée d'avance, à la condition toutefois que l'on satisfasse aux deux conditions suivantes : 1° que l'intensité du courant I dans le fil D'D reste rigoureusement constante malgré les variations de position du curseur CC' ; il est facile d'obtenir ce résultat en manœuvrant le rhéostat R ; 2° que la résistance du fil DD', par unité de longueur, ait la même valeur pour tous les points du fil ; cette condition est presque toujours remplie et si elle ne l'était pas, il serait facile de diviser le fil en tronçons d'égale résistance.

Si on désigne par l_e la distance du curseur au point D, correspondante à $1^v,434$, et par x la valeur que doit prendre cette distance pour que la *d. d. p.* entre D et C_1 ait une valeur V assignée d'avance, on a

$$\frac{x}{l_e} = \frac{V}{1,434}$$

ou

$$x = \frac{l_e}{1,434} V.$$

Il est donc facile de graduer le voltmètre en parties proportionnelles, en prenant pour point de départ la *f. e. m.* de la pile-étalon dont

Digitized by Google

le seul rôle est de charger une fois le condensateur dont la décharge sert ensuite à produire, dans le galvanomètre balistique, une élongation qui joue à son tour le rôle d'étalon.

Nous n'avons pas cru devoir représenter sur la figure 438 la pile-étalon, le condensateur et le galvanomètre balistique, pour ne pas la charger de détails qui fatiguent l'attention.

Il est très important que l'élongation produite par la décharge-étalon, soit mesurée très exactement, il faut donc qu'elle soit d'une amplitude suffisante pour que l'erreur relative, commise dans la lecture, soit au plus de $\frac{1}{500}$; il faut en outre que la durée de l'oscillation de l'aiguille du galvanomètre soit assez grande pour qu'on ait le temps de faire la lecture exactement. Il serait donc préférable d'avoir recours à un procédé qui permettrait de n'imprimer aucun mouvement à l'aiguille. On peut y arriver de la façon suivante : le condensateur est d'abord chargé à l'aide de la pile-étalon, puis déchargé dans le galvanomètre ; mais au lieu de laisser l'élongation se produire, on recharge le condensateur immédiatement, en mettant ses deux armatures en communication avec les bornes du voltmètre (pendant qu'il est traversé par le courant correspondant à $1^{v},434$) et on le décharge ensuite dans le balistique, mais de façon à détruire l'impulsion due à la première décharge.

Tout cela doit être fait dans un temps qui ne doit pas excéder quelques millièmes de seconde et nécessite, par conséquent, l'emploi d'un commutateur à ressort facile à imaginer. Si la *d. d. p.* des bornes du voltmètre, est bien égale à 1,434, l'aiguille du balistique n'éprouvera aucune déviation appréciable ; mais cette condition exige que l'on sache d'avance la position que doit occuper le curseur CC_1, pour que la *d. d. p.* aux bornes du voltmètre soit égale à 1,434. On ne peut donc éviter de la déterminer d'abord, aussi exactement que possible, par la méthode balistique ; le second procédé servant de contrôle et permettant de trouver la valeur de la correction très petite que l'on peut avoir à apporter à la valeur de x_0.

Digitized by Google

§ 4. — COMPARAISON DES DIFFÉRENCES DE POTENTIEL ET DES FORCES ÉLECTROMOTRICES

701. — Comparaison de deux forces électromotrices. — L'emploi du galvanomètre balistique se prête parfaitement à la mesure du rapport de deux forces électro-motrices ; il suffit, pour cela, de charger successivement le même condensateur à l'aide des deux sources d'électricité que l'on veut comparer, et de le décharger chaque fois dans le galvanomètre balistique. Le rapport cherché est égal au rapport des déviations balistiques, lorsque la force antagoniste, qui sollicite l'équipage mobile, est produite par la torsion d'un fil ; il est égal au rapport des sinus des moitiés de ces mêmes angles, si la force antagoniste est due à l'action du magnétisme terrestre sur une aiguille aimantée.

Mais ce procédé ne peut plus être appliqué lorsqu'il s'agit de petites forces électro-motrices, à cause de la faible valeur que prendrait alors l'élongation, même avec des galvanomètres très sensibles. Nous allons donc décrire d'autres méthodes plus sensibles que la méthode balistique, mais qui entraînent toutes la nécessité de fermer, pendant un temps assez notable, le circuit des électro-moteurs en expérience.

De toutes ces méthodes, la plus simple consiste à transformer un galvanomètre sensible en voltmètre à très grande résistance, par le procédé suivant.

Après avoir pris les dispositions nécessaires pour graduer un voltmètre à l'aide d'une pile-étalon, d'un condensateur et d'une pile auxiliaire, comme nous l'avons décrit plus haut (fig. 438), et déterminé la longueur DC_1 du tronçon de conducteur dont les extrémités ont entre elles une *d. d. p.* de 1 volt, mesurée sans la présence du voltmètre V, installons en V un galvanomètre sensible dont l'aiguille dévie de 60° par exemple, pour un courant de $\frac{1}{1000}$ d'ampère. Intercalons dans le circuit DEE'H de ce galvanomètre, une boîte de résistance pouvant aller jusqu'à 10 000 ohms au moins et, après avoir mesuré la résistance propre du galvanomètre qu'il s'agit de transformer en

Digitized by Google

voltmètre, prenons, dans ladite boîte, une résistance telle que, ajoutée à celle du galvanomètre, une différence de potentiel de 1 volt appliquée aux extrémités de ce circuit, produise le courant maximum que l'appareil est capable d'indiquer, soit $\frac{1}{1000}$ d'ampère correspondant à une déviation permanente de 60° environ. Si l'appareil a été préalablement gradué en parties proportionnelles aux intensités des courants qui le traversent, par une des méthodes que nous avons indiquées dans le chapitre huitième, il est très facile de le graduer alors comme voltmètre, puisqu'on connaît la déviation correspondante à 1 volt et que l'intensité du courant est proportionnelle à la *d. d. p.* maintenue aux extrémités du circuit.

Si l'instrument n'a pas été préalablement gradué en parties proportionnelles aux intensités, et qu'il soit simplement divisé en parties égales, on peut l'utiliser en opérant de la façon suivante.

Supposons qu'il soit destiné par exemple à mesurer des *d. d. p.* atteignant jusqu'à $2^{v},5$; on s'arrange de façon que, ainsi que nous venons de le dire, la déviation maxima corresponde à 1 volt, et on ajoute ensuite au circuit des résistances telles que la résistance totale, galvanomètre compris, devienne 2,5 fois aussi grande. On est alors certain que la *d. d. p.* nécessaire pour reproduire la déviation maxima, est égale à $2^{v},5$.

En général, si nous désignons par g la résistance du galvanomètre ; par R et R′ les résistances du circuit extérieur, dans deux expériences successives; par V et V′ les différences de potentiel correspondantes, nous aurons, la déviation étant la même dans les deux cas,

$$\frac{V'}{V} = \frac{R' + g}{R + g}.$$

Si, au lieu de différences de potentiel, on veut comparer les forces électro-motrices de deux piles, il faudra tenir compte, si l'on veut être absolument rigoureux, de la résistance intérieure de ces piles ; on aura alors

$$\frac{V'}{V} = \frac{R' + r' + g}{R + r + g}.$$

Mais, en général, les résistances intérieures r et r' des piles sont

Digitized by Google

négligeables devant $R + g$ et $R' + g$, de sorte que l'équation se réduit à la forme précédente.

On remarquera que ce procédé ramène la mesure d'une *d. d. p.* à celle d'une résistance, la déviation de l'aiguille du galvanomètre restant toujours la même, quelle que soit la valeur de la *d. d. p.*

Mais le moyen le plus simple et le plus pratique de graduer le galvanomètre en volts, lorsque sa sensibilité est très grande, consiste à lui ajouter une très grande résistance aux extrémités de laquelle on relie les pôles d'une pile pouvant fournir un courant très faible, mais très constant (telle que la pile Leclanché à sac dont la résistance intérieure ne dépasse pas 1 ohm). On fait varier le nombre de couples depuis 1 jusqu'à 10, pourvu que la déviation de l'aiguille ne dépasse pas la limite qu'on s'est assignée, et on inscrit en face des positions successives de l'aiguille les nombres 1, 2, 3,..., 10 volts, bien que la *f. e. m.* de la pile en question atteigne et dépasse même $1^v,5$. D'après ce que nous venons de dire dans le numéro précédent, cela est facile puisqu'il suffit, après avoir noté les déviations correspondantes à 1, 2, 3,... couples, de diminuer la résistance *totale* du circuit et du galvanomètre, de manière à satisfaire à la relation

$$\frac{R' + g}{R + g} = \frac{1 \text{ volt}}{f.e.m. \text{ de } 1 \text{ Leclanché}}.$$

702. — Volt-étalon. — De même que nous avons indiqué il y a longtemps (Congrès international des électriciens réuni en 1881 sous les auspices du Ministère des Postes et Télégraphes) la possibilité de créer un étalon immuable de l'ampère, basé sur l'emploi d'un électrodynamomètre à poids dont les bobines ne sont astreintes à aucune des conditions imposées aux instruments absolus ; de même, nous allons montrer que l'on peut construire très facilement un instrument, de principe et de forme identiques, auquel on pourrait donner le nom de Volt-étalon. Ce serait en réalité un électrodynamomètre à poids, de la forme la plus favorable au point de vue de la grandeur du couple produit par le passage du courant et dont les cadres, groupés en série, seraient recouverts d'un conducteur très long et très fin. Si on met les extrémités du circuit de cet appareil en communication avec

Digitized by Google

les pôles d'une pile de force électro-motrice E et de résistance intérieure r, l'intensité du courant a pour valeur $\frac{E}{R+r}$ et, en vertu des propriétés de l'électrodynamomètre, l'effort F exercé sur la bobine mobile, est donné par l'expression

$$F = f\left(\frac{E}{R+r}\right)^2$$

d'où

$$E = (R+r)\sqrt{\frac{F}{f}},$$

dans laquelle f représente l'effort développé lorsque les deux bobines sont parcourues par un courant égal à l'unité. Si la résistance intérieure r de la pile est au plus égale à 1/1000 de la résistance R de l'instrument, l'erreur relative commise sur E sera aussi de 1/1000. Mais si l'appareil est appliqué à la mesure d'une différence de potentiel, l'erreur est complètement supprimée et il vient

$$V = R\sqrt{\frac{F}{f}},$$

qui montre qu'à une valeur constante de la force F, correspond une valeur également constante de V. Cet appareil permet donc de reproduire à chaque instant une *d. d. p.* égale à un volt, à la condition que F et R soient constants. Or, F est produit par un poids attaché à l'extrémité d'un bras de levier soudé à la bobine mobile montée sur couteaux ; c'est donc une constante. Quant à R, on peut la rendre constante de deux façons : 1° en employant pour l'enroulement des bobines un fil constitué par un de ces alliages dont nous avons donné la résistance spécifique et le coefficient thermique à la page 476 (1er vol.) ; leur résistance est, comme on peut le voir, presque rigoureusement invariable, même quand la température change d'une dizaine de degrés. 2° Le second moyen consiste à employer le cuivre rouge ordinaire et à combattre les effets de la variation de température par un des moyens indiqués dans le numéro 696. Ce dernier moyen est bien préférable à l'autre au point de vue de la sensibilité de l'appareil, car la résistance spécifique des alliages en question est au moins 30 fois aussi grande que celle du cuivre ; à *d. d. p.* égale,

Digitized by Google

le courant serait donc 30 fois moindre, et l'effort exercé sur la bobine mobile serait 900 fois moindre. Il n'y a donc pas à hésiter et l'emploi du cuivre, maintenu à une température constante, s'impose.

Le même électrodynamomètre peut d'ailleurs servir d'ampère-étalon et de volt-étalon ; il suffit pour cela de mettre sur chaque bobine deux enroulements : l'un à gros fil qui sert pour l'ampère ; l'autre à fil fin, contenant beaucoup de spires, et destiné au volt.

Comme il serait très difficile de régler les enroulements de manière que l'effort produit sur la bobine mobile fût exactement le même, lorsque chacun d'eux est parcouru par le courant qui lui est propre, on se sert de deux poids différents que l'on place dans le plateau de balance attaché à la bobine mobile, suivant le genre de mesure que l'on veut faire.

703. — **Comparaison de deux forces électromotrices ou de deux différences de potentiel, par la méthode acinétique ou de réduction à zéro.** — La loi d'Ohm permet de comparer les intensités des courants, ainsi que les différences de potentiel ou les forces électromotrices, à l'aide d'instruments galvanométriques non gradués mais très sensibles, dont le seul rôle est d'indiquer que le circuit dans lequel ils sont placés n'est parcouru par aucun courant. La méthode la plus connue dans laquelle on opère ainsi, est celle que

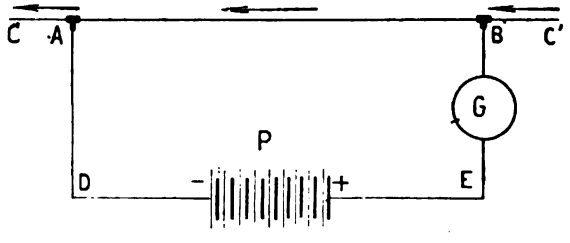


Fig. 439.

nous avons déjà décrite dans la première partie de ce traité (302), en parlant du procédé au moyen duquel on peut faire équilibre à une force électromotrice au moyen d'une différence de potentiel.

Un conducteur CC' (fig. 439) est parcouru par un courant d'in-

Digitized by Google

tensité I fourni par une source d'électricité non représentée sur la figure. Les deux pôles d'une pile P, dont on veut mesurer la *f. e. m.*, sont mis en communication, l'un, avec le point A, l'autre, avec le point B du conducteur CC', de façon que si le courant I n'existait pas, la pile P entretiendrait dans AB, un courant *de même sens* que lui. Si on désigne par V_0 le potentiel en B, par V_1 le potentiel en A, par x la résistance de la portion du conducteur représentée par AB, on a

$$V_0 - V_1 = Ix.$$

Le potentiel étant plus élevé en B qu'en A, le circuit BEDA serait, si la pile P n'existait pas, parcouru par un courant dirigé de B vers A ; il faut donc, pour que ce courant n'ait pas lieu, que la pile P développe une *f. e. m.* dirigée dans le sens ADEB et qui, par conséquent, tendrait à entretenir, dans la portion AB, un courant de même sens que I. La valeur de la *f. e. m.* que doit développer la pile, pour qu'il y ait équilibre, est donnée par l'équation [1]

$$E = -(V_0 - V_1) = -Ix.$$

---

(1) Si la pile P tendait au contraire, à engendrer dans la région AB, un courant de sens contraire à I, il pourrait arriver que l'intensité du courant dans AB fût nulle, mais alors le courant extérieur passerait en entier dans le circuit BEDA, et pourrait être considéré comme dû à la pile P dans cette région. En effet, l'intensité du courant dans BEDA aurait alors pour valeur, en désignant par r la résistance BEPDA,

$$I = \frac{(V_0 - V_1) + E}{r},$$

d'où

$$E = rI - (V_0 - V_1).$$

Mais ce courant étant par hypothèse nul dans la portion AB, on a nécessairement $V_0 = V_1$, d'où $E = rI$ et $I = \frac{E}{r}$, ce qui est précisément la valeur que prendrait le courant dans BEPDA, si les points A et B étaient réunis en un seul.

En rapprochant cette valeur de E de la précédente, et en supposant que I soit le même, on trouve $x = r$. Cette seconde expérience fait donc connaître la résistance totale du circuit BEPDA, commençant en B et finissant en A ; de sorte que si on désigne par p la résistance intérieure de la pile P, et par q la résistance des portions de circuit qui relient les bornes de la pile, l'une au point B, l'autre au point A, on a

$$p + q = r = x,$$

d'où

$$p = x - q.$$

Ces deux expériences doivent être faites d'abord en cherchant la valeur de x, qui annule le courant dans AB, et ensuite la valeur de x qui annule ce même courant I dans BEPDA ; l'intensité I doit être la même dans les deux expériences. L'annulation du courant dans les deux cas, est indiquée par un galvanoscope placé, soit dans la région AB, soit dans la région BE.

Digitized by Google

Il faut donc, pour trouver la valeur de E, faire varier graduellement la résistance graduée AB, jusqu'à ce que le circuit BEPDA ne soit plus parcouru par aucun courant. Un galvanoscope sensible G, intercalé dans ce circuit, fait connaître le moment où l'annulation du courant se produit. Pour obtenir la valeur de E, il faut, comme on le voit, connaître celle de la résistance variable AB et l'intensité I du courant qui la traverse.

Mais si on désire seulement connaître le rapport de deux *f. e. m.*, il n'est plus nécessaire de connaître I; tout se réduit à la mesure du rapport de deux résistances.

Supposons en effet, qu'après avoir établi l'équilibre entre la *f. e. m.* E d'une pile P et la *d. d. p.* créée entre les points A et B par le passage d'un courant d'intensité I, on remplace la pile P par une autre pile P′ de force électromotrice E′; il faudra, pour rétablir l'équilibre, modifier la résistance de AB qui deviendra x', et avoir soin de maintenir invariable l'intensité du courant I au moyen d'un rhéostat continu. On aura alors

$$E' = -Ix'.$$

On a donc

$$\frac{E'}{E} = \frac{Ix'}{Ix} = \frac{x'}{x}.$$

La mesure du rapport des deux *f. e. m.* est donc ainsi ramenée à celle du rapport des deux résistances. La valeur du rapport $\frac{x}{x'}$ peut d'ailleurs être connue immédiatement par une simple lecture de la portion AB, et constituée par une série de bobines dont la résistance est connue, ou par un rhéostat à curseur.

On peut simplifier encore cette expérience et opérer avec les deux piles en même temps. L'expérience est alors disposée de la manière suivante :

Soient P et P′ les deux piles dont on veut comparer la *f. e. m.* (fig. 440) ; DD′ un conducteur rectiligne parfaitement homogène traversé par un courant auxiliaire dont la direction est indiquée par les flèches; si on désigne par r_1 la résistance de ce conducteur, par unité de longueur, et par I l'intensité du courant qui le traverse, la chute de

Digitized by Google

potentiel, par unité de longueur, sera égale à $r_1 I$ et, pour une longueur x, elle sera $r_1 I x$.

Ceci posé, on mettra d'abord la pile P en communication avec

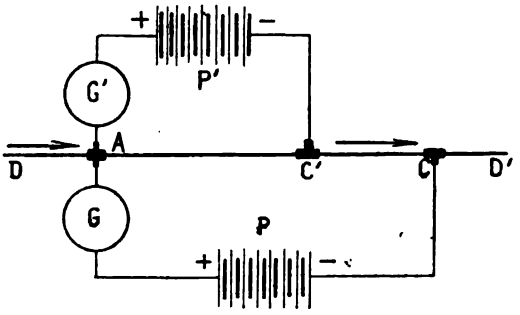


Fig. 440.

le conducteur DD', comme cela a été dit plus haut, le pôle + aboutissant à un point fixe A, de façon que si une déviation du courant I traversait APC, elle serait obligée d'entrer dans la pile P par le pôle positif. Le pôle — est relié à un curseur C mobile le long de DD', de façon que l'on puisse intercaler entre A et C une longueur x dont la résistance est $r_1 x$. Enfin un galvanomètre est placé en G; son seul but est d'indiquer qu'aucun courant ne traverse AGPC. Lorsque cette condition est remplie, on a, en désignant par E la *f. e. m.* de la pile P

$$E = r_1 I x$$

Si après avoir ainsi obtenu l'équilibre entre E et la *d. d. p.* $r_1 I x$, on installe en P' la seconde pile P' dont le pôle + aboutit en A et le pôle — à un curseur C', glissant le long du même conducteur AD', et que l'on manœuvre de manière que le galvanomètre G' reste au zéro, on aura, en supposant que le courant I ait conservé la même intensité,

$$E' = r_1 I x'.$$

Le rapport $\frac{E'}{E}$ des deux *f. e. m.*, a donc pour expression

$$\frac{E'}{E} = \frac{x'}{x}.$$

Il est bon de remarquer que, lorsque le courant est annulé dans la

Digitized by Google

branche APC de la pile P, toute opération ayant pour effet de modifier la répartition des potentiels le long de AD′, romprait l'équilibre et donnerait lieu à l'apparition d'un courant dans cette branche. Par conséquent, pendant la période des tâtonnements auxquels on est obligé de se livrer pour annuler le courant dans la branche AP′C′ de la seconde pile, l'équilibre est rompu dans la première branche et le galvanomètre G accuse le passage d'un courant ; mais au moment où le courant est annulé dans AP′C′, l'équilibre est rétabli dans APC et le galvanomètre G revient au zéro en même temps que le galvanomètre G′, d'où l'on conclut qu'il est inutile d'avoir deux galvanomètres et qu'il suffit d'en placer un seul soit dans la branche APC, soit dans la branche AP′C′.

Il est évident que l'on pourrait ainsi comparer *simultanément* les forces électro-motrices d'un nombre quelconque de piles dont tous les pôles + seraient reliés au point A, tandis que leurs pôles — aboutiraient à des curseurs mobiles le long de AD′. On établirait successivement l'équilibre dans chaque branche (il suffirait pour cela d'un seul galvanomètre placé en permanence dans la branche de la pile considérée comme étalon), et une fois établi il ne pourrait être troublé par aucune variation du courant I.

Si l'on voulait comparer des forces électro-motrices très différentes l'une de l'autre, il faudrait remplacer une portion du curseur par des bobines de résistance étalonnées et conserver le curseur seulement dans la branche de la pile servant d'étalon, qui pourrait être par exemple une pile Daniell. L'expérience serait alors disposée comme l'indique la figure 441.

La source dont on veut mesurer la *f. e. m.*, est représentée en P, et la pile servant d'étalon, en Q.

Le circuit ADPD′A de la source, contient une boîte de résistances étalonnées R, pouvant aller jusqu'à 10000 ohms, et un rhéostat à curseur A contenant également une boîte de résistances *r* d'une centaine d'ohms. Le curseur C permettant d'ajouter à *r* une résistance variant par degrés insensibles de zéro à 1 ohm, on peut intercaler dans AC une résistance représentée par un nombre entier ou fractionnaire quelconque, de façon à obtenir un équilibre parfait

Digitized by Google

entre la *f. e. m.* de la pile Q et la *d. d. p.* créée entre A et C par le passage du courant engendré par la source P.

Si on désigne par V la différence de potentiel des deux pôles de la

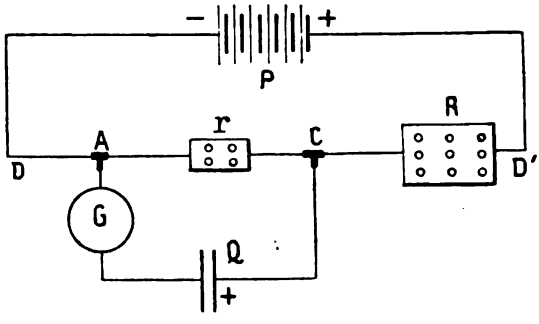


Fig. 441.

source P ; par R la résistance de la boîte R (en considérant comme nulle celle du reste du circuit extérieur, ce qui est toujours possible) ; par r la résistance collective de la boîte r et du fil à curseur ; par e la *f. e. m.* de la pile Q, on a, lorsque l'équilibre est établi dans la branche AGQC,

$$e = rI.$$

Mais le courant I entretenu par la source P, a pour expression

$$I = \frac{V}{R} = \frac{e}{r}.$$

Donc

$$V = \frac{R}{r} e.$$

On voit que cette méthode fait connaître la *d. d. p.* aux bornes de la source P, et non pas la *f. e. m.* de cette source. Pour déterminer la valeur de ce dernier élément, il faudrait connaître la résistance intérieure de P.

704. — Potentiomètre de Clarke. — Le *potentiomètre* de Clarke est un instrument basé sur l'emploi de la méthode de Poggendorff et dans lequel les boîtes de résistances et le rhéostat à curseur (destinés à équilibrer les *f. e. m.* de deux sources d'électricité à l'aide

Digitized by Google

du courant emprunté à une troisième) ont été groupés de manière à rendre simples et rapides les expériences dont nous venons de donner la théorie.

705. — **Méthode de M. Lacoine.** — Soient P et P′ (fig. 442) les deux piles dont on veut comparer les *f. e. m.* E et E′. On les monte en tension dans le même circuit fermé ABA′B′A qui est ainsi parcouru par un courant dont l'intensité I a pour valeur

$$I = \frac{E + E'}{R},$$

R désignant la résistance totale du circuit métallique et des piles. Dans ce circuit, on peut toujours trouver deux points D_0 et D_1 qui

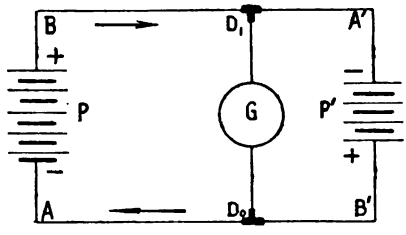


Fig. 442.

soient au même potentiel. En effet, soient V_0 et V_1 les potentiels de ces deux points, le courant qui va de D_0 vers D_1 a pour expression

$$I = \frac{E + V_0 - V_1}{r},$$

r désignant la résistance totale du circuit D_0PD_1 qui commence en D_0 et finit en D_1. De même, dans la portion $D_1P'D_0$, le courant a pour expression

$$I = \frac{E' + V_1 - V_0}{r'}.$$

Si on fait

$$V_0 = V_1,$$

on a

$$I = \frac{E}{r} = \frac{E'}{r'} = \frac{E + E'}{r + r'} = \frac{E + E'}{R},$$

Digitized by Google

d'où l'on tire

$$r = \frac{E}{E+E'}R, \qquad r' = \frac{E'}{E+E'}R,$$

équations auxquelles on peut toujours satisfaire, ce qui démontre qu'on peut toujours trouver deux points D_0 et D_1 au même potentiel. Si on les réunit par un conducteur contenant un galvanomètre G, ce dernier restera au zéro. Les équations ci-dessus montrent que l'on aura alors

$$\frac{E'}{E} = \frac{r'}{r}.$$

Cette égalité ferait connaître immédiatement le rapport cherché $\frac{E'}{E}$ si on connaissait le rapport $\frac{r'}{r}$; mais r' et r sont composées chacune d'une portion métallique, dont on pourrait mesurer la résistance et d'une portion inconnue qui est la résistance de la pile. Pour éliminer en bloc ces deux genres de résistance, on ajoute d'abord au circuit D_0ABD_1 dans la branche BD_1, par exemple, une résistance étalonnée q ; immédiatement, les potentiels V_0 et V_1 cessent d'être égaux et le galvanomètre G dévie ; pour le ramener au zéro, on ajoute à la portion $A'D_1$ du circuit $D_1A'B'D_0$ une résistance étalonnée q' que l'on fait varier graduellement jusqu'à ce que V_1 redevienne égal à V_0. Lorsque ce résultat est atteint, on a

$$\frac{E'}{E} = \frac{r'+q'}{r+q},$$

d'où, en vertu de la relation

$$\frac{E'}{E} = \frac{r'}{r}, \qquad \frac{E'}{E} = \frac{q'}{q}.$$

La mesure du rapport des deux *f. e. m.* est donc ramenée à celle du rapport de deux résistances étalonnées.

Digitized by Google

CHAPITRE DIXIÈME

MESURE DES RÉSISTANCES

---

§ 1. — MESURE D'UNE RÉSISTANCE EN UNITÉS ABSOLUES

706. — Etalon de résistance. — L'unité de résistance peut être définie de deux manières différentes. On peut la considérer comme déterminée par la condition que, étant traversée par l'unité de courant, elle transforme en chaleur une unité de travail, pendant l'unité de temps.

On peut aussi la définir (comme l'ont fait les divers congrès internationaux d'Electriciens qui se sont réunis depuis 1881) : la résistance dans laquelle une différence de potentiel de 1 volt, entretient un courant de 1 ampère ; c'est l'*ohm international* ou l'*ohm légal*, dont la valeur est pratiquement représentée par une colonne de mercure ayant une longueur égale à 1 063 millimètres et un poids de 14gr....

Mais l'unité de résistance ainsi définie, a été déterminée expérimentalement par des procédés qui ne sont nullement fondés sur ces définitions. Nous allons faire connaître brièvement quelques-uns de ces procédés.

707. — Détermination de l'ohm par la méthode de l'Association Britannique. — Cette méthode consistait à faire tourner avec une vitesse constante, autour d'un axe vertical, un cadre circulaire entouré de fil, au centre duquel se trouvait un petit aimant horizontal suspendu à un fil de cocon. Le circuit du cadre étant

Digitized by Google

fermé sur lui-même, était parcouru par des courants induits périodiques dus à l'action de la composante horizontale du magnétisme terrestre. Ces courants de forme sinusoïdale, changeaient de signe deux fois par tour, mais agissaient toujours dans le même sens (comme il est facile de s'en rendre compte) sur le petit aimant qu'ils tendaient à entraîner dans le sens de la rotation du cadre. La force antagoniste qui empêchait l'aimant d'obéir à cet entraînement, était due à la même cause que celle qui produisait la *f. e. m.* d'induction ; la composante horizontale du magnétisme terrestre. On démontre facilement que si l'on désigne par T la durée d'une révolution du cadre ; par r son rayon ; par n le nombre des tours de fils ; par δ la déviation de l'aimant, comptée à partir du méridien magnétique; la résistance R du fil enroulé sur le cadre est donnée, en unités absolues, par l'équation (1)

$$R = \frac{2\pi^3 n^2 r}{T \operatorname{tg} \delta}.$$

En prenant pour unités le centimètre, la seconde, et la masse du gramme, la valeur de R, telle qu'elle résulte de cette équation, doit être divisée par 10^9 puisque, par définition, l'ohm est égal à 10^9 unités électro-magnétiques C.G.S. de résistance.

---

(1) Cette équation n'est pas rigoureusement exacte; on y arrive en effet en supposant négligeable la valeur de la fraction $\frac{4\pi^2 L^2}{T^2 R^2}$ dans laquelle L représente le coefficient de self-induction de la bobine tournante. L'équation rigoureuse qui définit l'équilibre de l'aiguille aimantée, est la suivante, dans laquelle nous avons représenté par N le nombre de spires du cadre tournant ; par n le nombre de révolutions du cadre dans l'unité de temps ; par D le diamètre de la spire moyenne du cadre et par L le coefficient d'induction de ce cadre,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\pi^3 N^2 n D R}{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2 \left(1 - \frac{1}{2} \pi^2 N^2 \frac{D}{L}\right)}.$$

Elle montre que, toutes choses égales d'ailleurs, la déviation θ de l'aiguille aimantée placée au centre du cadre tournant, tend vers zéro lorsque le nombre n de révolutions par seconde, augmente indéfiniment. L'équation simplifiée donnée plus haut et qui, avec les nouvelles notations que nous venons d'adopter, donnerait

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\pi^3 N^2 n D}{R},$$

conduit au contraire à cette conclusion que la déviation θ tendrait vers une valeur égale à $\frac{\pi}{2}$. On voit à quelle erreur on s'exposerait en calculant R au moyen de la formule simplifiée, si la vitesse de rotation était très grande.

La déviation de l'aiguille aimantée étant nulle lorsque $n = 0$ et lorsque $n = \infty$,

Digitized by Google

La résistance du fil enroulé sur le cadre étant ainsi connue, il ne restait plus qu'à la comparer à celle d'une colonne de mercure de section et de longueur connues, pour trouver, par une simple règle de proportions, les dimensions que devait avoir une colonne mercurielle présentant une résistance égale à 1 ohm.

Cette méthode a conduit à une valeur de l'ohm qui, évaluée comme nous venons de le dire, en prenant comme point de comparaison la longueur d'une colonne de mercure ayant $1^{m}/^{m}$ carré de base, a donné pour cette longueur, le nombre $1048^{m}/^{m}$, au lieu de $1063^{m}/^{m}$, valeur qui paraît aujourd'hui la plus probable. L'erreur relative est de 1,5 °/₀ environ, chiffre considérable à tous égards.

708. — Autres méthodes de détermination de l'ohm. — L'importance que présente la détermination de l'étalon de résistance, a eu pour effet l'invention d'un grand nombre de méthodes différentes qui se contrôlent mutuellement. Il nous est impossible de les décrire toutes. Nous nous bornerons à les exposer brièvement. Nous signalerons d'abord celle où l'on mesure la *quantité* de travail transformé en chaleur par le passage d'un courant dans une résistance. En désignant par c la quantité de chaleur produite pendant l'unité de temps ; par I l'intensité du courant ; par R la résistance du conducteur, la loi de Joule donne l'équation suivante, dans laquelle les unités de chaleur, de courant, de travail et de résistance

---

passe par un maximum pour une certaine valeur de n qui est donnée par l'équation

$$n = \frac{R}{2\pi L}\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{2}\pi^2 N^2 \frac{D}{L}}}.$$

La déviation θ_1 correspondante, a pour valeur

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\pi^2 N^2 D}{4L\sqrt{1 - \frac{1}{2}\pi^2 N^2 \frac{D}{L}}}.$$

Il est utile de remarquer que cette déviation maxima de l'aiguille aimantée est indépendante de la résistance du cadre tournant et qu'elle ne dépend que du nombre de spires, du diamètre et du coefficient de self-induction du cadre, de sorte qu'il y aurait là un moyen très simple de mesurer le coefficient de self-induction. Il suffirait de faire tourner le cadre avec une vitesse croissante jusqu'à ce que la déviation θ de l'aiguille aimantée cessât de croître, et de mesurer cette déviation ; aucune mesure de vitesse ne serait nécessaire.

Digitized by Google

sont respectivement la petite calorie, l'ampère, le watt et l'ohm [1],

$$4{,}17\,C = RI^2,$$

d'où

$$R = 4{,}17\,\frac{C}{I^2}.$$

Cette méthode ramène donc la mesure d'une résistance, à celle d'une quantité de chaleur.

Elle présente l'inconvénient commun à toutes les expériences calorimétriques, et qui consiste dans l'extrême difficulté qu'on éprouve, lorsqu'on veut mesurer une quantité de chaleur avec une grande précision. Dans les autres méthodes, on a successivement utilisé :

Le mouvement uniforme d'un circuit dans un champ magnétique, donnant naissance à un courant continu ;

Le mouvement uniforme d'un circuit dans un champ magnétique, donnant naissance à un courant sinusoïdal ;

Le mouvement limité d'un circuit dans un champ magnétique, donnant naissance à une décharge induite ;

L'induction mutuelle de deux circuits immobiles dans l'un desquels passe un courant intermittent.

Nous avons indiqué dans une autre partie (479) le moyen de mesurer une résistance à l'aide du courant induit engendré dans un disque métallique qui tourne autour d'un axe horizontal orienté suivant le méridien magnétique. La *f. e. m.* développée dans ces conditions, est extrêmement petite, mais on pourrait la multiplier autant qu'on le voudrait au moyen de dispositifs dont la description nous entraînerait trop loin. La seule objection que l'on fasse à cette méthode, est que les balais nécessaires pour recueillir le courant s'échauffent par le frottement et donnent lieu à des phénomènes thermométriques qui troublent l'action de la *f. e. m.* d'induction. On peut éliminer en partie cette cause d'erreur en renversant le sens

(1) Nous rappelons que : la petite calorie est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de zéro à un degré la température de 1 gramme d'eau liquide ; l'ampère est la dixième partie de l'unité C.G.S. électro-magnétique de courant, définie par la loi de Biot et Savart ; le watt est égal à 10^7 ergs par seconde ; et enfin l'ohm est égal à 10^9 unités C. G. S. électro-magnétiques de résistance.

Digitized by Google

de la rotation du disque et par conséquent celui de la *f. e. m.* d'induction, tandis que celui de la *f. e. m.* thermo-électrique reste constant; la moyenne des deux résultats obtenus à la même vitesse, représentera la *f. e. m.* due à l'induction.

Nous avons exposé, au commencement de ce chapitre, le procédé qui consiste à faire tourner dans le champ terrestre un circuit fermé parcouru par un courant sinusoïdal dont l'action, sur une aiguille aimantée placée au centre, est toujours de même signe bien qu'il n'y ait pas de redresseur de courant. C'est celui qui a été employé en 1864 par l'Association Britannique et qui a donné pour l'ohm la valeur la plus éloignée de la valeur réelle.

Le procédé basé sur le mouvement limité d'un circuit fermé dans un champ magnétique, consiste à imprimer à un cadre recouvert de fil, dont le circuit est fermé par un galvanomètre balistique, un mouvement angulaire ayant une amplitude égale à une demi-circonférence.

Ce demi-tour doit être accompli aussi rapidement que possible autour d'un axe horizontal. Si on désigne par $\mathcal{H}$ la valeur absolue du champ terrestre, par α l'angle d'inclinaison de l'aiguille aimantée, la composante verticale a pour valeur $\mathcal{H} \sin \alpha$; le flux de force qui traverse le cadre, lorsqu'il est dans un plan horizontal, est égal à $S\mathcal{H} \sin \alpha$, et la quantité Q d'électricité mise en mouvement dans le circuit pendant que le cadre passe de la position horizontale à la position verticale, a pour valeur

$$\frac{NS\mathcal{H} \sin \alpha}{R},$$

N représentant le nombre de spires ; S la surface embrassée par la spire moyenne et R la résistance totale du circuit. La quantité totale d'électricité correspondante à un demi-tour du cadre, est donc égale à

$$\frac{2NS\mathcal{H} \sin \alpha}{R}.$$

D'autre part, si on désigne par θ l'élongation du galvanomètre balistique, que nous supposerons être une boussole des tangentes; par t la durée de la demi-période oscillatoire de l'aiguille, sous la seule influence de la composante *horizontale* du magnétisme terrestre; par

Digitized by Google

I_1 l'intensité du courant permanent capable de produire une déviation égale à un demi-droit, la quantité Q d'électricité est donnée par l'équation

$$Q = \frac{t}{\pi} I_1 2 \sin \frac{\theta}{2}.$$

Il résulte de là qu'on a l'équation

$$\frac{t}{\pi} I_1 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{2NS\mathcal{H} \sin \alpha}{R},$$

d'où

$$R = \frac{\pi NS\mathcal{H} \sin \alpha}{tI_1 \sin \frac{1}{2} \theta}.$$

Mais lorsque l'aiguille d'une boussole des tangentes dévie d'un angle égal à $\frac{\pi}{4}$ (un demi-droit), cela indique que le champ magnétique engendré par le cadre de la boussole, sous l'influence du courant d'intensité I_1, est égal à la composante horizontale $\mathcal{H} \cos \alpha$ du magnétisme terrestre. Or, le champ dû au cadre, a pour valeur $\frac{4\pi N' I_1}{D}$; N' désignant le nombre de spires du cadre et D le diamètre de la spire moyenne. De là résulte l'égalité

$$\frac{4\pi N' I_1}{D} = \mathcal{H} \cos \alpha,$$

d'où

$$I_1 = \frac{D\mathcal{H} \cos \alpha}{4\pi N'}.$$

Remplaçant I_1 par cette expression, dans l'équation qui donne R, on a enfin

$$R = \frac{4\pi^2 NN'S \operatorname{tg} \alpha}{Dt \sin \frac{1}{2} \theta}.$$

En imprimant à la bobine mobile un nombre aussi grand que possible d'oscillations identiques (ayant une amplitude égale à π), dans l'unité de temps, et en intervertissant ses communications avec le galvanomètre, à chaque oscillation, on pourrait transformer l'élongation de l'aiguille du galvanomètre en une déviation per-

Digitized by Google

manente identique à celle que produirait un courant continu. La précision obtenue par ce procédé serait plus grande que par celui que nous venons de décrire, mais il faudrait satisfaire à certaines conditions difficiles à remplir et nous n'insisterons pas davantage sur ce point. L'avantage de la méthode que nous venons de décrire, est que la self-induction du cadre mobile n'a aucune influence sur le résultat obtenu, parce qu'il part du repos et revient au repos et que la variation du flux de force qui le traverse dépend uniquement des positions qu'il occupe à ces deux instants. Dans un cadre animé d'un mouvement de rotation continu, le flux de force qui le traverse dépend au contraire, non seulement de la position qu'il occupe dans le champ magnétique, mais encore de l'intensité du courant qui passe dans le circuit à l'instant considéré. De là l'intervention de la self-induction qui joue un rôle tellement considérable que, ainsi que l'indiquent les formules auxquelles nous sommes arrivés en discutant la méthode adoptée par l'Association Britannique, la déviation de l'aiguille aimantée, bien que due à des courants agissant sur elle dans le même sens, tend vers une limite finie et *indépendante de la résistance*, lorsque la vitesse de rotation augmente indéfiniment, parce que le couple moyen exercé par le cadre sur l'aiguille aimantée tend vers zéro.

709. — Mesure de la résistance d'un circuit par l'induction mutuelle de deux circuits immobiles. — On peut aussi déduire la résistance d'un circuit, de la quantité d'électricité induite dans ce circuit, par la fermeture ou par la rupture d'un courant permanent dans un circuit voisin.

Voici la disposition de l'expérience. Un courant permanent d'intensité I traverse le circuit d'une bobine cylindrique dont la longueur est très grande par rapport à son diamètre, de façon à engendrer, à l'intérieur de cette bobine, un champ magnétique uniforme dont l'intensité est égale à $4\pi n_1 I$, n_1 étant le nombre de spires par centimètre de longueur.

A l'intérieur de la bobine, se trouve une seconde bobine, placée concentriquement à la première et beaucoup plus courte, de façon

Digitized by Google

que l'on puisse considérer comme absolument uniforme le champ magnétique de la région qu'elle occupe. Le circuit de cette seconde bobine est fermé à travers un galvanomètre balistique. Désignons par S la somme des surfaces embrassées par les spires de la seconde bobine; par R la résistance du circuit composé de cette bobine et du galvanomètre; par q la quantité d'électricité engendrée dans ce circuit lorqu'on ferme ou lorsqu'on supprime le courant permanent I dans la bobine primaire. Nous savons que l'on a

$$q = \frac{4\pi n_1 IS}{R}.$$

Mais la quantité q d'électricité donne lieu à une élongation de l'équipage mobile du galvanomètre balistique, qui lorsque la force antagoniste est produite par la torsion d'un fil ou, plus exactement, lorsqu'elle est proportionnelle à l'angle β décrit par l'équipage mobile, a pour expression

$$q = \frac{t}{\pi} i,$$

t étant la durée de la demi-période oscillatoire de l'équipage mobile, et i étant l'intensité du courant permanent nécessaire pour maintenir au zéro l'équipage mobile, quand on tord le fil de suspension d'un angle égal à β.

Ces équations donnent

$$R = \frac{4\pi^2 n_1 S}{t} \cdot \frac{I}{i}.$$

Cette équation montre qu'il est inutile de mesurer les intensités I et i et qu'il suffit de connaître leur rapport. Or la détermination de ce rapport est facile à effectuer avec précision, sans qu'il soit nécessaire d'avoir recours à un galvanomètre étalonné.

Il serait facile d'appliquer à cette méthode le principe de la répétition des impulsions, au moyen d'un commutateur tournant qui, avant chaque fermeture et avant chaque rupture du courant inducteur, mettrait en communication le galvanomètre avec la bobine induite dans un sens tel que les impulsions communiquées à l'équipage mobile fussent de même sens, et pendant une durée supérieure à celle de l'état variable (c'est-à-dire supérieure au temps nécessaire

Digitized by Google

pour que le courant inducteur atteigne une valeur égale aux 0,999 de sa valeur permanente). En vertu des théorèmes relatifs à l'équilibre apparent entre une force constante et une force périodique agissant en sens contraire sur la même masse, on aurait alors, lorsque l'équipage mobile serait en repos apparent,

$$N \frac{4\pi n_1 IS}{R} = i.$$

d'où

$$R = 4\pi N n_1 S \frac{I}{i},$$

i étant l'intensité du courant permanent, capable de produire, sur l'équipage mobile, la même action que celle qui correspond à son état d'équilibre apparent pendant l'expérience ou, en d'autres termes, i étant l'intensité du courant permanent fictif accusé par l'instrument. Là encore, la mesure d'une résistance en unités absolues serait ramenée à celle du rapport des intensités de deux courants.

Nous pensons que cette dernière méthode est une des plus parfaites que l'on puisse appliquer. Elle fournit en outre le moyen de construire un *indicateur de vitesse* qui est à la fois très sensible, très exact et toujours identique à lui-même. Il suffit pour cela d'envoyer les deux courants i et I dans les cadres d'un comparateur de courants, la résistance R étant supposée invariable (ce qui est une condition facile à remplir); on aurait, en résolvant l'équation par rapport à N

$$N = \frac{R}{4\pi n_1 S} \cdot \frac{i}{I}.$$

Or le nombre N est rigoureusement proportionel à la vitesse des organes mobiles du commutateur. Il suffira donc de lire directement sur le comparateur des courants la valeur du rapport $\frac{i}{I}$, pour en conclure la vitesse de rotation du commutateur tournant.

710. — Mesure d'une résistance en unités absolues au moyen d'un condensateur. — Supposons qu'on charge un condensateur de capacité C avec une source de force électro-motrice E, qu'on le décharge ensuite dans un galvanomètre et, qu'au moyen

Digitized by Google

d'un commutateur tournant, on répète cette opération N fois par seconde, comme dans le procédé décrit dans un numéro précédent. La quantité d'électricité ainsi lancée dans le galvanomètre pendant l'unité de temps, a pour mesure NCE. Elle produira donc, sur l'équipage mobile, la même action apparente qu'un courant permanent dont l'intensité serait donnée par l'équation

$$i = \mathrm{NCE}.$$

Supposons maintenant que nous produisions réellement ce courant permanent, en mettant les extrémités d'un conducteur aboutissant au galvanomètre, en communication avec les pôles de la source d'électricité (sous la condition expresse que la *d.d.p.* sera la même dans les deux expériences). Nous aurons alors en désignant par R la résistance du circuit et du *galvanomètre*

$$i' = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}}.$$

Si nous nous arrangeons de façon que i' soit égal à i, il vient

$$\mathrm{NCR} = 1,$$

d'où

$$\mathrm{R} = \frac{1}{\mathrm{NC}}.$$

La manière la plus simple d'appliquer cette méthode, est d'employer un galvanomètre différentiel dont l'un des circuits communique d'une façon permanente avec les pôles d'une pile qui est mise périodiquement en communication avec les armatures du condensateur, de manière à le charger sous une *d.d.p.* exactement égale à celle qui détermine l'intensité du courant permanent. Ce condensateur, chargé dans un temps excessivement court, est ensuite isolé de la pile et déchargé dans le second circuit du galvanomètre différentiel, dans un sens tel qu'il tend à imprimer à l'équipage mobile une déviation de signe contraire à celui de la déviation produite par le courant continu.

L'expérience étant ainsi disposée, on augmente graduellement la vitesse jusqu'à ce que l'équipage mobile revienne au zéro. Le courant intermittent produit par les décharges du condensateur, met alors en mouvement, dans l'unité de temps, une quantité d'électricité

Digitized by Google

égale à celle qui passe d'une façon ininterrompue dans le circuit du courant permanent, et les équations précédentes font connaître immédiatement la résistance R en fonction de la capacité C, ou réciproquement.

711. — Mesure d'une résistance en unités absolues par la rotation d'un conducteur dans un champ magnétique produit par un courant électrique. — Le principal défaut de la méthode que nous avons indiquée au n° 707 est la faiblesse du champ magnétique terrestre qui a une valeur si petite, que pour produire un volt, le conducteur radial tournant dans un plan vertical, devrait engendrer par seconde une surface égale à 50000 mètres carrés, ce qui est absolument irréalisable. Mais en substituant au champ terrestre, le champ beaucoup plus intense engendré par un solénoïde, il devient possible de développer une *f. e. m.* atteignant quelques centièmes de volt. En outre, le courant nécessaire pour engendrer le champ magnétique, fournit, comme on va le voir, un moyen très commode de supprimer toute espèce d'instrument de mesure, tandis que l'emploi du champ terrestre exige que l'on mesure le courant à l'aide d'une boussole des tangentes ou des sinus, dont les dimensions doivent être exactement connues.

Supposons qu'au milieu d'une bobine dont la longueur est très grande par rapport au diamètre, on ait installé un disque métallique pouvant tourner dans son plan, autour d'un axe qui se confond avec l'axe de révolution de la bobine. Deux balais appuient constamment, l'un sur une bague métallique concentrique à l'axe de rotation (et d'un diamètre très peu différent de celui de cet axe dont elle est soigneusement isolée), l'autre, sur la circonférence du disque, comme on le voit dans la figure 251 de la page 639 du 1er volume.

Si on désigne par R le rayon du disque ; par r le rayon de la bague ; par $\mathcal{H}$ le champ magnétique à l'intérieur de la bobine ; par N le nombre de tours par seconde du disque ; par n_1 le nombre de spires contenues dans un tronçon de 1 centimètre de longueur de la bobine ; par I l'intensité du courant qui traverse le fil de la bobine ; par E la *f. e. m.* engendrée, on a

Digitized by Google

$$E = \pi N(R^2 - r^2)\mathcal{H}.$$

Mais

$$\mathcal{H} = 4\pi n_1 I,$$

d'où

$$E = 4\pi^2 N n_1 (R^2 - r^2) I.$$

Considérons maintenant une portion du conducteur qui amène le courant I de la source d'électricité jusqu'à la bobine, et supposons que cette portion ait une longueur variable à volonté, de façon que sa résistance x (proportionnelle à sa longueur) satisfasse à l'équation

$$Ix = E.$$

Nous aurons alors, en remplaçant E par Ix,

$$Ix = 4\pi^2 N n_1 (R^2 - r^2) I,$$

ou

$$x = 4\pi^2 N n_1 (R^2 - r^2).$$

Cette seconde équation fait connaître la résistance x en unités absolues et ne contient, dans le deuxième membre, aucune quantité d'ordre électrique.

Pour reconnaître expérimentalement que la condition $Ix = E$ est remplie, il suffit d'appliquer le procédé de Poggendorff, c'est-à-dire d'équilibrer la *f. e. m.* E par la *d. d. p.* Ix. On y arrive en faisant communiquer les balais du disque avec les extrémités de la résistance x, au moyen de conducteurs dans l'un desquels est intercalé un galvanomètre très sensible dont l'aiguille reste au zéro lorsque l'équilibre entre E et Ix est atteint.

La *méthode de M. Lippmann* est une modification de la précédente. Elle consiste à remplacer le disque par un cadre entouré de fil et mobile autour d'un axe de rotation perpendiculaire à l'axe de révolution de la bobine magnétisante. Les deux extrémités du fil enroulé sur ce cadre, aboutissent à deux bagues contre lesquelles frottent deux balais que l'on réunit métalliquement aux extrémités de la résistance variable x, dont nous venons de définir le rôle, au moyen de deux conducteurs dans l'un desquels est intercalé un électromètre capillaire. Les connections sont faites de manière que la *d. d. p.* Ix créée par le passage du courant inducteur dans le tronçon de

Digitized by Google

conducteur de résistance variable x, soit en opposition avec la *f. e. m.* développée dans le cadre tournant. Les bagues contre lesquelles frottent les balais, sont disposées de façon à n'établir les communications entre ceux-ci et les extrémités du circuit tournant, que pendant un temps très court, au moment où la *f. e. m.* passe par sa valeur maxima ; c'est-à-dire quand le plan du cadre passe par l'axe de révolution de la bobine. On fait varier la résistance x au moyen d'un curseur, jusqu'à ce que l'électromètre capillaire indique que la *f. e. m.* est équilibrée par la *d. d. p.* On voit que ce dispositif présente une grande analogie avec celui qui a été adopté par M. Limb dans ses recherches sur la mesure des *f. e. m.* en unités absolues électro-magnétiques et qui est représenté par la figure 428 (n° 685).

Si on désigne par S la somme des surfaces embrassées par toutes les spires du cadre tournant, la *f. e. m.* développée, au moment où il est parallèle aux lignes de force du champ magnétique de la bobine dans laquelle il tourne, a pour valeur

$$E_0 = 2\pi NS\mathcal{H},$$

$\mathcal{H}$ désignant l'intensité du champ magnétique à l'intérieur de la bobine fixe, et N le nombre de tours par seconde du cadre tournant.

Mais on a

$$\mathcal{H} = 4\pi n_1 I,$$

donc

$$E_0 = 8\pi^2 N n_1 SI.$$

D'ailleurs la *f. e. m.* E_0 étant égale à la *d. d. p.* Ix, on a finalement

$$x = 8\pi^2 N n_1 S.$$

équation qui fait connaître la résistance x en unités C. G. S. électro-magnétiques.

Dans cette méthode, comme dans toutes celles où on emploie le champ magnétique d'une bobine dont la longueur est grande par rapport au diamètre, il est nécessaire de corriger la valeur $4\pi n_1 I$ du champ, d'une quantité qui dépend du rapport $\frac{r}{l}$ du rayon de la bobine à sa longueur. Nous avons indiqué à deux reprises comment on fait cette correction (403) qui diminue très rapidement quand le rapport $\frac{r}{l}$ tend vers zéro.

Digitized by Google

§. 2. — APPAREILS DE MESURE ET MÉTHODES DE COMPARAISON DES RÉSISTANCES

712. — Généralités. — Les méthodes que nous venons d'exposer, ont pour but de déterminer la valeur absolue d'une résistance en unités C. G. S., et de permettre la construction d'un étalon qui, une fois réalisé, sert de prototype à d'autres étalons secondaires, de même que le mètre-étalon déterminé par des mesures géodésiques, a servi de modèle aux mètres-étalons auxquels on rapporte toutes les mesures que l'on trouve dans le commerce.

Nous allons étudier maintenant les procédés employés pour trouver le rapport d'une résistance quelconque à celle de l'étalon auquel on a donné le nom d'*Ohm* et qui vaut un milliard (10^9) d'unités de résistance C. G. S.

Nous ne décrirons pas les procédés employés pour construire l'étalon de l'ohm et en faire des copies destinées aux mesures pratiques. On sait que l'ohm-étalon est représenté par une colonne de mercure ayant 1 millimètre carré de section et 1 063 millimètres de longueur ; cette colonne pèse 14^{gr}. On a constaté fréquemment dans les métaux étirés en fils, des changements de résistance qui s'accentuent avec le temps et qui sont dus à des changements moléculaires dont la nature nous est inconnue, mais on a constaté, par contre, que la résistance d'une colonne mercurielle dont la température est maintenue constante, est immuable. En outre la résistance spécifique du mercure est très grande (près de soixante fois celle du cuivre), ce qui permet de donner à l'étalon des dimensions modérées ; le choix du mercure est donc de tous points justifié.

Les étalons secondaires employés couramment dans l'industrie et dans les laboratoires, sont constitués par des fils métalliques qui sont quelquefois rectilignes lorsque la résistance qu'ils doivent représenter est faible et que l'on désire pouvoir les faire varier par degrés insensibles au moyen d'un curseur ; mais ces fils sont le plus souvent enroulés sur des bobines et peuvent ainsi présenter une grande résistance sous un petit volume.

Digitized by Google

713. — **Boîtes de résistances.** — La réunion d'un certain nombre de bobines de résistances, constitue ce qu'on appelle une *boîte de résistances*. Le problème à résoudre dans ce cas, est de pouvoir, en ajoutant en série un certain nombre de ces bobines, obtenir une résistance quelconque représentée par un nombre entier compris entre l'unité et la somme des résistances de toutes les bobines, cette somme devant être obtenue avec le nombre de bobines le plus petit possible. La combinaison qui atteint ce résultat, est celle dans laquelle les résistances individuelles des bobines sont proportionnelles aux nombres de la progression géométrique 1, 2, 4, 8, 16,... dont la raison est 2. Avec 14 bobines graduées suivant ce principe, la dernière aurait 8192 ohms et la somme des résistances de toutes les bobines atteindrait 16383 ohms; entre ces deux limites, on pourrait former une résistance représentée par n'importe quel nombre entier. Supposons par exemple qu'il s'agisse de réaliser une résistance égale à 4175 ohms; on formerait le tableau suivant :

$$4175 = 4096 + 79, \qquad 79 = 64 + 15,$$

$$15 = 8 + 7, \qquad 7 = 4 + 3, \qquad 3 = 2 + 1,$$

d'où

$$4175 = 4096 + 64 + 8 + 4 + 2 + 1.$$

Il est facile de démontrer qu'aucune autre combinaison ne permet d'obtenir tous les nombres entiers compris entre deux limites données, avec un aussi petit nombre de bobines, et cette qualité la ferait certainement préférer à toute autre combinaison si elle était la seule que l'on dût prendre en considération. Mais on voit que la formation d'un nombre exige un petit calcul mental qui ne laisse pas que d'être fatigant lorsqu'il faut le répéter fréquemment dans le cours d'une opération et, de plus, un changement minime dans la résistance peut entraîner des manipulations relativement considérables. Supposons, par exemple, que l'on veuille passer du nombre 4175, choisi comme exemple, au nombre 4176; il faudra supprimer les bobines 1, 2, 4, 8 et les remplacer par la bobine 16. On est donc obligé à un travail mental et à une série de manipulations chaque fois que l'on modifie, même très peu, la résistance en expérience et, comme la mesure exacte d'une résistance entraîne avec elle un cer-

Digitized by Google

tain nombre de tâtonnements, on voit que le mode de graduation des bobines, que nous venons de décrire, est réellement désavantageux à ce point de vue et entraînerait des pertes de temps et une fatigue notables, à moins que toutes les opérations du groupement des bobines ne soient faites à l'aide d'un *combinateur à cadran* composé de quatre manivelles tournant chacune devant un cadran portant les nombres 1, 2, 3, 4,..., 8, 9, 0, et indiquant: la première, les unités; la seconde, les dizaines ; la troisième, les centaines, etc. Il suffirait d'écrire avec ces manivelles le nombre qui représente la résistance que l'on veut introduire dans le circuit pour que la combinaison des bobines nécessaires fût réalisée par le mouvement même des manivelles.

Un tel mécanisme n'est pas impossible à réaliser, mais il serait beaucoup plus compliqué avec ce mode de graduation de bobines qu'avec la graduation décimale dont nous allons maintenant parler.

714. — Boîtes de résistances décimales. — On les construit de deux manières différentes ; dans la première, les résistances des bobines sont représentées (comme les poids des boîtes à poids) par les nombres 1. 2. 2. 5 — 10. 20. 20. 50 — 100. 200. 200. 500 — etc. Il y a donc 4 bobines pour chaque série de bobines représentant un nombre compris entre deux puissances consécutives de 10. Il faudrait donc 16 bobines pour aller jusqu'à 10000 unités.

Toutes ces bobines sont montées en série et peuvent être groupées entre elles de façon à former un total représenté par un nombre entier quelconque, au moyen de l'arrangement représenté par la figure 443. Les fils des bobines B_1, B_2, B_3 sont, comme on le voit soudés par leurs extrémités à des blocs de métal P, P_1, P_2, P_3, ... auxquels on donne fréquemment le nom de *plots* (mot anglais qui signifie morceau de terre) ; ces plots sont isolés les uns des autres, mais ils peuvent être réunis métalliquement au moyen de chevilles en laiton CD, en forme de cône, qui s'ajustent exactement dans des ouvertures demi-circulaires.

Lorsque deux plots consécutifs communiquent ainsi entre eux par une cheville, la résistance qu'ils offrent au passage du courant

Digitized by Google

étant inappréciable, tout se passe comme si la bobine qui les réunit n'existait pas, mais si on enlève la cheville, la résistance de la bobine est immédiatement introduite dans le circuit. Il résulte de là

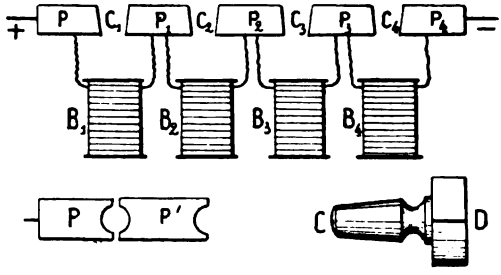


Fig. 443.

que la manœuvre à faire pour que la boîte ait une résistance donnée, consiste à enlever les chevilles dont les nombres totalisés représensent la valeur de cette résistance. Ainsi la résistance de 4176 ohms sera obtenue en enlevant les chevilles correspondantes aux nombres 2000, 2000, 100, 50, 20, 6.

Ce système présente, quoique à un moindre degré, les inconvénients que nous avons signalés à l'occasion des boîtes dont les bobines sont graduées suivant une progression géométrique; il exige un calcul mental chaque fois que l'on veut modifier la résistance représentée par les chevilles déjà enlevées et, presque toujours, il entraîne la manœuvre de plusieurs chevilles, même lorsqu'on ne modifie que très peu la résistance.

715. — **Boîtes à décades.** — Les boîtes à décades n'ont pas les inconvénients que nous venons de signaler, mais elles exigent beaucoup plus de bobines que les boîtes décrites plus haut. Ainsi pour former une résistance de 9999 ohms, elle contiennent 36 bobines, tandis que le système précédent n'en exige que 16 et le système à progression géométrique, 14, et encore avec ce dernier nombre, peut-on aller jusqu'à 16383 ohms. Mais les boîtes à décades présentent une grande facilité de manœuvre et n'exigent aucun calcul; aussi sont-elles de plus en plus préférées aux autres boîtes.

Digitized by Google

La figure 444 représente deux rangées de cinq bobines chacune appartenant à une boîte à décades. Chaque rangée contient 9 bobines identiques entre elles et ayant chacune une résistance de 1 ohm pour

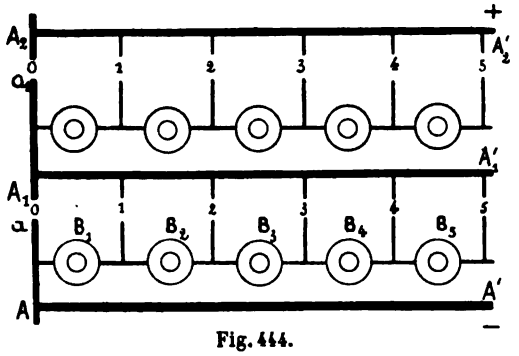


Fig. 444.

la première rangée ou rangée des unités, 10 ohms chacune pour la rangée des dizaines, 100 ohms chacune pour la rangée des centaines et ainsi de suite.

Toutes les bobines d'une rangée sont groupées en série, et l'une des extrémités de la rangée est reliée à une équerre métallique de forte section telle que A'A*a* pour la première rangée, A'_1 A_1 a_1 pour la seconde rangée et ainsi de suite. Ces équerres peuvent être réunies métalliquement entre elles par des chevilles placées entre *a* et A_1, a_1 et A_2, etc, de façon à transformer, quand on le veut, les tronçons A*a*, A_1a_1, A_2a_2, en une barre continue que le courant traverse alors sans passer par les bobines. Mais si on enlève la cheville placée entre *a* et A_1 par exemple, le courant est obligé de passer par les bobines, et encore ne peut-il le faire que si une cheville telle que CD réunit métalliquement le fil de jonction de deux bobines consécutives, par exemplé B_1 et B_2, au côté $A_1A'_1$ de la seconde équerre. La résistance intercalée dans le circuit, sera alors, en ce qui concerne la première rangée, représentée par deux bobines égales chacune à 1 ohm, soit 2 ohms.

Toutes les rangées présentant des arrangements identiques, on voit immédiatement que pour former par exemple la résistance de 4176 ohms, on placera dans la rangée des mille une cheville dans le trou numéroté 4 ; dans la rangée des centaines, une cheville dans le

Digitized by Google

trou numéroté 1, etc...; de sorte qu'il suffira de lire les chiffres correspondant à des chevilles, pour former, par leur juxtaposition, le nombre qui représente la résistance totale.

Fig. 445. — Boîtes de résistances à décades de la Maison Carpentier.

Le nombre total des chevilles nécessaires pour une boîte de 10000 ohms, n'est que de quatre ; mais il faut faire attention, que lorsqu'on enlève une cheville pour modifier la résistance de la rangée dans laquelle elle est située, on interrompt complètement le courant dans la boîte entière, pendant tout le temps que la cheville est enlevée. Cela peut avoir des inconvénients parce qu'il en résulte des secousses violentes pour le galvanomètre qui est toujours relié au circuit lorsque la boîte sert à la mesure des résistances. Aussi doit-on avoir une cheville supplémentaire que l'on place au point marqué O sur la figure, en face de la rangée dont on veut enlever la cheville, et préalablement à cet enlèvement.

La figure 445 représente une de ces boîtes, permettant de faire varier la résistance de 1 à 9999 ohms.

716. — Boîtes de résistances à décades à contacts ou à frotteurs tournants. — Les boîtes à décades sont maintenant très employées en raison des avantages indiqués plus haut, mais on pourrait rendre leur manœuvre bien plus rapide encore, si on les modifiait de la façon suivante. Chaque décade serait enfermée dans un cylindre en ébonite pouvant tourner autour d'un axe horizontal (comme les

Digitized by Google

boîtes qui servent au tirage des loteries) ; sur la surface cylindrique extérieure, seraient appliqués les plots numérotés 1, 2, 3, ... (de la figure 444) qui formeraient ainsi comme une sorte de double jante composée de segments interrompus, et enfin, au lieu de chevilles, ce seraient des frotteurs qui réuniraient temporairement les plots que l'on doit faire communiquer. Ces frotteurs étant fixes et alignés sur une même horizontale, seraient placés immédiatement au-dessous de fenêtres dans lesquelles apparaîtraient les chiffres indicateurs de la résistance mise en circuit dans chaque rangée. La manœuvre à faire pour donner à la boîte une résistance fixée à l'avance, consisterait simplement à faire tourner chaque cylindre jusqu'à ce que le nombre de bobines pour lequel ce cylindre concourt à la résistance totale, fît son apparition dans la fenêtre. Nous verrons bientôt, en parlant du Pont de Wheatstone, qu'une boîte de résistances ainsi disposée, supprimerait toute espèce de tâtonnements dans la mesure d'une résistance inconnue. Il serait d'ailleurs très facile de disposer les balais ou frotteurs, de façon que leur résistance individuelle ne dépassât pas celle des chevilles.

Au lieu de faire tourner les boîtes cylindriques contenant les bobines de résistance devant des frotteurs fixes, on peut faire tourner les frotteurs et laisser les boîtes immobiles, mais on n'a pas alors l'avantage de pouvoir lire, alignés sur une même horizontale, les chiffres du nombre qui représente la résistance totale. Lorsqu'on adopte cette disposition, il est préférable de donner aux frotteurs et aux plots, la forme classique des anciens télégraphes à cadran. Les plots, d'une rangée de neuf bobines, sont disposés suivant une demi-circonférence et les plots de la décade suivante sont alignés sur la seconde moitié de la même circonférence. Les chevilles sont remplacées par des frotteurs liés à des manivelles mobiles autour du carton de la circonférence. La décade des centaines et celle des mille occupent une seconde circonférence placée à côté de la première, de sorte que la partie supérieure de la boîte de résistances présente l'aspect de deux manipulateurs de télégraphe à cadran contenant chacun deux manivelles dont le mouvement angulaire est un peu moindre qu'un demi-tour. La figure 446 représente une de ces boîtes permet-

Digitized by Google

tant de faire varier la résistance de 1 à 9999 ohms. Avec ces sortes de boîtes, le courant n'est jamais rompu pendant que l'on fait varier

Fig. 446. — Boîte de résistance à frotteurs tournants de la Maison Carpentier.

le nombre des bobines intercalées dans le circuit, ce qui constitue un avantage très réel.

717. — Rhéostats continus. — Les bobines de résistance ne permettent de faire varier la résistance d'un circuit, que d'une façon discontinue, or il est souvent nécessaire de faire varier cette résistance par degrés insensibles; on emploie alors des appareils auxquels on a donné le nom de Rhéostats. Ils contiennent tous, comme organe essentiel, un fil dont on fait varier la longueur d'une façon continue, soit au moyen d'un frotteur, soit par tout autre procédé. Le plus simple de tous est le Rhéocorde (fig. 447); il se compose d'un fil rigide fortement tendu AB, sur lequel glisse, appuyé par un ressort, un curseur CD lié à une douille D laquelle glisse également à frottement doux sur une tige PP′ en cuivre et d'une section suffisante pour que sa résistance propre puisse être considérée comme nulle. Les extrémités de cette tige sont d'ailleurs encastrées en P et en P′ dans des blocs de métal fixés sur une planche en bois sur laquelle sont vissées, en *a* et *b*, deux bornes métalliques. Le courant arrivant en *a*, passe par la barre métallique de résistance nulle *a*A, parcourt le fil jusqu'au curseur et du curseur CD revient au bloc P′, passe par la barre de résistance nulle P′*b*, et sort par la borne *b*. La résistance

Digitized by Google

de cet ensemble se réduit en réalité à celle de la longueur AC du fil AB, longueur que l'on évalue au moyen d'une règle divisée en millimètres (non représentée sur la figure) devant laquelle se déplace une aiguille fixée au curseur CD. Si la longueur et la résistance du fil AB ont été mesurées avec soin, il est facile de calculer la résistance de AC.

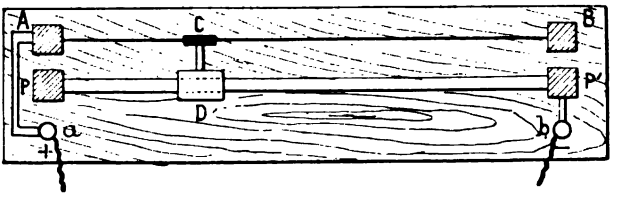


Fig. 447.

Cet appareil est simple et exact, mais il présente l'inconvénient de ne permettre qu'une faible variation de la résistance, parce que le fil AB a nécessairement une longueur très restreinte.

Si on lui donne par exemple une longueur de 2 mètres et un diamètre de 1 millimètre, il sera difficile d'obtenir que sa résistance dépasse notablement 1 ohm, même en employant les alliages les plus résistants. On pourrait, à la vérité, donner au fil un diamètre inférieur à $1^{m}/^{m}$, mais il manquerait alors de rigidité et il serait difficile d'obtenir, entre lui et la curseur CD, un contact satisfaisant et ne présentant pas de résistance appréciable au passage du courant.

718. — Rhéostat de Jacobi. — Lorsqu'on veut donner au fil une grande longueur, et que l'on ne dispose cependant que d'un espace restreint, on a recours à une disposition attribuée à Jacobi et qui consiste à enrouler le fil en hélice sur un cylindre. Si on a, par exemple, un cylindre de 16 centimètres de diamètre et de 50 centimètres de longueur, on peut enrouler à sa surface un fil roulé en hélice dont les spires, espacées de $\frac{1}{2}$ centimètre, sont au nombre de 100 et ont une longueur totale développée de 50 mètres ; un tel fil présenterait facilement une résistance de 30 ohms s'il avait un millimètre de diamètre. Ce genre de rhéostat est d'une manœuvre

Digitized by Google

facile et commode et permet de faire varier la résistance par degrés insensibles, puisqu'une longueur de 1 centimètre du fil choisi comme exemple, a une résistance de $\frac{6}{1000}$ d'ohm seulement. L'appareil comporte deux mouvements distincts ; le premier a pour but de déplacer le curseur de prise de courant parallèlement à l'axe du cylindre, de façon que chaque fois qu'il avance de l'intervalle de deux spires consécutives, la résistance s'accroît brusquement de la valeur d'une circonférence du cylindre, soit $\frac{3}{10}$ d'ohm dans l'exemple choisi. Le second mouvement est une rotation du cylindre, inférieure à un tour complet et que l'on obtient en agissant sur une manivelle terminée par une aiguille qui se déplace devant un cadran divisé en cent parties ; de sorte qu'une division correspond à $\frac{3}{1000}$ d'ohm. Le mouvement de translation du curseur est apprécié à l'aide d'une échelle dont les divisions sont espacées de l'intervalle de deux spires. Grâce à ces deux mouvements, complètement indépendants l'un de l'autre, on peut obtenir presque instantanément et avec une grande exactitude, la résistance que l'on veut à $\frac{3}{1000}$ d'ohm près. Cet appareil a été adopté par M. Cance aux usages industriels, mais en supprimant le mouvement de rotation, de sorte que la résistance varie par sauts brusques dont l'amplitude est égale à $\frac{3}{10}$ d'ohm.

719. — Rhéostat de Wheatstone. — Le rhéostat continu de

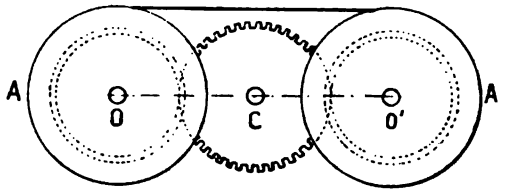


Fig. 448.

Wheatstone se compose de deux cylindres A et A′ parallèles (fig. 448), de même diamètre, de même longueur, et susceptibles de tourner autour de leurs axes respectifs O et O′ avec des vitesses angulaires

Digitized by Google

rigoureusement égales et de même sens, grâce à un jeu de roues dentées qui les rend solidaires. Le cylindre A est entièrement métallique et le cylindre A′ entièrement isolant ; tous deux portent une rainure hélicoïdale dans laquelle s'engage un fil métallique dont la longueur totale est égale à celle de la rainure d'un seul cylindre.

Mais ce fil, au lieu d'être encastré dans la rainure et de faire corps avec un cylindre, comme dans le rhéostat de Jacobi, est simplement *enroulé* sur les deux cylindres auxquels il n'est lié invariablement que par ses extrémités dont l'une est encastrée à l'une des bases du cylindre conducteur, tandis que l'autre est encastrée à la base opposée du cylindre isolant. Il résulte de là que si on fait tourner les deux cylindres du même angle et dans le même sens, la longueur enroulée sur l'un d'eux augmentera tandis qu'elle diminuera d'autant sur le second cylindre. Ceci posé, si un courant entre par l'extrémité encastrée dans le cylindre isolant, il devra parcourir toute la longueur du fil enroulé sur ce cylindre, avant d'arriver au cylindre métallique, mais si le second cylindre communique avec le pôle négatif de la source d'électricité, le courant n'aura évidemment aucune résistance à traverser de ce fait, de sorte que la résistance totale du rhéostat se réduit à celle du fil enroulé sur le cylindre isolant. Elle est donc variable à la volonté de l'opérateur, depuis une très petite quantité (représentée par la distance des axes des deux cylindres), jusqu'à la résistance du fil entier.

Cet appareil est évidemment inférieur à celui de Jacobi qui nous paraît être le meilleur des rhéostats continus, puisqu'il permet de faire varier à volonté la résistance dans des limites très écartées, soit par degrés insensibles, soit instantanément.

720. — **Différentes méthodes de comparaison des résistances.** — Les différentes méthodes de comparaison des résistances sont basées sur l'emploi des appareils suivants :

1° le Galvanomètre différentiel ; 2° le Pont de Wheatstone ; 3° le Comparateur.

Nous allons les étudier successivement dans cet ordre, en faisant remarquer que le pont de Wheatstone est beaucoup plus fréquem-

Digitized by Google

ment employé que les deux autres appareils, parce que le galvanomètre ordinaire est d'un usage plus répandu que le galvanomètre différentiel. Sans discuter ici le mérite comparatif de ces deux méthodes, nous devons dire que notre opinion est que le différentiel est supérieur à tous égards au galvanomètre simple, et que le seul inconvénient qu'il présente est une complication un peu plus grande dans la construction.

Quant au comparateur, son existence même est presque ignorée de la plupart des électriciens et cela est regrettable, car il permet de résoudre tous les problèmes dans lesquels on peut utiliser le galvanomètre ordinaire et le galvanomètre différentiel, et en outre, un certain nombre d'autres dans lesquels ces deux instruments lui sont nettement inférieurs.

721. — Comparaison de deux résistances au moyen du galvanomètre différentiel. — L'application la plus simple que l'on puisse faire du galvanomètre différentiel, est celle de la constatation de l'égalité de deux résistances. Voici comment on dispose l'expérience :

Les deux résistances sensiblement égales AB, A'B' (fig. 449), sont intercalées dans les circuits des bobines G et G' d'un galvanomètre différentiel, de façon que les bornes P et Q étant mises en communication avec les pôles d'une pile, le courant de celle-ci se divise en deux parties sensiblement égales qui traversent les cadres G et G' dans un sens tel, que leurs actions mécaniques sont de signe contraire. Si le galvanomètre a été préalablement réglé (en lançant un même courant dans les deux cadres groupés en série, de façon que les actions de ces deux cadres se détruisent), on reconnaîtra l'égalité des deux courants dérivés qui traversent G et G', à ce que la déviation de l'aiguille aimantée est nulle. Il résulte de cette égalité des deux courants, que si l'on désigne par r et par g les résistances de AB et de G ; par r' et par g' celles de A'B' et de G', on a l'égalité

$$r + g = r' + g',$$

et par conséquent, si l'on a eu soin de rendre égales les résistances g et g',

Digitized by Google

$$r = r'$$

L'une des résistances AB, par exemple, peut être une boîte de résistance ou un rhéostat à curseur, ou, mieux encore, une boîte de résistances suivie d'un rhéostat à curseur, de façon à pouvoir amener à coup sûr, l'aiguille du galvanomètre au zéro.

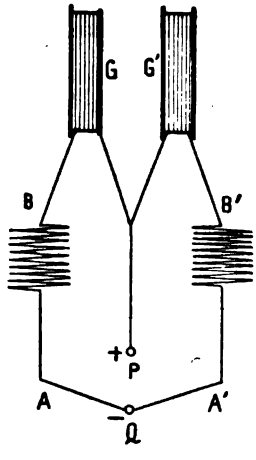


Fig. 449.

Voyons maintenant quelle est la sensibilité de la méthode. Désignons par c le couple produit sur l'aiguille aimantée par le passage, dans un seul cadre, d'un courant égal a 1 ampère ; par ε la *d. d. p.* des points P et Q reliés aux pôles d'une pile ; par Δr la différence $r' - r$ des deux résistances A'B' et AB. Le couple exercé sur l'aiguille par le cadre G, a pour expression

$$cI = \frac{c\varepsilon}{r+g}.$$

Le couple inverse exercé par le cadre G', a pour mesure

$$cI' = \frac{c\varepsilon}{r+\Delta r+g}.$$

Le couple résultant, égal à la différence des deux autres, a donc pour expression

$$c\varepsilon\left[\frac{1}{r+g} - \frac{1}{r+\Delta r+g}\right] = \frac{c\varepsilon\Delta r}{(r+g)^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\Delta r}{r+g}}.$$

Digitized by Google

Nous pouvons considérer $\frac{\Delta r}{r+g}$ comme étant absolument négligeable, de sorte que l'expression de ce couple résultant devient

$$\frac{c\varepsilon\Delta r}{(r+g)^2}.$$

Cherchons maintenant la valeur i du courant qui, en traversant un seul des cadres, produirait le même couple; cette valeur est donnée par l'équation

$$\frac{c\varepsilon\Delta r}{(r+g)^2} = ci,$$

d'où

$$i = \frac{\varepsilon\Delta r}{(r+g)^2} = \frac{\varepsilon}{(r+g)} \cdot \frac{\Delta r}{r+g}.$$

Mais $\frac{\varepsilon}{r+g}$ n'est autre chose que l'intensité I du courant qui traverse le cadre G,

Donc

$$i = \mathrm{I}\frac{\Delta r}{r+g},$$

d'où enfin

$$\frac{\Delta r}{r+g} = \frac{i}{\mathrm{I}}.$$

Or i est l'intensité du courant, la plus faible que l'on puisse apprécier, lorsque le cadre G est seul actif, et I n'a d'autre limite que celle que comporte l'échauffement des conducteurs (bobines, cadres galvanométriques, boîte de résistance). En supposant $\mathrm{I} = 1$ ampère, ce qui est très modéré pour un galvanomètre dont les bobines sont enroulées avec un fil de $\frac{8}{10}$ de millimètre de diamètre, on trouve que, même sans astatiser l'aiguille de l'instrument, il est facile de lire une déviation correspondante à 0,000001 d'ampère, la résistance de la bobine étant de $\frac{1}{4}$ d'ohm environ. On pourrait donc arriver à estimer la fraction $\frac{\Delta r}{r+g}$, même lorsqu'elle descend à une valeur aussi basse que $\frac{1}{1000000}$.

Digitized by Google

Voyons quelle serait l'erreur relative commise sur la mesure d'une résistance très faible, telle que $\frac{1}{5000}$ d'ohm, ce qui est la résistance d'une tige cylindrique en cuivre pur de 1 centimètre de diamètre et de 1 mètre de longueur.

On a

$$\frac{\Delta r}{r+g} = \frac{\Delta r}{r} \cdot \frac{r}{r+g},$$

d'où

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{r+g}{r} \cdot \frac{\Delta r}{r+g} = \left(1 + \frac{g}{r}\right)\frac{i}{I},$$

en prenant

$$\frac{i}{I} = 0{,}000001, \qquad g = 0{,}25, \qquad r = 0{,}0002,$$

on trouve

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{800},$$

résultat extrêmement remarquable, quand on considère que cette erreur relative est commise sur une résistance aussi petite que $\frac{1}{5000}$ d'ohm.

722. — Comparaison de deux résistances ayant entre elles un rapport quelconque. — Le procédé que nous venons de décrire, ne permet de comparer que des résistances égales entre elles. En voici un autre avec lequel on peut comparer des résistances extrêmement dissemblables et qui représente, dans toute sa généralité, l'application du galvanomètre différentiel à la comparaison des résistances. Un courant électrique, emprunté à une source quelconque, entre en C (fig. 450) dans le circuit CAB'A'R', et en sort en C', après avoir traversé une boîte de résistances étalonnées R et une résistance R' dont on veut déterminer la valeur. A l'exception de ces deux résistances R et R', le conducteur qui constitue ce circuit, a une très grosse section, de façon que sa résistance soit absolument négligeable. Les extrémités des circuits des cadres G et G' du différentiel, sont reliées : les premières, aux points A et B' comprenant entre eux la boîte étalonnée ; les secondes, aux points A' et A entre lesquels

Digitized by Google

se trouve la résistance R'. En outre, les circuits B'GDA, A'G'D'A de ces deux cadres, contiennent des bobines de résistances étalonnées

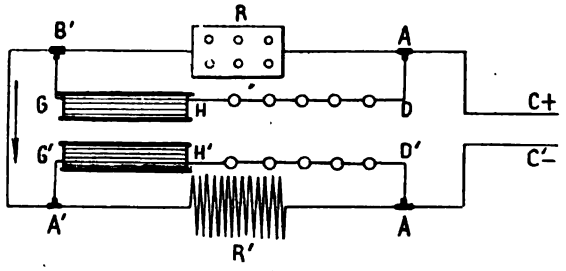


Fig. 450.

représentées en HD, H'D'. Le courant qui entre en C et sort en C', se divise d'abord en A en deux portions qui traversent respectivement les circuits ARB', ADHGB'; puis, après avoir repris dans la région B'A' son intensité totale, il se divise une seconde fois entre les circuits A'R'A, A'G'H'D'A. Nous allons calculer les intensités des portions du courant total qui traversent les cadres G et G', ainsi que le couple résultant auquel l'aiguille aimantée est soumise.

Désignons par r la résistance de R; par g celle de B'GHDA; par r' et g' les résistances analogues des circuits aboutissant au second cadre G'; par I l'intensité du courant total qui entre en C et sort en C'; enfin par c et c' la valeur des couples produits sur l'aiguille aimantée par les cadres G et G', lorsqu'ils sont traversés par l'unité de courant.

Les lois des courants dérivés donnent immédiatement l'intensité du courant qui traverse le cadre G; elle est égale à $\frac{r}{r+g}\mathrm{I}$ et produit, sur l'aiguille aimantée, un couple qui a pour valeur $\frac{cr\mathrm{I}}{r+g}$; de même, le couple produit par le cadre G' a pour expression $\frac{c'r'\mathrm{I}}{r'+g'}$.

Ces deux couples, agissant en sens contraire, le couple résultant est égal à

$$\left(\frac{cr}{r+g}-\frac{c'r'}{r'+g'}\right)\mathrm{I}=\frac{cr(r'+g')-c'r'(r+g)}{(r+g)(r'+g')}\mathrm{I}.$$

Si, comme cela a lieu dans les galvanomètres différentiels bien

Digitized by Google

construits, on a

$$c = c',$$

la valeur du couple résultant devient

$$c \cdot \frac{rg' - r'g}{(r+g)(r'+g')} \mathrm{I}.$$

Il est facile de voir que ce couple est identique à celui qui solliciterait l'aiguille aimantée si un seul des cadres du différentiel était traversé par un courant dont l'intensité serait égale à

$$\frac{rg' - r'g}{(r+g)(r'+g')} \mathrm{I},$$

l'autre cadre étant inactif. Pour que l'aiguille aimantée resté en équilibre sous l'action des deux cadres, il faut que l'on ait

$$rg' - r'g = 0$$

ou

$$\frac{r'}{r} = \frac{g}{g'}.$$

Sous cette forme, l'équation de l'équilibre montre que la mesure du rapport de deux résistances est ramenée à celle du rapport de deux autres résistances qui peuvent être beaucoup plus grandes ou beaucoup plus petites que les premières et qui, étant étalonnées, donnent la valeur du rapport cherché par une simple lecture. Cette équation d'équilibre est identique à celle du pont de Wheatstone; c'est pourquoi nous ne la discutons pas ici puisque nous aurons à la discuter en décrivant ce dernier dispositif.

723. — Comparaison des résistances au moyen du Pont de Wheatstone. — On a donné le nom de Pont de Wheatstone à une combinaison de circuits imaginée par le physicien Ritchie, retrouvée et popularisée par Wheatstone et qui est représentée par la figure 451. Les deux pôles d'une pile P communiquent respectivement avec les sommets A et A′ d'un réseau de conducteurs affectant la forme d'un losange ABA′B′ dont les deux autres sommets BB′, sont reliés entre eux par un conducteur contenant un galvanomètre G. C'est donc un réseau de six conducteurs dont l'un, APA′, contient une

Digitized by Google

force électromotrice ; le problème du Pont consiste à déterminer l'intensité des courants qui traversent chacun de ces conducteurs, en fonction de leur résistance individuelle et de la *f. e. m.* de la pile P.

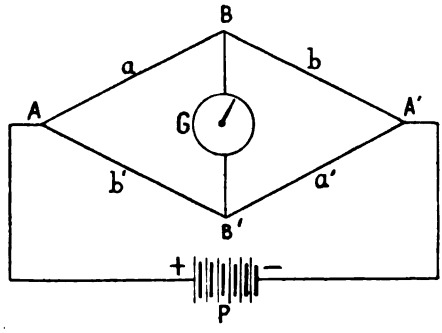


Fig. 451.

On résout cette question au moyen des équations de Kirchhoff qui conduisent à des calculs longs et fastidieux dans le détail desquels nous n'entrerons pas. Nous nous bornerons à donner l'équation qui fait connaître l'intensité du courant dans la diagonale BB′ contenant le galvanomètre G. Nous désignerons par a, b, les résistances des côtés AB, BA′; par b', a', les résistances des côtés AB′, B′A′ et enfin par g et p, les résistances des diagonales BB′ et AA′ qui contiennent respectivement le galvanomètre G et la pile P. L'intensité i du courant dans la diagonale BB′, a pour valeur

$$i = \frac{aa' - bb'}{pg(a+b+a'+b') + g(a+b)(a'+b') + p(b+b')(a+a') + bb'(a+a') + aa'(b+b')} E.$$

Lorsque l'aiguille du galvanomètre G reste au zéro, il en résulte que les résistances des quatre côtés du losange ABA′B′, satisfont à la relation

$$aa' = bb',$$

d'où

$$a' = \frac{b}{a} b'.$$

On voit que cette relation qui permet de déterminer une quelconque des quatre résistances en fonction des trois autres, est identique, au fond, à celle du numéro précédent, bien que les deux métho-

Digitized by Google

des soient très différentes. Mais l'expression du courant qui, traversant un seul cadre du différentiel, produirait la déviation que produit réellement le passage simultané des deux courants, est très différente de celle qui convient au pont de Wheatstone; elle a, en effet, pour valeur (en fonction de E et de p)

$$i = \frac{rg' - r'g}{rg(r' + g') + r'g'(r + g) + p(r + g)(r' + g')} \mathrm{E}.$$

Cette équation montre que, si on ne considère que la position d'équilibre de l'aiguille, l'emploi du galvanomètre différentiel ou du pont de Wheatstone, conduisent à des relations identiques entre la résistance à mesurer et trois autres résistances connues. Mais si, au lieu de supposer que cette position d'équilibre est obtenue en toute rigueur, on admet (ce qui est plus conforme à la réalité) qu'elle n'est atteinte qu'approximativement, les équations qui précèdent montrent que pour une valeur donnée du numérateur, qui serait nul si l'équilibre était rigoureusement atteint, la déviation de l'aiguille est en général très différente dans les deux méthodes. Il est aisé de se convaincre que l'emploi du différentiel donne, toutes choses égales d'ailleurs, une déviation plus grande que celle qui résulte de l'emploi du pont.

724. — Démonstration élémentaire de l'équation du Pont de Wheatstone. — Mais, sans nous arrêter quant à présent, à comparer les avantages respectifs de ces deux méthodes, nous allons montrer que l'on peut arriver très simplement et sans employer les équations de Kirchhoff, à la relation $aa' - bb' = 0$, qui définit l'équilibre de l'aiguille du galvanomètre lorsqu'on se sert du pont.

Désignons en effet par V_1, V_2 et V_3 les potentiels des points A, B, A' ainsi que ceux des points A, B', A', la condition à remplir, quand on applique le pont à la mesure d'une résistance, étant que le potentiel ait la même valeur en B et en B', de façon qu'aucun courant ne circule dans la diagonale BB'. L'intensité du courant dans la branche a, est donnée par l'équation

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{V}_1 - \mathrm{V}_2}{a}.$$

Digitized by Google

Cette intensité a la même valeur dans la branche b, puisque par hypothèse il n'y a aucune dérivation du courant dans BB′; or, l'intensité dans la branche b, a pour expression

$$I = \frac{V_2 - V_3}{b},$$

d'où

$$\frac{V_1 - V_2}{a} = \frac{V_2 - V_3}{b}$$

et

$$\frac{V_1 - V_2}{V_2 - V_3} = \frac{a}{b}.$$

On trouverait de même, pour les branches b' et a',

$$\frac{V_1 - V_2}{V_2 - V_3} = \frac{b'}{a'}.$$

Donc

$$\frac{a}{b} = \frac{b'}{a'}$$

ou

$$aa' = bb',$$

équation identique à celle que nous avons tirée de la valeur de i dans la diagonale BB′.

725. — Réalisation pratique du Pont de Wheatstone. — La mesure d'une résistance au moyen du pont de Wheatstone, se réduit donc à établir entre cette résistance que nous désignerons par a', par exemple, et trois autres résistances étalonnées, un rapport tel que l'on ait $a' = \frac{bb'}{a}$, et on reconnaît qu'il en est ainsi à ce que le galvanomètre G reste au zéro malgré le passage du courant de la pile P, dans l'ensemble des branches du pont.

La branche b' du pont est généralement représentée, dans la réalité, par une boîte de résistances pouvant varier d'unité en unité, depuis 1 ohm jusqu'à 9999 ohms. Les branches b et a que l'on désigne généralement sous le nom de bras de proportion, sont composées chacune de quatre bobines représentant respectivement 10 ohms, 100 ohms, 1000 ohms et 10000 ohms, de sorte que le rapport $\frac{b}{a}$

Digitized by Google

peut varier entre $\frac{10}{10000}$ et $\frac{10000}{10}$. Mais il ne peut prendre, entre ces deux limites extrêmes, qu'un petit nombre de valeurs qui sont toutes des puissances de 10 et qui sont représentées par plusieurs combinaisons différentes; ainsi le rapport 1 est représenté par $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{1000}{1000}$, $\frac{10000}{10000}$, c'est-à-dire de quatre façons différentes, tandis que le rapport 100 n'est représenté que par $\frac{1000}{10}$ et $\frac{10000}{100}$. Il n'est nullement indifférent au point de vue de la précision des résultats, de choisir arbitrairement les valeurs de b et de a, le rapport $\frac{b}{a}$ devant bien entendu avoir une valeur donnée. Nous allons bientôt voir en effet que, la sensibilité du galvanomètre étant donnée à l'avance, il existe entre les grandeurs de a, b, a', b', une relation qui permet d'obtenir la déviation galvanométrique la plus grande possible.

726. — Mesure d'une résistance au moyen du Pont. — Pour mesurer une résistance, on procède de la façon suivante. Il faut d'abord, comme dans tous les genres de mesures possibles, avoir une idée grossièrement approximative de l'ordre de grandeur de la quantité qu'il s'agit d'évaluer. Si elle est comprise entre les limites de la boîte de résistances, on prend d'abord les bras a et b du pont, égaux, et autant que possible de même ordre que la résistance que nous supposerons représentée par la branche a'. On cherche ensuite, en faisant varier la résistance dans la branche a, et en partant des unités de l'ordre décimal le plus élevé qui figurent dans le nombre représentatif de la résistance a', deux unités consécutives entre lesquelles la résistance a', soit certainement comprise (ce que l'on reconnaît au changement de signe de la déviation du galvanomètre). Le premier chiffre à gauche du nombre a' étant ainsi déterminé, on passe aux unités décimales de l'ordre suivant et on procède de même. En opérant ainsi, on arrive très rapidement à déterminer, à un ohm près, la résistance cherchée. Pour bien faire comprendre

Digitized by Google

ce mode opératoire, supposons qu'il s'agisse de mesurer une résistance que l'on sait être comprise entre 100 et 1 000 ohms. On essayera d'abord 1 000 ohms, puis 900, puis 800... ; supposons qu'entre 300 et 200, la déviation de l'aiguille du galvanomètre change de signe. On placera la cheville des centaines sur le nombre 200 et on passera à l'exploration des dizaines, en essayant successivement 9 dizaines, 8 dizaines... ; si entre 7 et 6 dizaines, la déviation du galvanomètre change de signe, on sera averti que le chiffre des dizaines est compris entre 6 et 7. Les deux premiers chiffres significatifs du nombre a', sont donc 2 centaines et 6 dizaines ; on passera ensuite à la détermination des unités et on trouvera par exemple un changement de signe entre 4 et 3 unités. On est certain alors que la partie entière du nombre représentatif de a', est 263.

Ces opérations se font très vite, surtout si l'on possède une boîte de résistances à décades, à contacts tournants, comme celle que nous avons décrite plus haut (716) et si en outre, le galvanomètre est disposé de façon que son équipage mobile ne puisse se mouvoir que de la quantité nécessaire pour accuser nettement le changement de signe. Si cette dernière précaution était négligée, il en résulterait des mouvements très violents de l'équipage mobile et par suite des chocs pouvant amener des avaries.

Ayant ainsi trouvé la partie entière du nombre a', il faut déterminer la partie fractionnaire, si on a besoin de pousser la précision très loin, ou si l'on veut que l'erreur relative, commise dans la mesure, soit inférieure à une certaine limite (qui lorsque la partie entière de a' est petite, nécessite la mesure des dixièmes, des centièmes ou des millièmes d'ohm).

C'est à ce moment qu'il faut faire usage des bras de proportion du pont et, le meilleur moyen de faire comprendre leur utilité, est de continuer à nous servir de l'exemple numérique que nous venons de choisir. Supposons que, après avoir trouvé que la partie entière de a' est représentée par le nombre 263, on veuille pousser la précision jusqu'aux centièmes d'ohm. La boîte de résistances ne contenant pas de bobines ayant moins d'un ohm, on devra multiplier la résistance déjà trouvée (soit 263 ohms) par 100, et donner aux bras

Digitized by Google

de proportion une valeur telle que l'équation $a' = \frac{b}{a} b'$ devienne $a' = \frac{1}{100} b$, de sorte que si pour obtenir l'équilibre du galvanomètre, il fallait donner aux résistances étalonnées de b', une valeur telle que 26357 ohms, on en conclurait

$$a' = \frac{1}{100} \cdot 26357 = 263,57.$$

Mais la somme des résistances étalonnées ne dépassant pas en général 9999 ohms, on voit qu'il serait impossible, dans l'exemple actuel, de pousser la précision jusqu'aux centièmes et que l'on devrait se borner aux dixièmes d'ohm. Il est donc bon, pour ne pas faire de tâtonnements inutiles, de déterminer d'abord la résistance approximativement, pour savoir quelle valeur de $\frac{b}{a}$ on pourra employer. En limitant la précision aux dixièmes d'ohm, on devra prendre d'abord $b' = 2630$ et $\frac{b}{a} = \frac{1}{10}$. Mais ce rapport pouvant être obtenu de plusieurs façons, on choisira b et a de façon que la résistance $(b + a)$ se rapproche le plus possible de la résistance $(b' + a')$, soit $(2630 + 263)$; on prendra donc $b = 100$, $a = 1000$, et on cherchera quelle est la valeur de b' comprise entre 2630 et 2640 qui donne le résultat le plus rapproché de l'équilibre parfait. Supposons que ce soit 2636, on en conclura $a' = 263,6$.

727. — **Détermination rapide de la véritable valeur de la résistance.** — On peut d'ailleurs se dispenser d'avoir recours aux bras de proportion, et déterminer en vraie grandeur, la valeur exacte de a', de la façon suivante. Après avoir constaté que pour $b' = 263$, l'aiguille du galvanomètre dévie d'un côté du zéro, tandis que pour $b' = 264$, elle dévie de l'autre côté, on lira aussi exactement que possible la valeur des divisions devant lesquelles elle s'arrête dans chacun de ces deux cas, et on utilisera une méthode d'interpolation basée sur le raisonnement suivant. Considérons un phénomène physique quelconque dans lequel entrent en jeu une cause, à laquelle nous donnerons le nom de variable indépendante,

Digitized by Google

et un effet qui est une fonction déterminée de la cause, cette fonction étant d'ailleurs inconnue. Si on représente la valeur numérique de la variable par x et celle de la fonction par y, on sait que pour un accroissement très petit Δx de la variable, l'accroissement Δy de la fonction est donné avec une grande approximation, par l'équation

$$\Delta y = \frac{dy}{dx} \Delta x.$$

Il résulte de là, que si on mesure directement la valeur Δy_1 que prend Δy, lorsqu'on donne à Δx une valeur connue Δx_1, on aura

$$\Delta y_1 = \frac{dy}{dx} \Delta x_1,$$

d'où

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$$

et enfin

$$\Delta y = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} \Delta x.$$

Pour bien faire comprendre l'usage de cette équation si simple, admettons que la variable x représente les valeurs successives que l'on donne aux résistances étalonnées du bras b', quand on cherche à réaliser l'équilibre du galvanomètre, et que y représente les déviations de l'aiguille du galvanomètre, correspondantes à chaque valeur de x.

Pour déterminer le coefficient $\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$, on cherche d'abord, comme nous venons de le dire, deux valeurs consécutives de x différant entre elles d'un ohm, et telles que, entre ces deux valeurs, la déviation y du galvanomètre change de signe. On a alors, $\Delta x_1 = 1$.

Quand à Δy_1, on l'obtient directement par la différence des déviations de l'aiguille du galvanomètre.

D'une façon plus générale, supposons que, ayant mesuré les déviations angulaires θ_1, θ_2, correspondantes à des valeurs connues r_1, r_2, de la résistance du bras b', on veuille trouver la résistance r correspondante à une déviation θ comprise entre θ_1 et θ_2, on aura

$$\Delta y_1 = \theta_2 - \theta_1, \qquad \Delta x_1 = r_2 - r_1, \qquad \Delta y = \theta - \theta_1, \qquad \Delta x = r - r_1,$$

Digitized by Google

et enfin

$$(r - r_1) = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}(r_2 - r_1),$$

équation qui résout le problème. Si la graduation du galvanomètre est symétrique par rapport à la position d'équilibre habituel de l'aiguille, on devra prendre $\theta = 0$, et θ_1 devra être affecté du signe —.

Ce procédé, très rapide si les oscillations du galvanomètre sont rapidement amorties, donne des résultats très exacts, comme il est facile de s'en assurer en l'appliquant d'abord à la mesure de la partie fractionnaire d'une résistance et en contrôlant le résultat ainsi obtenu au moyen des bras de proportion du pont. On trouve ainsi une concordance remarquable. Si le galvanomètre ne possède pas de moyen d'amortir rapidement les oscillations, le procédé est encore applicable et il est même encore plus exact, parce qu'on utilise la déviation balistique de l'aiguille et que cette déviation balistique est sensiblement double de la déviation permanente de l'aiguille au repos. Cette particularité curieuse et que l'on ne paraît pas avoir remarquée, tient à ce que le théorème général de la proportionnalité entre les accroissements d'une *cause* et les accroissements d'un *effet*, est toujours vrai quand ces deux accroissements sont petits, quelque grande que soit la complication des phénomènes mis en jeu.

728. — Moyen d'amortir rapidement les oscillations de l'équipage mobile d'un galvanomètre, quand on veut le ramener au zéro. — Lorsque le galvanomètre se compose d'une simple aiguille aimantée très petite, mobile à l'intérieur d'une bobine, il est difficile de le pourvoir de moyens d'amortissement dont l'efficacité soit comparable à celle que possèdent les appareils à cadre mobile, et cela est d'autant plus regrettable que la sensibilité des appareils à circuit fixe, atteint facilement une valeur extrêmement grande. A la rigueur, en utilisant simplement l'élongation balistique de l'aiguille comme nous venons de l'indiquer, l'amortissement deviendrait inutile et même nuisible, mais il serait toujours nécessaire de ramener rapidement l'aiguille au zéro et de l'y fixer sans oscillation.

Digitized by Google

Nous avons imaginé, dans ce but, le moyen suivant. Au galvanomètre ordinaire, composé d'une petite aiguille aimantée *ab* (fig. 452) et d'une bobine cylindre GG, dans le circuit de laquelle passe le courant que l'on veut mesurer, nous avons ajouté une bobine cylindrique BB (vue en coupe) dont l'axe coïncide avec l'aiguille *ab*, de sorte que, si on lance dans le fil de cette bobine un courant d'intensité moyenne, on crée en *ab* un champ magnétique plusieurs centaines de fois aussi intense que celui de la terre et qui produit deux effets distincts : il aimante à saturation l'aiguille *ab*, et la dirige

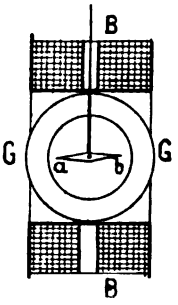


Fig. 452.

énergiquement. On s'arrange d'ailleurs de façon que cette direction coïncide exactement avec celle du méridien magnétique. Il va de soi que ce courant auxiliaire doit être supprimé dès que l'aiguille est ramenée au repos, ce qui se fait très promptement à cause de la grande fréquence des vibrations qu'elle effectue autour de sa position d'équilibre naturel. On sait, en effet, que les vibrations d'un corps animé d'un mouvement oscillatoire, s'éteignent d'autant plus vite qu'elles sont plus rapides. La manière d'opérer avec ce dispositif est très simple ; l'aiguille *ab* étant au repos, et le courant auxiliaire étant supprimé, on lance dans la bobine GG le courant à mesurer ; on lit l'élongation balistique de l'aiguille, puis on lance dans la bobine BB le courant auxiliaire qui ramène immédiatement l'aiguille *ab* au zéro. Lorsqu'on voit qu'elle est devenue parfaitement immobile, on rompt le courant auxiliaire et l'on peut procéder à une nouvelle expérience.

Digitized by Google

Ce dispositif est également très commode dans les tâtonnements préliminaires d'une mesure de résistance. On est exposé en effet, pendant ces tâtonnements, à lancer dans le cadre GG des courants capables d'imprimer à l'aiguille des mouvements violents pouvant amener des désordres dans l'appareil. Ces mouvements violents deviennent impossibles lorsque l'aiguille *ab* est soumise à l'action d'une puissante force directrice. On peut alors, en lançant d'une façon permanente le courant auxiliaire dans BB, chercher très rapidement et sans prendre aucune précaution, les valeurs approximatives des résistances étalonnées entre lesquelles se produit le changement de signe de la déviation de *ab*. Cette première approximation obtenue, on supprime le courant auxiliaire et on procède comme cela a été dit plus haut.

Signalons un autre avantage qui a sa valeur, c'est que l'aiguille aimantée est toujours aimantée à saturation.

Il est à peine besoin de dire que si le galvanomètre était composé de deux aiguilles inversées formant un système astatique, chaque aiguille aimantée devrait avoir son cadre auxiliaire.

729. — Des conditions les plus favorables à la précision d'une mesure de résistance. — Le meilleur moyen de s'assurer du degré de précision d'une mesure, lorsque l'équilibre paraît atteint, est de faire varier d'un ohm la grandeur de la résistance étalonnée b' et de lire l'accroissement positif ou négatif qui résulte pour la déviation de l'aiguille du galvanomètre ; si cet accroissement est appréciable, on peut être certain que l'erreur relative de la mesure est inférieure à $\frac{1}{b'}$. Si, par exemple, les résistances étalonnées introduites dans la branche b', représentent 657 ohms, lorsque l'aiguille du galvanomètre est au zéro, et que, en portant la résistance à 658 ohms ou à 656 ohms l'aiguille dévie de 1 division, il est certain que l'erreur relative de la mesure est inférieure à $\frac{1}{657}$, aussi bien pour la résistance à mesurer que pour la résistance étalonnée.

Si, au lieu d'être simplement appréciable, la déviation de l'aiguille est notable et peut être lue, il est évident que alors la précision de

Digitized by Google

la mesure est bien plus grande ; il est même facile de voir qu'elle est représentée par une fraction ayant pour numérateur l'unité, et pour dénominateur le produit de la résistance étalonnée par le nombre de divisions qui représente la déviation de l'aiguille. Ainsi, si dans l'exemple que nous venons de prendre, l'aiguille semblant être au zéro lorsque la valeur de b' est égale à 657, déviait de 5 divisions lorsque $b' = 658$, on en conclurait facilement que l'erreur relative commise, en prenant $b' = 657$, serait inférieure à

$$\frac{1}{5 \times 657} = \frac{1}{3285},$$

résultat très satisfaisant. Lorsqu'il est impossible d'amener l'aiguille au zéro, on cherche comme nous l'avons expliqué plus haut, les deux valeurs consécutives de b' différant entre elles d'un ohm, pour lesquelles l'aiguille du galvanomètre passe d'un côté du zéro à l'autre, et l'erreur relative a, dans ce cas encore, une limite supérieure égale à $\frac{1}{nb'}$, n étant l'amplitude *totale* du mouvement angulaire accompli par l'aiguille, lorsqu'on change b', résistance insuffisante, en $(b' + 1)$, résistance trop forte.

Il existe enfin un troisième cas, c'est celui où une variation d'un ohm dans la valeur de b', ne produit pas d'effet appréciable sur le galvanomètre ; il faut alors pousser la variation à 10 ohms et si cette dernière variation est également insuffisante, modifier quelque chose dans la disposition du pont. C'est ici que se pose la question théorique suivante : Quelles sont les valeurs que l'on doit choisir pour les résistances a, b, g et p, pour que le courant qui traverse la diagonale g, produise la plus grande déviation possible de l'aiguille, lorsque la résistance étalonnée b' diffère d'une quantité $\Delta b'$ de celle qui satisfait à l'équation d'équilibre

$$b' = \frac{a}{b} a' ?$$

Les calculs nécessaires pour résoudre cette question, sont assez longs et d'un faible intérêt pratique ; car si on voulait se conformer aux résultats que l'on en déduit, il faudrait modifier dans chaque expérience de mesure la résistance du galvanomètre et le groupe-

Digitized by Google

ment des couples de la pile. Or, ces changements ne peuvent se faire que si le galvanomètre comporte plusieurs circuits, ce qui est rarement le cas, et encore le mode de groupement le plus convenable exige-t-il la connaissance préalable de la valeur approchée de la résistance à mesurer. Quant à la pile, on peut supprimer d'emblée toute espèce de condition la concernant en la prenant très peu résistante (comme les accumulateurs), et alors, le moyen le plus simple d'augmenter la précision des lectures, est d'augmenter le nombre des couples qui seront toujours groupés en tension. On peut être certain dans ce cas, que la précision de la mesure est proportionnelle au nombre de couples. Il n'est pas aussi facile de donner à la résistance de l'ensemble des circuits du galvanomètre (supposé muni d'enroulements multiples) celle qui correspond au maximum de sensibilité. La résistance g du galvanomètre dont les enroulements représentent un poids total de cuivre invariable, doit en effet satisfaire à l'équation suivante, lorsqu'on cherche à atteindre le maximum de sensibilité

$$g = \frac{(a' + b)(b' + a)}{a + b + a' + b'}.$$

Or, quel que soit le nombre des circuits indépendants enroulés sur le cadre, et il est difficile d'en mettre plus de quatre, on ne peut presque jamais trouver une combinaison de circuits ayant exactement la résistance donnée par cette équation. Si le nombre des enroulements était de quatre, on ne pourra réaliser que 3 combinaisons, nombre tout à fait insuffisant ; les résistances correspondantes à ces combinaisons seraient, en représentant par 1 celle qui correspond au groupement des quatre circuits en dérivation : 1, 4, 16. La sensibilité du galvanomètre serait alors proportionnelle aux nombres 1, 2, 4, l'intensité totale du courant qui le traverse étant supposée la même.

Il existe encore un élément qui influence la sensibilité, c'est le choix de la diagonale du quadrilatère dans laquelle on place le galvanomètre. On pourrait, en effet, modifier la disposition de la figure 451 en mettant les sommets A et A′ en communication avec le galvanomètre, tandis que les sommets B et B′ communiqueraient avec la

Digitized by Google

pile. L'équation fondamentale d'équilibre $aa' = bb'$, resterait la même, mais, en général, la déviation du galvanomètre, correspondante à une faible variation de b', ne serait pas la même dans les deux cas, et il faudrait naturellement adopter la combinaison donnant lieu au maximum de déviation. Or, pour être fixé à cet égard, il est bien inutile de se livrer à des calculs ; il suffit de faire l'expérience en intervertissant les communications, soit à la main, soit (ce qui est préférable) au moyen d'une clef spéciale qui réalise instantanément les communications nécessaires.

Si on voulait comparer l'exactitude des résultats obtenus à l'aide du pont de Wheatstone, à ceux du galvanomètre différentiel, il faudrait d'abord chercher l'intensité du courant qui, traversant un seul des cadres du différentiel (l'autre étant inactif), produirait le même couple que celui auquel l'équipage mobile est réellement soumis pendant une mesure, et exprimer cette intensité en fonction de la *f. e. m.* de la pile. En utilisant pour cela les formules du n° 723 et en supposant nulle la résistance de la pile, on trouve

$$i = \frac{rg' - r'g}{rg(r' + g') + r'g'(r + g)} E,$$

équation incomparablement plus simple que celle relative au pont de Wheatstone, même quand, dans cette dernière, on suppose $p = 0$.

La comparaison des valeurs de i dans les deux cas, prouve que le galvanomètre différentiel présente, dans la plupart des cas, au point de vue de la sensibilité, une réelle supériorité sur le pont.

730. — Comparaison des résistances au moyen des comparateurs de courant. — Lorsque les extrémités d'un conducteur de résistance R, sont mises en communication avec les pôles d'une source dont la *d. d. p.* est représentée par V, l'intensité I du courant est

$$I = \frac{V}{R}.$$

Si les extrémités d'un autre conducteur de résistance différente R', aboutissent également aux pôles de la source, l'intensité I' du courant dans ce second conducteur, est

Digitized by Google

$$I' = \frac{V}{R'}.$$

On déduit de ces deux équations

$$\frac{R'}{R} = \frac{I}{I'}.$$

Or, la valeur du rapport $\frac{I'}{I}$ peut être connue par une simple lecture au moyen des instruments que nous avons décrits dans le chapitre qui traite des comparateurs de courants. L'expérience peut être disposée comme l'indique la figure 453 dans laquelle AA′ et DD′ représentent deux barres métalliques reliées, l'une au pôle +, l'autre au pôle — d'une pile ou de toute autre source d'électricité ; AB et A′B′, les résistances que l'on veut comparer, et BC et B′C, les deux cadres d'un comparateur quelconque.

Le comparateur ainsi disposé, peut être employé de deux manières différentes : il peut servir à déterminer, presqu'instantanément, le rapport des résistances des deux circuits ABC, A′B′C′, ce rapport pouvant être quelconque, mais alors l'expérience présente une précision d'autant plus faible que le rapport est plus grand, parce qu'il est déterminé par la tangente de la déviation ; ou bien, au contraire, on ajoute à la résistance du circuit, la plus faible des résistances étalonnées jusqu'à ce que le rapport $\frac{I}{I'}$ devienne voisin de l'unité.

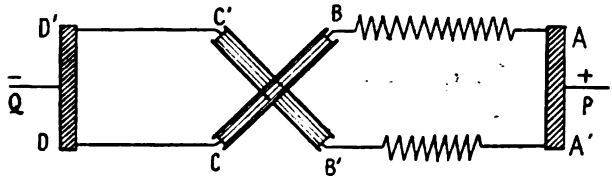


Fig. 453.

La seconde manière de procéder, donne des résultats beaucoup plus exacts que la première, mais elle exige une manœuvre et l'emploi d'une ou même de deux boîtes de résistances (une dans chaque circuit) ; il convient toutefois de remarquer que le rapport $\frac{I}{I'} = \frac{R'}{R}$ étant donné par la lecture de la déviation de l'équipage mobile, il

Digitized by Google

n'est pas nécessaire de donner aux résistances des deux circuits des valeurs exactement égales, et qu'il suffit de faire en sorte que ce rapport diffère de l'unité d'une quantité inférieure à $\frac{1}{10}$ par exemple, ce qui rend les tâtonnements très rapides.

Si on désigne par R la valeur des résistances étalonnées introduites dans ABC; par r la résistance du cadre BC; par x la résistance que l'on veut mesurer et qui est intercalée dans A'B'; par r' la résistance du cadre B'C', on a

$$\frac{I}{I'} = \frac{x + r'}{R + r} = k,$$

d'où

$$x = k(R + r) - r'.$$

Les résistances r et r' des cadres font partie des constantes de construction de l'instrument et peuvent toujours être représentées par des nombres entiers; il suffit, pour cela, d'ajouter au circuit enroulé sur chaque cadre, une bobine de résistance supplémentaire appropriée.

On voit que, connaissant les nombres entiers R, r, r', l'instrument fait connaître la valeur numérique de x (qui peut être fractionnaire) avec une précision relative qui dépend de l'approximation avec laquelle on connaît le nombre k.

731. — Dispositions particulières aux comparateurs destinés à la mesure des résistances. — Dans le chapitre consacré aux comparateurs, nous avons décrit plusieurs dispositions dont le but est la comparaison de courants d'intensité moyenne. Dans le sujet que nous traitons actuellement, le résultat que l'on veut atteindre est différent; il s'agit de comparer des courants généralement faibles, puisqu'ils sont limités par la nécessité de ne pas échauffer les bobines de résistance; aussi convient-il de modifier la construction des instruments que nous avons décrits, de façon à augmenter beaucoup leur sensibilité. Nous allons donc revenir rapidement sur les conditions d'équilibre de l'équipage mobile d'un comparateur.

Rappelons d'abord que cet équipage mobile ne doit être soumis à aucune autre force directrice que celle des courants à comparer.

Digitized by Google

Pour remplir cette condition, il faut : ou s'arranger de façon que sa direction dans l'espace soit invariable, malgré l'action des courants qui le sollicitent ; ou équilibrer toutes les forces directrices telles que actions élastiques ou torsions de fils de suspension, actions magnétiques, telles que celles de la terre. La première solution constitue ce que nous avons appelé la méthode acinétique et nous l'avons, dans de fréquentes occasions, développée suffisamment pour n'y pas revenir.

La seconde solution nécessite l'emploi d'une suspension en fil de cocon et d'un système astatique. Nous supposerons que c'est cette dernière que l'on a choisie, et qu'elle est disposée de la manière suivante : les deux aiguilles aimantées sont égales, situées dans le même plan vertical et reliées entre elles par une tige verticale à laquelle elles sont soudées en leur milieu, et qui est elle-même suspendue à un fil de cocon. L'équipage mobile est donc en réalité identique à celui d'un galvanomètre astatique à deux cadres, tel que celui de Thomson (fig. 454) ; il n'en diffère d'ailleurs que par une seule particularité qui consiste en ce que les deux cadres du comparateur, au lieu d'être situés dans le même plan, sont dans deux plans verticaux différents faisant entre eux un angle que nous désignerons par α et qui est inférieur à un droit. C'est à partir de la bissectrice de cet angle que nous comptons la déviation θ du plan des aiguilles sous l'influence des courants lancés dans chaque cadre.

Pour trouver l'équation d'équilibre de l'équipage mobile, nous admettrons qu'il est rigoureusement astatique, que la torsion du fil de cocon ne donne lieu qu'à un couple absolument négligeable, et que les deux cadres ont un enroulement identique.

Ces conventions faites, il est facile d'établir que, en désignant par c le couple produit par un quelconque des cadres sur l'aiguille aimantée qu'il entoure, lorsque ce cadre est parcouru par l'unité de courant et que le plan vertical passant par l'aiguille se confond avec le plan du cadre ; par I et I', les intensités respectives des courants qui traversent chacun des cadres ; par C et C' les couples réellement produits sur chaque aiguille, dans la position qu'elle occupe réellement, on a

Digitized by Google

$$C = cI\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right), \qquad C' = cI'\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right).$$

L'équation d'équilibre $C = C'$, donne

$$\frac{I'}{I} = \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)}$$

ou

$$\frac{I'}{I} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\theta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta - \sin\frac{\alpha}{2}\sin\theta} = \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta}{1 - \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta}.$$

Si les deux angles $\frac{\alpha}{2}$ et θ ont une faible valeur, on peut écrire, avec une grande approximation

$$\frac{1}{1 - \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta} = 1 + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta,$$

d'où

$$\frac{I'}{I} = \left(1 + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta\right)^2 = 1 + 2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}^2\theta.$$

Mais le troisième terme du second membre peut être considéré comme absolument négligeable, de sorte que l'on a

$$\frac{I'}{I} = 1 + 2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\theta.$$

Toutes les simplifications que nous venons d'introduire dans les expressions successives de $\frac{I'}{I}$, ne sont admissibles que si les angles $\frac{\alpha}{2}$ et θ ne dépassent pas 5 à 6 degrés, mais alors on peut encore simplifier, surtout si le but de cette simplification est non pas de calculer la valeur exacte de $\operatorname{tg}\theta$, mais simplement de se rendre compte de la sensibilité de l'instrument. On a alors

$$\frac{I'}{I} = 1 + \alpha\theta,$$

d'où

$$\theta = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{I'}{I} - 1\right)$$

Digitized by Google

ou, à cause de

$$\frac{I'}{I} = \frac{R}{R'},$$

$$\theta = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R'} - 1\right)^{(1)},$$

équation importante qui montre que, avec ce dispositif, la déviation

Fig. 454. — Galvanomètre Thomson.

θ correspondante à une valeur donnée de $\frac{R}{R'}$, peu différente de l'unité, est en raison inverse de α, c'est-à-dire de l'angle des axes

(1) En désignant par k le rapport $\frac{I'}{I}$, le calcul exact donnerait $\operatorname{tg}\theta = \frac{k-1}{k+1}.\cot\frac{\alpha}{2}$.

Digitized by Google

des deux bobines. Un comparateur de ce type, dans lequel l'angle α serait égal à 1/10 (5°,73), permettrait d'apprécier très rapidement une résistance à 1/20000 près de sa valeur.

Son aspect extérieur serait le même que celui d'un galvanomètre Thomson, représenté par la figure 454, auquel il deviendrait d'ailleurs identique si on faisait $\alpha = 0$.

§ 3. — ÉTUDE DES CAS PARTICULIERS QUI PEUVENT SE PRÉSENTER DANS LA MESURE DES RÉSISTANCES.

Lorsque les résistances sont très grandes, comme celles des corps mauvais conducteurs ; ou lorsqu'elles sont très petites comme celle d'une barre métallique de grande section et de petite longueur, les divers procédés que nous avons décrits dans le paragraphe précédent, conduisent difficilement à des mesures suffisamment exactes, à moins qu'on ne leur fasse subir des modifications qui vont faire l'objet de ce paragraphe. Nous classerons aussi, dans les cas spéciaux, la mesure d'une résistance liquide telle qu'une colonne d'eau acidulée ou non, ainsi que celle d'un conducteur, pendant qu'il est traversé par un courant dont on ignore l'intensité.

732. — Mesure des résistances très grandes. — Lorsqu'il s'agit de mesurer une résistance très grande, il faut, pour qu'elle puisse être faite à l'aide du pont de Wheatstone, qu'elle soit inférieure à 10 millions d'ohms, puisque la valeur absolue maxima des résistances étalonnées est de 9999 ohms et que le rapport $\frac{b}{a}$, des bras de proportion, ne peut dépasser 1000. En admettant ces nombres, on trouve que le courant qui traverse le galvanomètre, lorsqu'on enlève de la boîte un millier d'ohms, c'est-à-dire 1/10 des résistances étalonnées ou, ce qui revient sensiblement au même, lorsque la résistance à mesurer est inférieure de 10 %, à la valeur qui correspond à l'équilibre rigoureux du galvanomètre, on trouve, disons-nous, que le courant qui fait dévier le galvanomètre est sensiblement égal au

Digitized by Google

dixième de celui qui prendrait naissance dans un circuit formé simplement de la pile, du galvanomètre et de la résistance de 10 millions d'ohms. Il serait donc bien plus avantageux, au point de vue de l'exactitude, d'employer ce dernier moyen, et de conclure la résistance du circuit, de la formule $R = \frac{E}{I}$, E étant la *f. e. m.* de la pile, I l'intensité du courant mesuré par le galvanomètre et R la résistance totale de la pile, du galvanomètre et du corps en expérience.

C'est, en effet, à ce moyen que l'on a recours quand il s'agit de la mesure de résistances extrêmement grandes, et on obtient la sensibilité que l'on veut en donnant à E une valeur considérable. Si on obtient par exemple, une déviation égale à 100 divisions, et que la lecture soit faite à une division près, la précision de l'expérience est de 1/100, en considérant, bien entendu, comme négligeables devant la résistance que l'on mesure, celles de la pile et du galvanomètre. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire, pour appliquer ce procédé, de connaître la valeur absolue de l'intensité du courant correspondant à une déviation donnée du galvanomètre, non plus que celle de la *f. e. m.* de la pile. Car lorsqu'on procède à la graduation d'un instrument de ce genre, on emploie pour engendrer le courant (dont une faible dérivation doit faire dévier l'aiguille) une pile telle que la pile Daniell ou la pile Leclanché dont on *suppose* connue la *f. e. m.* La valeur de l'intensité correspondante à une déviation donnée, s'obtient en divisant la valeur hypothétique de la *f. e. m.* par la valeur de certaines résistances étalonnées intercalées dans le circuit, *supposées* connues en ohms ; l'intensité est ainsi évaluée en ampères hypothétiques. Mais il est facile de voir que si l'instrument ainsi gradué est employé à une opération inverse ayant pour but de conclure la résistance d'un circuit de la déviation galvanométrique, les valeurs absolues de l'intensité et de la *f. e. m.* n'ont aucune influence sur le résultat final de l'opération et que ce résultat sera exprimé en unités de même ordre que celles des éléments mis en jeu pendant la graduation. Si donc les résistances employées pendant la graduation sont réellement des multiples connus de l'ohm, le résultat d'une

Digitized by Google

mesure de résistance, pratiquée suivant la méthode expliquée plus haut, sera réellement exprimé en ohms lors même que les *f. e. m.* et que les intensités auraient, en volts et en ampères, une valeur très différente de celle qu'on leur attribue. La seule précaution à prendre est de veiller à ce que les résistances ne soient pas influencées par la température et que les piles employées soient aussi identiques que possibles à elles-mêmes.

La figure 455 montre comment peut être disposée l'expérience,

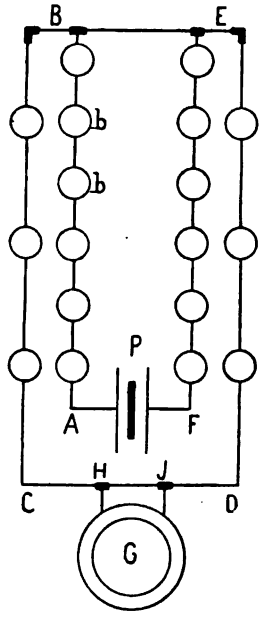


Fig. 455.

dans le double but de contrôler à chaque instant la graduation du galvanomètre et de mesurer la valeur d'une très grande résistance, bien que l'on ne dispose que de résistances étalonnées beaucoup plus faibles. Elle représente la disposition adoptée pour la vérification de la graduation. Le circuit de la pile P est composé des conducteurs AB, FE, le long desquels sont réparties un certain nombre de bobines de résistances *bb* égales entre elles. Il est complété en BE par un rhéostat à curseur dont la résistance peut varier graduellement depuis zéro jusqu'à la valeur d'une des bobines *b*. Ce circuit est

Digitized by Google

donc complètement fermé et parcouru par un courant dont l'intensité a pour valeur $\frac{E}{R_1}$. Un second circuit BCDE, dont les extrémités B, E, coïncident avec celles du rhéostat à curseur, a une résistance également variable au moyen de bobines identiques à celles du premier circuit. En désignant sa résistance par R_2, on trouve facilement que l'intensité I_2 du courant dans ce circuit, est égale à $\frac{Ex}{R_1R_2}$. Enfin le galvanomètre G est *shunté* en JH, sur le second circuit. En désignant par k la fraction du courant I_2 qui le traverse, on a

$$I_3 = \frac{kEx}{R_1R_2},$$

x représentant la résistance du rhéostat à curseur BE.

Le courant I_3 peut avoir une valeur extrêmement petite, car la fraction $\frac{kx}{R_1R_2}$ contient un certain nombre de facteurs auxquels il suffit de donner une valeur modérée, pour que cette fraction elle-même devienne plus petite que toutes quantités données. Ainsi si on prend

$E = 1$ volt ; $x = 1$ ohm ; $R_1 = R_2 = 1000$ ohms ; $k = \frac{1}{100}$;

on trouve

$$I_3 = \frac{1}{10^6}.$$

Le courant aura donc la même intensité que si la pile était mise directement en circuit sur un conducteur dont la résistance serait égale à 10^8 ohms, ou cent millions d'ohms.

Cet exemple nous montre quelle est la manière la plus simple d'appliquer la méthode. C'est d'abord de mesurer la déviation produite par la pile agissant directement sur le galvanomètre non shunté, à travers un circuit composé seulement de la résistance très grande R que l'on veut évaluer ; puis, d'enlever cette résistance, de la remplacer par le dispositif de la figure 455 et de faire varier un ou plusieurs des facteurs k, x, R_1, R_2, jusqu'à ce que la déviation du galvanomètre devienne la même. La résistance inconnue R sera alors donnée par l'équation

$$R = \frac{R_1R_2}{kx}.$$

Digitized by Google

733. — Mesure d'une résistance très grande à l'aide de deux galvanomètres. — Il peut arriver que l'on n'ait pas de piles à sa disposition, ni de résistances étalonnées. On a, dans ce cas, recours à l'emploi simultané de deux galvanomètres dont l'un sert à faire connaître la *d. d. p.* qui existe entre les extrémités de la résistance pendant qu'elle est parcourue par un courant dont l'intensité I est mesurée par un second galvanomètre. L'expérience est alors disposée comme l'indique la figure 456. La résistance à mesurer BC est intercalée dans un circuit ABCFHIJ dont les extrémités sont en communication avec une source quelconque d'électricité qui y produit un courant dont l'intensité est mesurée par le galvanomètre HI. Un

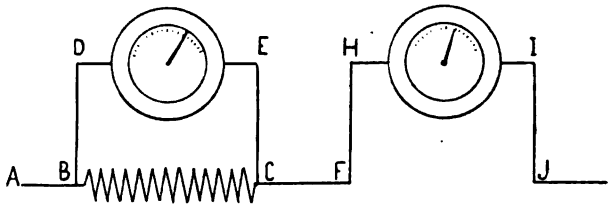


Fig. 456.

second galvanomètre DE est placé en dérivation sur la résistance BC, mais comme il a pour but de faire connaître la *d. d. p.* des points B et C, la plupart des auteurs trouvent plus naturel de le considérer comme devant être gradué en volts. En adoptant cette manière de voir, on arrive immédiatement pour la valeur x de la résistance BC, à l'équation $x = \frac{E}{I}$, E représentant le nombre de volts indiqué par le galvanomètre DE, et I la valeur de l'intensité du courant qui traverse BC et qui est indiquée par le galvanomètre HI.

En réalité, cette équation est inexacte, parce que le courant I ne passe pas entièrement dans la résistance BC; on éviterait facilement cette cause d'erreur en reliant la borne E du galvanomètre DE, non pas à l'extrémité C de la résistance BC, mais à la borne I du galvanomètre HI. En procédant ainsi, l'intensité I mesurée par HI serait bien celle du courant qui traverse BC, mais la résistance calculée par la formule, serait plus grande que BC d'une quantité égale

Digitized by Google

à la résistance du galvanomètre HI, laquelle est d'ailleurs complètement négligeable devant celle de BC que nous avons supposée très grande.

Mais, si au lieu de considérer le galvanomètre DE comme indiquant des différences de potentiel, on donne à ses indications leur véritable signification, c'est-à-dire si on les traduit en ampères, l'expression de la résistance x devient la suivante :

En désignant par g' la résistance du galvanomètre DE monté en dérivation sur la résistance à mesurer BC; par I' l'intensité du courant qui traverse ce galvanomètre; par I l'intensité du courant qui traverse le galvanomètre HI, on arrive facilement à l'équation

$$x = \frac{I'}{I - I'} g',$$

qui montre que l'on pourrait, à la rigueur, se servir d'un galvanomètre unique que l'on placerait successivement en DE et HI, à la condition de remplacer le second galvanomètre par une simple résistance égale à celle du galvanomètre employé, et que l'on intercalerait en HI ou en DE, suivant que le galvanomètre serait intercalé en DE ou en HI. Cette substitution peut évidemment être faite au moyen d'un simple commutateur.

Cette seconde méthode, dans laquelle un seul galvanomètre gradué simplement en parties proportionnelles dont la valeur absolue n'a pas besoin d'être connue, est évidemment supérieure à la précédente qui est préconisée par beaucoup d'auteurs et qui exige l'emploi de deux galvanomètres gradués l'un en volts, l'autre en ampères.

734. — Mesure des grandes résistances au moyen de la décharge d'un condensateur. — Si on réunit les deux armatures d'un condensateur par un conducteur, l'équation qui représente à chaque instant la *d. d. p.* de ces armatures, en fonction du temps écoulé depuis le moment où la communication a été établie, est la suivante (308) :

$$t = CR \log. \frac{V_0}{V},$$

dans laquelle R représente la résistance du conducteur; C la capa-

Digitized by Google

cité du condensateur ; V_0 la *d. d. p.* initiale des armatures du condensateur ; V la *d. d. p.* à l'époque *t*.

On tire de cette équation

$$R = \frac{t}{C \log. \frac{V_0}{V}}.$$

On peut donc déterminer la valeur de R, lorsqu'on connaît la capacité du condensateur et le temps *t* nécessaire pour que la *d. d. p.* devienne une fraction donnée de sa valeur initiale. Si les unités employées sont la seconde et le microfarad, la résistance R sera exprimée en millions d'ohms.

Cette méthode convient surtout à la mesure des résistances extrêmement grandes, telles que celles des corps isolants et on l'applique de la manière suivante.

Les armatures d'un condensateur de capacité connue $\left(\frac{1}{10}\right.$ microfarad par exemple), sont mises en communication permanente avec un électromètre à quadrants et chargées à un potentiel de quatre à cinq mille volts, que l'on obtient facilement avec une petite machine électro-statique de Varley (139).

On tord le fil de suspension de l'électromètre de manière à le ramener au zéro lorsque le condensateur est chargé et séparé de la source d'électricité, et on prend les dispositions nécessaires pour que le mouvement angulaire de l'aiguille, à droite ou à gauche du zéro, soit limité par deux arrêts très rapprochés. On réunit ensuite les armatures du condensateur, au moyen du conducteur dont on veut mesurer la résistance et, à l'instant précis où cette réunion a lieu, on presse le bouton d'un chronomètre à pointage donnant les cinquièmes de seconde. On maintient la communication entre les armatures pendant 100 secondes exactement et, ce temps écoulé, on la supprime brusquement. On constate alors que l'aiguille de l'électromètre n'est plus au zéro et on l'y ramène en diminuant la torsion du fil de suspension. Le rapport des angles de torsion fait connaître immédiatement le rapport $\frac{V_0}{V}$, sans qu'il soit besoin d'avoir gradué préalablement l'instrument. Si l'aiguille et les quadrants sont grou-

Digitized by Google

pés suivant le mode idiostatique (c'est-à-dire si une paire de quadrants et l'aiguille communiquent avec une des armatures du condensateur, tandis que l'autre paire de quadrants communique avec la seconde armature), le rapport $\frac{V_0}{V}$ est égal à la racine carrée du rapport des angles de torsion nécessaires pour ramener l'aiguille au zéro et on a, en vertu des propriétés des logarithmes,

$$R = \frac{2t}{C \log. \frac{\theta_0}{\theta}}.$$

Si on avait par exemple

$$\frac{\theta_0}{\theta} = 2, \qquad C = \frac{1}{10} \text{ de microfarad} = \frac{1 \text{ farad}}{10000000}, \qquad t = 100 \text{ secondes},$$

on aurait

$$\log 2 = 0{,}69$$

(il s'agit ici de logarithme népérien)
et on trouverait

$$R = 2900000000 = 2900 \text{ mégohms}.$$

Cette méthode est la plus précise qu'on puisse employer pour la mesure des très grandes résistances, à la condition toutefois que la charge du condensateur ne puisse passer que par le conducteur en expérience, c'est-à-dire que l'isolement des appareils employés doit être absolument parfaite.

735. — Mesure des résistances très petites. — La mesure des résistances très petites, telles que celle d'une barre de cuivre courte et grosse, présente des difficultés d'ordre inverse de celles que l'on rencontre dans la mesure des grandes résistances, et qui ont pour conséquence l'emploi de moyens qui sont également d'ordre opposé. Ainsi la mesure des grandes résistances doit être faite à l'aide des courants de faible intensité et de hauts potentiels, traversant des galvanomètres ayant beaucoup de spires d'un fil très fin, tandis que la mesure des faibles résistances exige l'emploi de courants relativement intenses et de galvanomètres composés d'un petit nombre de spires de gros fil.

Digitized by Google

En principe, rien ne s'oppose à ce que le pont de Wheatstone serve à la mesure des très petites résistances, mais, pour que cette opération présentât le même degré de précision que celles que l'on effectue habituellement avec ce dispositif, il faudrait que les résistances des quatre branches du pont, fussent du même ordre de grandeur que les résistances à mesurer, c'est-à-dire très petites. Le dispositif le plus simple et le plus pratique, serait de renoncer à l'emploi des bobines intercalées dans les branches du pont, et de les remplacer par des rhéocordes à curseur ayant chacun une résistance pouvant varier d'une manière continue entre 0 et 1 ou 2 centièmes d'ohm. Le galvanomètre intercalé dans une des diagonales devrait avoir une très petite résistance et la pile située dans l'autre diagonale, devrait être capable d'engendrer un courant de plusieurs ampères, et avoir, par conséquent, une très faible résistance intérieure.

Mais l'usage de ponts construits de cette manière, paraît inconnu de la plupart des praticiens, et pour y suppléer, nous avons dû avoir recours aux procédés suivants qui nous ont donné de très bons résultats, puisque nous avons pu mesurer, avec une grande facilité, des résistances inférieures à $\frac{1}{1000}$ d'ohm, sans que l'erreur relative commise dépassât $\frac{1}{1000}$, l'erreur absolue étant, par suite, inférieure à $0^{\omega},000001$.

Premier procédé. — Emploi du galvanomètre différentiel. — Nous avons déjà décrit la manière de mesurer une résistance à l'aide du galvanomètre différentiel (721) ; nous n'avons donc que peu de chose à dire concernant l'application de ce procédé, lorsque la résistance à mesurer est très petite. Dans un même circuit, à faible résistance, alimenté par une pile capable d'engendrer un courant de quelques ampères, on installe en série : 1° un rhéostat continu à curseur, formé d'un gros fil de maillechort étalonné, sur lequel glisse un frotteur à couteau émoussé, permettant d'introduire dans le circuit une longueur connue dudit fil ; 2° le conducteur dont on veut mesurer la résistance. Les extrémités de la portion du fil étalonné intercalée dans le circuit, sont reliées d'autre part aux bornes d'une des bobines d'un différentiel ; les extrémités du conducteur en expé-

Digitized by Google

rience sont reliées également aux bornes de la seconde bobine. Les conducteurs servant à établir ces communications entre les bobines d'une part, le rhéostat et la résistance à mesurer d'autre part, doivent être à résistance réglable, afin d'obtenir leur égalité rigoureuse. Ces conditions préalables étant remplies, on lance le courant dans le circuit composé du rhéocorde et de la résistance en expérience, puis on déplace le curseur du rhéocorde jusqu'à ce que l'aiguille du différentiel revienne au zéro. On a alors, si les résistances des bobines du différentiel sont égales,

$$r = x,$$

r et x désignant respectivement la résistance à mesurer et la résistance variable du rhéocorde.

Second procédé. — Emploi d'un galvanomètre unique et de deux courants distincts. — Proposons-nous de comparer entre elles deux résistances AB, A'B'. Pour cela, formons deux circuits distincts PCAD, P'C'A'D' (fig. 457) alimentés : le premier, par la pile P, le

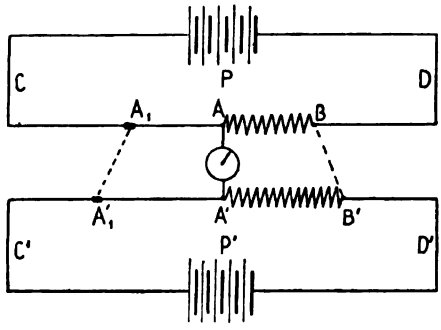


Fig. 457.

second, par la pile P' et joignons un point quelconque A du premier à un point quelconque A' du second, de façon à mettre ces deux points au même potentiel. Plaçons l'une des résistances AB dans le premier circuit et l'autre résistance en A'B' dans le second, les origines de ces deux résistances coïncidant respectivement avec A et avec A'. Désignons par I et I' les intensités des courants, et par r et r' la valeur des résistances correspondantes. La *d. d. p.* des extrémités A et B de la première résistance, a pour valeur rI ; celle des

Digitized by Google

extrémités de la seconde résistance est égale à $r'I'$. Si ces *d. d. p.* sont égales entre elles, aucun courant ne parcourra un fil BB′ au moyen duquel on réunira les extrémités B et B′ des deux résistances ; mais ces *d. d. p.* ont respectivement pour valeur rI et $r'I'$. Donc l'absence de courant dans les côtés AA′, BB′ du quadrilatère ABB′A′, entraîne comme conséquence l'équation

$$rI = r'I'$$

de laquelle on tire

$$\frac{r'}{r} = \frac{I}{I'}.$$

Il est inutile d'avoir recours, pour constater cette absence de courant, à deux galvanomètres intercalés : le premier en AA′ et le second en BB′ ; un seul galvanomètre G suffit, comme on peut facilement s'en rendre compte, car s'il existait un courant dans BB′, il en existerait nécessairement un autre de sens contraire (en vertu des lois de Kirchhoff), dans l'autre conducteur AA′.

La mesure du rapport des résistances r' et r étant ainsi ramenée à celle du rapport des intensités I et I′, on trouve facilement ce dernier en remplaçant les résistances inconnues r' et r par des résistances étalonnées susceptibles de varier d'une façon continue, c'est-à-dire par deux rhéocordes à curseur. Cette comparaison des deux intensités, peut même être faite en même temps que celle des résistances r et r' ; il suffit, pour cela, d'installer les deux rhéocordes : l'un en AA_1, l'autre en A′A′. Les communications AA′ et BB′ étant préalablement établies, et le galvanomètre G restant au zéro, on donne à la résistance étalonnée AA_1 une valeur arbitraire représentée par un nombre entier, et on fait mouvoir le curseur du second rhéocorde jusqu'à ce qu'il occupe une position A'_1, telle que le galvanomètre reste encore au zéro, même lorsqu'on fait communiquer (temporairement à l'aide d'une clef) A_1 avec A'_1. Lorsque cette condition est remplie, on a

$$\frac{I}{I'} = \frac{r'_1}{r_1},$$

r'_1 et r_1 désignant la valeur des résistances étalonnées indiquées par les curseurs A_1 et A'_1. La comparaison de cette équation avec la

Digitized by Google

première, donne

$$\frac{r'}{r} = \frac{r'_1}{r_1}.$$

Pour pouvoir satisfaire à la condition représentée par la première équation, il est nécessaire que l'on puisse faire varier à volonté le rapport $\frac{I}{I'}$ des intensités des deux courants. On y arrive en installant dans chacun des circuits un rhéostat continu (non représentés sur la figure); ces deux rhéostats, bien que distincts, sont reliés mécaniquement entre eux de façon que lorsque la résistance du premier est nulle, celle du second est maxima et inversement; il est facile d'arriver alors, en manœuvrant la manivelle commune à ces deux rhéostats, au résultat cherché, c'est-à-dire d'obtenir que les deux courants I et I', satisfassent à la relation

$$\frac{I}{I'} = \frac{r'}{r}.$$

Lorsque, au lieu de comparer deux résistances inconnues, on veut simplement comparer une résistance inconnue à une résistance étalonnée, la même méthode est applicable en supposant que l'une des résistances inconnues, AB par exemple, est constituée par un rhéocorde et que la résistance à mesurer est représentée par A'B'.

736. — Pont de Wheatstone destiné à la mesure des résistances très petites. — On pourrait disposer le pont de Wheatstone dans le but spécial qui nous occupe, mais en le transformant de la manière suivante : Les trois côtés du quadrilatère contenant des résistances étalonnées, seraient remplacés par des rhéostats à curseur ou rhéocordes dont la résistance maxima serait par exemple de 1/10 ohm; il deviendrait alors très facile de mesurer la résistance placée dans le quatrième côté du quadrilatère, en opérant comme on le fait avec le pont destiné à la mesure des résistances ordinaires, avec cette différence toutefois, que les tâtonnements inévitables auxquels on est obligé de se livrer avec cet appareil, seraient supprimés par l'emploi des rhéostats à curseurs.

En ce qui concerne ces derniers, nous croyons que, au lieu de les

Digitized by Google

constituer à l'aide d'un gros fil le long duquel on fait mouvoir une sorte de couteau émoussé qui sert à établir la prise de courant (717), il serait bien préférable, à tous égards, de remplacer le fil métallique étalonné par un canal creusé dans une substance isolante et rempli de mercure jusqu'à une certaine hauteur. Ce canal aurait une section rectangulaire et sa face inférieure serait rigoureusement horizontale, de façon que l'épaisseur de la couche mercurielle fût exactement la même dans toute sa longueur. En lui donnant une longueur de 1 063 millimètres et une section mercurielle de 1 centimètre carré, il aurait exactement, par définition, une résistance de 1/100 d'ohm légal. Il ne serait d'ailleurs pas indispensable de mesurer la section de ce canal ; il suffirait de peser la quantité de mercure qu'il contient et de s'assurer que son poids est de 1 445^{gr},21. Les prises de courant se feraient au moyen de blocs de fer, l'un fixe, situé à l'extrémité du canal ; l'autre, mobile et d'une section un peu moindre que celle du canal (ce qui n'entraînerait d'ailleurs aucune erreur) et qui remplirait les fonctions de curseur. L'horizontalité rigoureuse du fond du canal, obtenue par des moyens qui sont du ressort de l'artiste en instruments de précision, assurerait la proportionnalité absolue de la résistance et de la longueur de la colonne de mercure, interceptée entre l'origine du canal et le curseur.

737. — **Mesure des très petites résistances par l'emploi du galvanomètre balistique et d'une bobine d'induction.** — La mesure des résistances très petites aurait une précision très limitée si la résistance intérieure de la pile était considérable. Il faut donc, dans les opérations de ce genre, employer des piles à grande surface, ou grouper en dérivation les couples de la pile dont on dispose. Tout ceci équivaut à dire que le courant lancé dans le quadrilatère doit avoir une intensité proportionnée à la précision relative que l'on désire obtenir. Or, on peut obtenir un courant intense, mais à la vérité d'une durée très petite, en se servant d'une bobine d'induction à deux fils ; le fil induit de gros diamètre et de faible résistance, serait mis en communication avec les sommets du quadrilatère qui sont habituellement en communication avec la pile, tandis que le fil induc-

Digitized by Google

teur de faible diamètre et d'une grande longueur, recevrait le courant intermittent d'une pile ordinaire, c'est-à-dire ayant une notable résistance intérieure. Cette bobine contiendrait un faisceau de fils de fer.

Chaque fois que l'on lancerait ou que l'on interromprait le courant de la pile, le fil induit deviendrait le siège d'une *f. e. m.* qui, en raison de la faible résistante du circuit induit et du pont, engendrerait dans ce dernier, un courant instantané très intense, mettant en mouvement une quantité d'électricité égale à $\frac{\mathcal{F}}{R}$, $\mathcal{F}$ étant le flux de force magnétique embrassé par les spires de l'aiguille, et dont la plus grande partie serait due au faisceau de fils de fer.

Au moment de la fermeture ou de la rupture, le galvanomètre situé dans la diagonale, recevrait une impulsion qui, si les résistances des quatre branches du pont n'étaient pas rigoureusement dans les conditions exigées pour l'équilibre, lorsque le courant est permanent (nous supposons que les résistances à mesurer seraient dénuées de self-induction), se traduirait par une élongation bien plus grande que si la pile était employée directement de la manière ordinaire.

Enfin, il est clair qu'à l'aide d'un commutateur tournant, comme ceux dont on trouvera la description dans le chapitre relatif à la mesure des coefficients d'induction, on pourrait envoyer dans le pont, une série de courants induits ayant tous le même sens et qui produiraient, sur le galvanomètre, le même effet qu'un courant continu, à la condition toutefois qu'ils fussent suffisamment nombreux, dans l'unité de temps.

En désignant par n le nombre de fermetures du courant inducteur par seconde, le nombre des ruptures est évidemment le même et, comme la quantité d'électricité mise en mouvement dans le circuit induit est la même lorsque le courant est rompu que lorsqu'il est fermé, la quantité totale d'électricité lancée pendant une seconde dans le circuit du galvanomètre serait proportionnelle à $\frac{n\mathcal{F}}{R}$; elle produirait sur l'équipage mobile, le même effet qu'un courant continu qui entrerait dans le quadrilatère et en sortirait par les sommets

Digitized by Google

où sont attachés les fils de la pile, et dont l'intensité serait numériquement égale à celle de cette expression.

§ 4. — MESURE DE LA RÉSISTANCE D'UN LIQUIDE.

La mesure de la résistance d'une colonne liquide présente des difficultés particulières tenant à ce que tous les liquides conducteurs (le mercure excepté) produisent, au contact des électrodes, une *f. e. m.* que l'on ne peut déterminer rigoureusement et qui rendrait complètement illusoires les mesures prises au moyen des méthodes que nous avons déjà décrites, méthodes qui ne peuvent être appliquées qu'à des conducteurs inertes, c'est-à-dire dans lesquels n'existe aucune *f. e. m.*

Il faut donc appliquer aux liquides conducteurs, des procédés particuliers que nous allons étudier rapidement.

738. — Mesure de la résistance d'un liquide par l'emploi du galvanomètre différentiel. — Soit B et B′ (fig. 458) les deux bobines d'un différentiel groupées en dérivation au point A

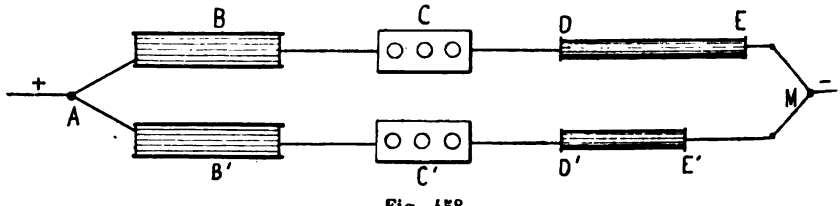


Fig. 458.

et au point M, de sorte qu'un courant fourni par une source quelconque entre en A, se divise en deux parties qui traversent respectivement les circuits ABCDEM et AB′C′D′E′M et sort en M. Chacun de ces circuits contient une boîte de résistances étalonnées C, C′, et un tube en verre DE, D′E′, rempli du liquide dont on veut mesurer la résistance. Ces tubes, de diamètres identiques, n'ont pas la même longueur ou, pour être plus précis, contiennent des électrodes qui interceptent des colonnes de longueurs différentes et par conséquent

Digitized by Google

de résistances différentes, bien que les tubes aient la même longueur. Ils doivent être munis d'accessoires permettant de mesurer exactement, dans chacun d'eux, la distance des électrodes en platine. Pour que le différentiel reste au zéro, il faut que les courants qui traversent les deux circuits parallèles, soient égaux et cette condition est remplie lorsqu'on a

$$\frac{V-e}{R} = \frac{V-e'}{R'},$$

équation dans laquelle V représente la *d. d. p.* des points A et M; e, e', la *f. e. m.* qui prend naissance au contact des électrodes et du liquide dans chacun des circuits; R et R′ les résistances totales de chaque circuit. Si les liquides, les électrodes, et les températures sont identiques, dans les deux circuits, on a évidemment $e = e'$, condition qui entraîne l'égalité des résistances R et R′. Mais chacune de ces résistances est composée de deux parties, une colonne liquide et une boîte de résistances. Désignons par r la résistance de l'unité de longueur de chaque colonne liquide; par l la distance des électrodes dans le tube DE; par l' leur distance dans le tube D′E′; par R_1, R'_1, les résistances des boîtes C et C′. La résistance totale R de la branche BM, sera égale à $R_1 + rl$; celle de la branche B′M, à $R'_1 + rl'$. On a donc l'équation

$$R_1 + rl = R'_1 + rl',$$

d'où on tire

$$r = \frac{R'_1 - R_1}{l - l'}.$$

Cette expérience fait donc connaître la résistance r de l'unité de longueur des colonnes liquides. Pour éviter les tâtonnements, on pourra faire l'expérience de la manière suivante : On donne à la distance des électrodes (dont l'une au moins est mobile dans chaque tube) d'une des colonnes liquides, une valeur de 1 centimètre par exemple, et on donne à la boîte de résistance intercalée à sa suite, la résistance maxima dont elle est susceptible. On annule, au contraire, la boîte de résistance de l'autre branche et on obtient l'équilibre du galvanomètre en augmentant la distance des électrodes de la seconde colonne. La distance des électrodes devant être connue avec précision, leur

Digitized by Google

prolongement extérieur porte une aiguille qui se déplace devant une échelle graduée.

Enfin, dans le but d'éviter des presse-étoupes ou des joints étanches, qui seraient nécessaires avec des tubes horizontaux, il va de soi que les tubes doivent être verticaux.

Cette méthode est évidemment applicable au pont de Wheatstone, il suffit de considérer les branches CM, C'M, comme appartenant à deux des branches du pont qui aboutissent à l'un des sommets en communication avec la pile. Mais il ne faut pas oublier que l'une des conditions de la méthode que nous venons d'exposer, étant que les courants qui traversent les colonnes liquides doivent être égaux, les quatre branches du pont doivent être égales deux à deux. Si cette égalité des courants qui traversent les colonnes liquides n'existait pas, on pourrait craindre, étant donnée la complication des phénomènes de polarisation des électrodes, que les forces électromotrices e et e' ne fussent pas égales.

Comme vérification de l'égalité de e et e', on rompt le courant de la pile après une expérience dans laquelle l'aiguille du galvanomètre est restée au zéro, et on s'assure que l'équilibre subsiste après la rupture ; s'il en était autrement, cela indiquerait que e est différent de e', et cette différence donnerait lieu à un courant dont l'intensité aurait pour valeur

$$i = \frac{e - e'}{R + R'}.$$

739. — **Mesure de la résistance d'un liquide en utilisant la f. e. m. de polarisation comme source d'électricité.** — Les difficultés que présente la mesure de la résistance d'un liquide, provenant de ce que l'on ignore la valeur de la *f. e. m.* de polarisation pendant le passage du courant entretenu dans la colonne par une *f. e. m.* extérieure, nous avons pensé que cette difficulté disparaîtrait en se servant de la *f. e. m.* de polarisation elle-même, pour produire le courant dont le passage est nécessaire à la mesure de la résistance. Voici comment on pourrait procéder :

(*a*) On lance dans la colonne liquide (isolée de tout appareil de

Digitized by Google

mesure) un courant aussi énergique que le permet la source d'électricité dont on dispose.

(*b*) On rompt le courant et on met les électrodes de la colonne liquide en communication avec les armatures d'un condensateur de capacité C, pendant plusieurs secondes, pour être certain qu'il est complètement chargé au potentiel e.

(*c*) On rompt la communication avec le condensateur, et on décharge ce dernier dans un galvanomètre balistique. La quantité d'électricité contenue dans le condensateur a pour valeur Ce, et son passage dans le galvanomètre balistique provoque une élongation qui, s'il est à circuit mobile, permet de calculer la quantité Ce, au moyen de l'équation

$$Ce = \frac{t}{\pi} i_1 \beta,$$

dans laquelle on désigne par : t, la durée de l'oscillation simple du cadre non amorti, sous la seule influence de la torsion des fils ; i_1 l'intensité du courant permanent nécessaire pour maintenir au zéro l'aiguille de l'instrument, quand on tord le fil supérieur de suspension d'un angle égal à 1 (57°,3) ; β l'angle balistique ou élongation due à la décharge du condensateur.

(*d*) On met les deux électrodes en communication avec le même galvanomètre dont on maintient l'aiguille au zéro par une torsion convenable α du fil supérieur. On a alors un courant

$$I = \frac{e}{R},$$

qui fait connaître R. On a, en effet

$$R = \frac{e}{I} = \frac{e}{i_1 \alpha} = \frac{1}{i_1 \alpha} \cdot \frac{t}{\pi C} i_1 \beta = \frac{1}{C} \frac{t}{\pi} \cdot \frac{\beta}{\alpha}.$$

740. — Mesure de la résistance d'un liquide au moyen d'un flux de force magnétique. — Le principal obstacle que présente la mesure de la résistance d'un liquide, étant l'existence d'une *f. e. m.* développée au contact des électrodes qui servent au passage du courant, le moyen le plus simple d'éliminer cette cause d'erreur (qui peut varier d'un instant à l'autre) est d'employer un courant

Digitized by Google

engendré par une *f. e. m.* considérable par rapport à celle que développe le liquide. Si la *f. e. m.* de polarisation est, par exemple, égale à $1^v,5$ et que la *f. e. m.* du courant soit de 1500 volts, on est certain que l'erreur relative résultant de l'existence de la *f. e. m.* de polarisation, ne pourra dépasser $\frac{1}{1000}$. Mais l'emploi d'une *f. e. m.* aussi élevée nécessite un outillage qui n'existe que dans peu de laboratoires. Nous avons donc pensé qu'il serait intéressant de trouver une méthode permettant d'utiliser les courants instantanés engendrés par les bobines d'induction à des potentiels très élevés.

Nous savons que la quantité Q d'électricité engendrée dans un circuit fermé de résistance R, composé d'une seule spire de forme quelconque, embrassant un flux de force variable, a pour expression

$$Q = \frac{\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_0}{R},$$

$\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_0$, désignant les valeurs initiale et finale du flux de force.

Si au lieu d'une spire unique, le circuit en contient plusieurs, il faut remplacer la variation $\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_0$, par la somme des variations du flux dans chacune des spires, de sorte que si le flux a la même valeur dans chacune des N spires, on a

$$Q = \frac{\Sigma(\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_0)}{\Sigma(R)} = \frac{N(\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_0)}{\Sigma(R)},$$

ΣR désignant la somme de toutes les résistances composant le circuit fermé.

Enfin si le flux final $\mathcal{F}_0$ est nul, cette équation se réduit à

$$Q = \frac{\Sigma(\mathcal{F}_1)}{\Sigma(R)} = \frac{N\mathcal{F}_1}{\Sigma(R)}.$$

Si on intercale dans le circuit induit un galvanomètre et une colonne liquide donnant lieu à la production d'une *f. e. m.* de polarisation e, et si le circuit n'est fermé que pendant un temps très court θ, un peu supérieur à la durée du courant induit, la valeur de Q sera légèrement modifiée à cause de l'existence de e. On a alors

$$Q = \frac{\Sigma(\mathcal{F}_1) - e\theta}{\Sigma(R)}.$$

Digitized by Google

Mais

$$\Sigma(\mathcal{F}_1) = \Sigma\int_0^\theta \frac{d\mathcal{F}}{dt}dt = E_m\theta,$$

E_m représentant la valeur moyenne de la *f. e. m.* d'induction pendant le temps θ.

Or, cette valeur moyenne est très supérieure à e, car même dans les bobines d'induction de très petites dimensions, E_m est égale à plusieurs milliers de volts, tandis que e diffère peu de $1^v,5$. On peut donc considérer $e\theta$ comme absolument négligeable en présence de $\Sigma(\mathcal{F}_1)$, et écrire

$$Q = \frac{\Sigma(\mathcal{F}_1)}{\Sigma(R)},$$

équation que nous mettrons sous la forme plus simple

$$Q = \frac{\mathcal{F}}{R}.$$

On pourrait résoudre cette équation par rapport à R, ce qui donnerait

$$R = \frac{\mathcal{F}}{Q}$$

et ramènerait ainsi la détermination de R à celle de $\mathcal{F}$ et de Q.

Mais il est plus simple d'opérer de la manière suivante :

Supposons que l'on forme un circuit composé de la colonne liquide dont on veut mesurer la résistance, d'un galvanomètre balistique contenant un grand nombre de spires, et du fil induit d'une petite bobine d'induction dont on supprime l'interrupteur automatique que l'on remplace par un commutateur à ressort. Ce commutateur entre brusquement en mouvement lorsqu'on presse un bouton et, dans un temps très court $\left(\frac{1}{100}\right.$ de seconde au maximum$\left.\right)$, accomplit les fonctions suivantes :

(*a*) Fermeture du circuit composé du fil induit, de la colonne liquide et du galvanomètre; (*b*) fermeture du courant inducteur; (*c*) mise hors circuit de la colonne liquide et introduction, au lieu et place de cette colonne, d'une résistance non inductive étalonnée; (*d*) rupture du circuit inducteur.

Digitized by Google

Pendant la phase (*b*), le galvanomètre balistique reçoit une impulsion proportionnelle à

$$Q = \frac{\mathfrak{F}}{R},$$

mais avant que l'équipage mobile ait pu éprouver un déplacement appréciable, il reçoit une impulsion de signe contraire proportionnelle à

$$Q' = -\frac{\mathfrak{F}}{R'},$$

R′ représentant la résistance du circuit induit dans lequel la colonne liquide est remplacée par une résistance métallique étalonnée.

Si on a $R' = R$, c'est-à-dire si la résistance étalonnée est équivalente à la résistance liquide, on aura $Q' = -Q$ et la seconde impulsion communiquée à l'équipage mobile, détruira exactement la première, de sorte qu'il paraîtra rester immobile. On devra donc faire varier R′ jusqu'à ce que ce résultat soit obtenu.

Il est facile de démontrer que cette méthode permettrait facilement de déterminer la résistance d'une colonne liquide avec toute la précision désirable. Cette précision pourrait d'ailleurs être accrue de beaucoup, en appliquant le principe de la répétition des impulsions, soit au moyen d'un *multiplicateur d'impulsion*, soit à l'aide d'un commutateur tournant, permettant de faire produire à une série de courants intermittents égaux le même effet que s'ils étaient remplacés par un courant continu, comme nous l'avons déjà indiqué dans plusieurs circonstances.

On pourrait facilement imaginer des variantes de cette méthode consistant à remplacer le galvanomètre ordinaire par un différentiel, et l'emploi d'une résistance étalonnée variable par une résistance constante ; mais alors, dans ce dernier cas, il faudrait faire varier dans un rapport connu la valeur des deux flux de force, direct et inverse, qui ont pour but la production de deux impulsions égales et contraires. Cela nécessiterait l'emploi de bobines induites étalonnées permettant de graduer les flux de force comme on gradue les résistances à l'aide des rhéostats ou des boîtes de résistances ; nous n'insisterons pas davantage sur ce sujet.

Digitized by Google

§ 5. — MESURE D'UNE RÉSISTANCE PENDANT QU'ELLE EST TRAVERSÉE PAR UN COURANT. — MESURE DE LA RÉSISTANCE INTÉRIEURE DES PILES.

741. — Mesure de la résistance d'un conducteur pendant qu'il est traversé par un courant. — Ce problème est facile à résoudre, et il ne présente pas en réalité de difficulté plus grande que celui de la mesure d'une résistance inerte.

Désignons par x la résistance du conducteur et par I l'intensité du courant qui le traverse mais qui, traversant également un circuit dont le conducteur n'est qu'une faible partie, ne saurait être influencé par de légères variations de résistance de ce dernier.

Mettons les extrémités du conducteur en communication avec un galvanomètre sensible de résistance R, très grande par rapport à x, et gradué en parties proportionnelles aux intensités des courants qui le parcourent; l'intensité i du courant dans le galvanomètre aura pour expression

$$i = \frac{x}{R+x} I.$$

Réunissons ensuite, sans enlever le galvanomètre, les extrémités du conducteur par un autre conducteur de résistance connue r; l'intensité du courant du galvanomètre sera modifiée, elle deviendra

$$i' = \frac{rx}{Rr+(R+r)x} I.$$

Le rapport $\frac{i'}{i}$ est égal à

$$\frac{r(R+x)}{(R+r)x+Rr}.$$

Désignons-le par k.

La valeur de x en fonction de R, r et k, sera donnée par l'équation

$$x = \frac{(1-k)Rr}{kR-(1-k)r}.$$

On pourra, connaissant ainsi la valeur de x, trouver l'intensité I

Digitized by Google

du courant, à la condition que le galvanomètre soit gradué en unités rapportées à l'ampère. On a, en effet

$$I = \frac{R + x}{x} i = \left(1 + \frac{R}{x}\right) i = \frac{kR}{(1 - k)r} i.$$

Lorsque la résistance r est très petite par rapport à R, on peut écrire

$$x = \frac{(1 - k)r}{k}$$

ou, en remplaçant k par $\frac{i'}{i}$,

$$x = \frac{i - i'}{i'} r.$$

Mise sous cette forme, l'équation qui fait connaître x, nous montre que cette inconnue est égale à la résistance connue r, multipliée par le rapport de la différence des deux courants i et i', au plus petit d'entre eux. Or ce rapport peut être donné sans calcul, au moyen d'une lecture unique si, au galvanomètre ordinaire, on substitue un comparateur de courants composé de deux cadres situés dans des plans perpendiculaires entre eux, et dont l'un possède deux enroulements identiques. Désignons par 1 et 2 les deux enroulements de ce cadre et par 3 l'enroulement unique du second cadre ; relions les extrémités de 1 aux extrémités du conducteur de résistance x ; les extrémités de 2 à celles d'un second conducteur intercalé en série dans le même circuit que celui dont nous cherchons la résistance, de même résistance que lui (nous allons voir comment on s'en assure) et parcouru par le même courant ; les extrémités de 3 à celles du premier conducteur. Lorsque le courant passe, les extrémités des deux conducteurs présentent entre elles des *d. d. p.* égales, puisque nous avons supposé ces conducteurs égaux ; les courants dérivés dans 1, 2 et 3 seront égaux, parce que les 3 enroulements sont identiques, ont la même résistance, et que la même *d. d. p.* existe entre leurs extrémités.

Les intensités des courants dérivés qui parcourent les deux enroulements du premier cadre, produisant sur l'aiguille aimantée des couples égaux et opposés, le courant du second cadre agit sur cette

Digitized by Google

même aiguille, mais dans une position où le couple est nul parce que, par construction, le plan du second cadre est perpendiculaire au méridien magnétique, tandis que le plan du premier est dans ce même méridien. L'aiguille reste donc au zéro et si elle n'y restait pas, cela indiquerait que les résistances des deux conducteurs ne sont pas égales et alors on agirait en conséquence, jusqu'à ce que l'aiguille marque zéro. Ce premier résultat obtenu, on relie les deux extrémités du premier conducteur par le conducteur supplémentaire dont nous avons désigné, dans les calculs développés plus haut, la résistance par r. Les courants dérivés qui traversent les trois cadres cessent alors d'être égaux ; les enroulements 1 et 3 sont parcourus par le courant que nous avons appelé i', tandis que l'enroulement 2 est parcouru par le courant i; l'aiguille dévie et pour la ramener dans le méridien magnétique (si on emploie la méthode acinétique), il faut faire tourner les cadres du comparateur, autour d'un axe vertical, d'un angle dont la tangente est proportionnelle à $\frac{i-i'}{i'}$, c'est-à-dire à la résistance que l'on veut mesurer. Les variations que le courant I pourrait éprouver pendant l'expérience, ne peuvent avoir aucune influence sur le résultat, parce que si le courant I était multiplié par un facteur m, les courants dérivés i et i' le seraient également et que, par suite, la fraction $\frac{i-i'}{i'}$ ne changerait pas.

742. — Mesure de la résistance intérieure d'une pile ou d'un électro-moteur quelconque. — Méthode basée sur l'expérience de Poggendorff. — Nous avons déjà indiqué, à l'occasion de la mesure de la *f. e. m.* d'une pile, comment on peut mesurer, dans la même expérience, la *f. e. m.* et la résistance intérieure.

Rappelons-la brièvement :

Soit une pile P (fig. 459) dont on veut mesurer la résistance intérieure, et AA′ une portion du circuit d'une pile auxiliaire (ou de toute autre source d'électricité) capable d'entretenir dans AA′ un courant constant pendant la durée de l'expérience, mais que l'opé-

Digitized by Google

rateur peut faire varier à son gré au moyen d'un rhéostat non représenté dans la figure.

En deux points quelconques B et C de AA', on attache quatre conducteurs; les deux premiers aboutissent aux deux pôles d'une pile P, les deux autres aux bornes d'un galvanomètre G. Les pôles de la pile sont disposés de façon que si le courant auxiliaire était supprimé, le courant entretenu par la pile seule dans BC, aurait une direction inverse de celle du courant auxiliaire. Les choses étant ainsi disposées, désignons par V_0 le potentiel du point B; par

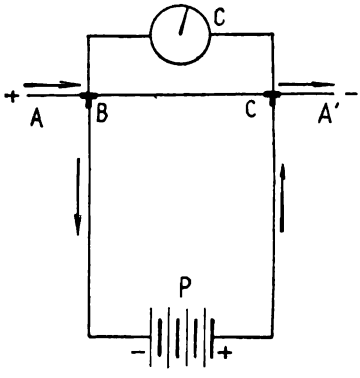


Fig. 459.

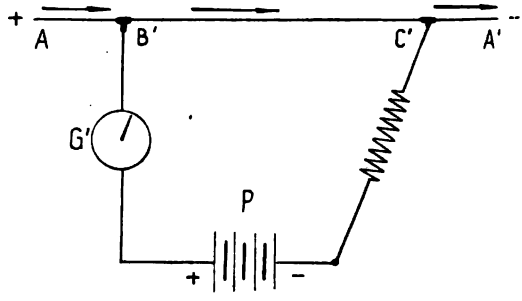


Fig. 460.

V_1 celui du point C; par E la *f. e. m.* de la pile P; par x sa résistance intérieure; par r la résistance collective des conducteurs BP et CP, et cherchons la valeur de l'intensité i du courant qui traverse BPC.

Étant donné que dans cette portion de circuit, la *f. e. m.* de la pile tend à produire un courant de même sens que celui qui existerait si cette *f. e. m.* était supprimée, l'intensité i est donnée par l'équation

$$i = \frac{E + (V_0 - V_1)}{r + x}.$$

On tire de là

$$V_0 - V_1 = (r + x)i - E.$$

Donc, si on fait croître la valeur de 1 et par conséquent celle de i, jusqu'à ce que i atteigne une valeur égale à $\frac{E}{r+x}$, la *d. d. p.*

Digitized by Google

$(V_0 - V_1)$ des points B et C, deviendra nulle, d'où il résulte qu'un conducteur quelconque, tel que BC ou BGC, reliant les points B et C, ne sera plus parcouru par aucun courant lorsque le courant i aura atteint cette valeur, qui est, par conséquent, celle du courant I lui-même, puisqu'aucune portion de ce dernier ne passe par les conducteurs reliant le point B au point C. On est averti que cette condition est remplie, par le galvanomètre G dont l'aiguille revient au zéro. Lorsque ce résultat est atteint, grâce à la manœuvre du rhéostat intercalé dans le circuit de la pile auxiliaire, on est certain que l'intensité du courant I est égale à $\frac{E}{r+x}$, ou à celle du courant que la pile P pourrait entretenir dans le circuit BPC si les points B et C se touchaient.

Cette première expérience faite, et le courant I étant maintenu invariable (ce qui est indiqué par un galvanomètre ou un ampèremètre quelconque qui n'a même pas besoin d'être étalonné), on procède à l'expérience de Poggendorff représentée par la figure 460 et qui consiste, après avoir renversé la direction des pôles de la pile P et placé le galvanomètre en G′, à faire varier la résistance B′C′, jusqu'à ce que G′ revienne au zéro. On a alors $E = r'I$, r' désignant la résistance de B′C′. Remplaçant I par sa valeur $\frac{E}{r+x}$, obtenue au moyen de l'expérience précédente, il vient enfin

$$r' = r + x$$

ou

$$x = r' - r.$$

La résistance r étant celle des conducteurs qui relient la pile P aux points B et C dans la première expérience (et non pas dans la seconde), peut être rendue aussi petite qu'on le veut, puisque la résistance du galvanomètre n'intervient pas.

743. — Mesure de la résistance d'une pile par la comparaison des d. d. p. à circuit ouvert et à circuit fermé. — Désignons par E la *f. e. m.* d'une pile ; par x la résistance intérieure ; par ε la *d. d. p.* aux pôles de cette pile pendant qu'elle entretient le courant d'intensité I dans la résistance extérieure r.

Digitized by Google

Les équations

$$I = \frac{E}{r+x} = \frac{\varepsilon}{r}$$

donnent

$$x = \frac{E-\varepsilon}{\varepsilon} r$$

Mais E est précisément par définition, la valeur de la *d. d. p.* aux pôles, lorsque la pile ne produit aucun courant. Il est donc facile de déterminer x lorsqu'on mesure la *d. d. p.* aux pôles de la pile : 1° à circuit ouvert ; 2° lorsqu'elle est fermée sur la résistance r. Cette mesure peut se faire à l'aide d'un électromètre ou d'un voltmètre électro-magnétique à très grande résistance, ou de la méthode de Poggendorff, ou d'un condensateur chargé mis dans les deux cas en communication avec les pôles de la pile et déchargé ensuite dans un galvanomètre balistique dont les élongations β et β' étant proportionnelles à E et à ε, donnent immédiatement

$$\frac{E-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\beta-\beta'}{\beta'}.$$

Nous renverrons donc le lecteur au chapitre consacré à la mesure des différences de potentiel.

744. — Mesure de la résistance intérieure d'une pile par la comparaison des intensités des courants entretenus successivement dans deux circuits de résistances différentes. — Soit I et I′ les intensités successives entretenues dans deux circuits dont les résistances sont R et R′. On a

$$I = \frac{E}{R+x}, \qquad I' = \frac{E}{R'+x},$$

d'où

$$\frac{I'}{I} = \frac{R+x}{R'+x}.$$

Désignant par k le rapport $\frac{I'}{I}$, on trouve

$$x = \frac{kR'-R}{1-k}.$$

Digitized by Google

Si nous posons

$$\frac{R'}{R} = k',$$

il vient

$$x = \frac{k'k - 1}{1 - k} R,$$

d'où

$$\frac{x}{R} = \frac{k'k - 1}{1 - k}.$$

Sous cette dernière forme, l'équation ne contient que des rapports d'intensités et des rapports de résistances. Nous renverrons donc aux chapitres relatifs à la détermination de ces rapports.

745. — Méthode de Mance (ou du faux zéro). — Dans cette méthode, on mesure la résistance intérieure d'une pile à l'aide du pont de Wheatstone. L'expérience est disposée de la manière suivante : ABCD (fig. 461) est un pont dans lequel AB est la boîte de résistances étalonnées allant de 1 à 10 000 ohms.

AD et DC sont les deux bras de proportion contenant chacun quatre bobines (10, 100, 1 000, 10 000 ohms).

BC est la branche dans laquelle on met habituellement les con-

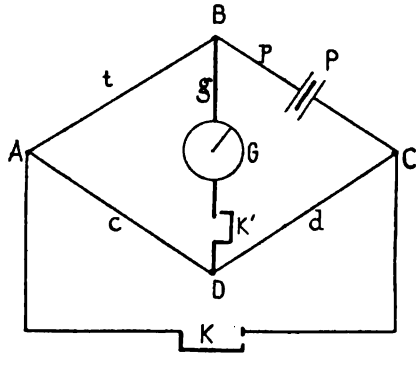


Fig. 461.

ducteurs dont on veut mesurer la résistance et dans laquelle on place actuellement la pile P, dans le même but.

K est une clef permettant de réunir métalliquement les points A

Digitized by Google

et C par un conducteur sans résistance appréciable. La clef K occupe dans cette expérience la place occupée habituellement par la pile dans les mesures de résistances. Il est bon d'avoir aussi une clef K′ dans la branche du galvanomètre, afin de ne fermer définitivement cette branche que lorsqu'on s'est assuré que la déviation du galvanomètre G n'est pas trop considérable.

Les choses étant ainsi disposées, l'expérience se fait de la manière suivante : Après s'être assuré que le galvanomètre n'a pas une déviation trop considérable lorsqu'on abaisse la clef K′, et l'avoir shunté dans le cas contraire, mais de façon que la déviation *soit aussi grande que le permet la graduation*, on laisse K′ abaissé d'une façon permanente et on abaisse la clef K. En général, la déviation du galvanomètre est modifiée de ce fait, mais en ajoutant ou en retranchant des résistances étalonnées dans la branche AB, on arrive à obtenir que la déviation reste exactement la même. Lorsque ce résultat est atteint, on démontre par des calculs faciles, mais trop longs pour être développés ici, que les quatre branches du pont satisfont à la relation ordinaire, correspondant à l'équilibre du galvanomètre, lorsque la branche BC ne contient pas de *f. e. m.* et que la branche AKC contient une pile. C'est-à-dire que l'on a

$$pc = td,$$

d'où

$$p = \frac{td}{c}.$$

746. — Mesure de la résistance d'un galvanomètre au moyen de ce galvanomètre lui-même. — La méthode précédente, bien que destinée surtout à la mesure de la résistance d'une pile, s'applique aussi à celle de la résistance d'un galvanomètre et c'est à ce titre que nous en parlons ici. Remarquons d'abord que la mesure de la résistance d'un galvanomètre par lui-même, pourrait être faite très simplement, en le shuntant au moyen d'une résistance connue et en comparant entre elles ses indications, avec deux shunts différents, le courant total qui sert à l'expérience restant le même dans les deux cas (condition facile à remplir, ce courant étant produit par une pile

Digitized by Google

de un seul couple Daniell, dans le circuit de laquelle on intercalerait des milliers d'ohms). On trouverait ainsi en désignant par r_1 et r_2 les résistances étalonnées qui servent à shunter le galvanomètre dans les deux expériences consécutives ; par x la résistance du galvanomètre ; et par i_1 et i_2 les nombres proportionnels aux intensités des courants qui traversent le galvanomètre, lorsqu'il est shunté avec la résistance r_1 ou avec la résistance r_2,

$$x = \frac{r_1 r_2 (i_2 - i_1)}{r_2 i_1 - r_1 i_2}.$$

Cette valeur de x étant indépendante des valeurs absolues de i_1 et de i_2, puisqu'on peut multiplier ces valeurs par un même nombre sans changer la valeur de x, posons

$$\frac{i_2}{i_1} = k$$

ou

$$i_2 = k i_1,$$

la formule se simplifie et il vient

$$x = \frac{(k-1) r_1 r_2}{r_2 - k r_1}.$$

On voit que, mise sous cette forme, la valeur de x ne dépend que du rapport des intensités $\frac{i_2}{i_1}$ et nullement de leur valeur ; on peut donc se servir d'un instrument gradué simplement en parties proportionnelles.

La méthode suivante due à W. Thomson, permet de mesurer la résistance par un procédé très analogue à la méthode de Mance que nous venons de décrire plus haut. La seule différence consiste en ce que la pile P de la figure 460 est remplacée par le galvanomètre G que l'on enlève de la diagonale BD (dans laquelle on laisse simplement la clef K′ qui permet de faire communiquer directement et à volonté B avec D), et qu'elle est ensuite réinstallée dans la branche AKC. On démontre facilement que lorsque l'équation fondamentale de l'équilibre du pont est satisfaite, c'est-à-dire lorsqu'on a : *Résistance* BC × *Résistance* AD = *Résistance* AB × *Résistance* DC, l'intensité du

Digitized by Google

courant qui traverse la branche BC, reste la même lorsque la clef K′ est fermée ou lorsqu'elle est ouverte.

La manœuvre consiste donc à faire varier la résistance de la branche AB, composée de bobines étalonnées, jusqu'à ce que la déviation du galvanomètre intercalé dans BC, reste invariable pendant que l'on ouvre et ferme alternativement la clef K′.

747. — Mesure de la résistance d'un galvanomètre par la méthode de la déviation constante. — On peut aussi mesurer la résistance d'un galvanomètre par le procédé suivant, dans lequel la déviation de l'aiguille, et par conséquent l'intensité du courant qui le traverse, reste constante ; cette méthode est donc applicable même à un instrument qui ne porte aucune graduation, puisqu'il suffit simplement de maintenir l'aiguille immobile, devant un repère quelconque, pendant l'opération.

Nous supposerons que la pile employée a une résistance maxima de 1 ohm par couple, condition que remplissent très bien les piles Leclanché de modèle moyen, dans lesquelles le vase poreux est supprimé. On commence par intercaler dans le circuit de la pile et du galvanomètre une résistance d'au moins 1 000 ohms et, comme la déviation de l'aiguille serait beaucoup trop grande, on shunte le galvanomètre avec une résistance exactement connue, de façon que la déviation ne dépasse pas la limite que comporte la graduation. On repère exactement cette déviation et on augmente la résistance du shunt (que l'on peut même supprimer complètement) ; la déviation de l'aiguille augmente et, pour la ramener à sa valeur primitive, il faut augmenter aussi la résistance extérieure.

Désignons par R_1 et R_2 la résistance du circuit extérieur compris entre la pile et le galvanomètre dans la première et dans la seconde expérience ; par r_1 et r_2 les résistances correspondantes du shunt ; par x la résistance du galvanomètre et par i l'intensité constante du courant qui le traverse dans les deux expériences.

On trouve immédiatement, en négligeant la résistance intérieure de la pile de *f. e. m.* E,

Digitized by Google

$$i = \frac{r_1 E}{R_1(r_1 + x) + r_1 x} = \frac{r_2 E}{R_2(r_2 + x) + r_2 x},$$

d'où

$$x = \frac{(R_2 - R_1) r_1 r_2}{R_1 r_2 - R_2 r_1},$$

expression que l'on peut mettre sous la forme

$$x = \frac{R_2 - R_1}{\frac{R_1}{r_1} - \frac{R_2}{r_2}}$$

748. — Emploi du galvanomètre apériodique à circuit fixe de M. Marcel Deprez. — Dans presque toutes les méthodes de mesure des résistances, décrites dans ce chapitre, le galvanomètre est exclusivement employé pour reconnaître que deux points d'un circuit sont au même potentiel, ce qui a pour conséquence que le courant qui traverse le circuit de l'instrument est nul, et que l'aiguille reste au zéro.

Dans certains cas cependant (comme dans le procédé de mesure rapide d'une résistance sans tâtonnements au moyen d'une interpolation), on tient compte de la déviation de l'aiguille, et on la considère comme proportionnelle à l'intensité du courant qui la produit. Mais il faut, pour lire cette déviation, attendre que l'équipage mobile soit au repos; dans les galvanomètres à circuit mobile, on n'a généralement que très peu de temps à attendre pour que cette condition soit remplie, à moins que leur circuit n'ait une très grande résistance ou que leur champ magnétique ne soit trop faible ; mais dans les galvanomètres à circuit fixe, où l'aiguille aimantée est très petite et possède un champ magnétique très faible et presqu'insensible dès qu'on s'éloigne d'elle, l'amortissement dû aux courants induits provoqués dans une masse de cuivre, par le mouvement de l'aiguille, est toujours faible.

Aussi les oscillations de l'équipage mobile des appareils à circuit fixe, continuent-elles pendant un temps très long, à moins que l'on n'emploie des amortisseurs liquides présentant des inconvénients qui les ont fait abandonner. En outre, l'usage des amortisseurs

Digitized by Google

empêche l'instrument de servir comme galvanomètre balistique et c'est pourquoi, ainsi que nous le verrons dans le chapitre relatif à la mesure des coefficients d'induction, les galvanomètres à circuit mobile exigent, pour ce genre de mesures, des précautions particulières qui paraissent inconnues de la plupart des expérimentateurs. C'est, à cette faculté d'amortissement si rapide des oscillations, que les galvanomètres à circuit mobile doivent la faveur dont ils jouissent maintenant ; car leur sensibilité est incontestablement moindre que celle des appareils à circuit fixe, parce que, dans ces derniers on peut suspendre l'équipage mobile à un fil de cocon dont la torsion produit un couple prodigieusement petit. Ce mode de suspension est impossible avec les appareils à circuit mobile à moins d'amener le courant par des fils plongeant dans des godets mercuriels, mais ce dernier moyen donne lieu à des forces perturbatrices qu'on ne peut jamais faire disparaître complètement, et qui doivent en faire proscrire l'usage dans les appareils dont on exige une grande sensibilité.

Enfin, les instruments à circuit mobile se prêtent mal à l'emploi du principe du différentiel, et la difficulté deviendrait bien plus grande encore si on voulait les employer à mesurer la résultante des actions de plus de deux courants.

Nous avons cherché à douer les appareils à circuit fixe de cette précieuse qualité d'amortissement que possèdent les appareils à circuit mobile, et nous avons imaginé pour cela une disposition basée sur les considérations suivantes :

Lorsqu'on cherche, ainsi que nous le disions plus haut, à constater que deux points d'un circuit sont au même potentiel et que cette condition n'est pas remplie, l'aiguille du galvanomètre est déviée et cela suffit à l'observateur qui, une fois cette déviation constatée, désire voir l'aiguille revenir le plus rapidement possible au zéro et y rester immobile jusqu'à ce qu'il lance un nouveau courant. Or, on peut arriver très simplement à ce résultat en créant subitement, dès que la déviation est constatée, une puissance directrice considérable agissant sur l'aiguille dans la direction du méridien magnétique, comme le magnétisme terrestre, mais avec une intensité plusieurs centaines de fois aussi grande.

Digitized by Google

L'aiguille reviendra alors au zéro dans un temps très court, après avoir exécuté autour de ce point une série d'oscillations aussi rapides que celles d'un diapason, et qui s'éteindront très rapidement précisément parce que c'est une loi générale que le mouvement vibratoire d'un corps s'éteint d'autant plus vite, que la fréquence en est plus grande.

Pour créer cette force directrice de même direction que celle de la terre, mais incomparablement plus grande, il suffit, ainsi que nous l'avons indiqué au n° 728, d'envelopper la bobine dans laquelle passe le courant qui dévie l'aiguille aimantée (dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique), d'une autre bobine dont l'axe est situé dans le méridien magnétique et qui par conséquent ne peut produire aucune déviation de l'aiguille, lorsque celle-ci est au zéro, quelle que soit d'ailleurs l'intensité du courant lancé dans cette seconde bobine que nous appellerons bobine auxiliaire. C'est seulement lorsque l'aiguille aimantée n'est plus au zéro, que le courant auxiliare exerce sur elle un couple directeur proportionnel au sinus de la déviation de l'aiguille et la ramène au zéro, comme nous venons de le dire ; de plus (et ceci est un avantage important de ce dispositif), il maintient l'aiguille, aimantée à saturation.

Voici comment on emploie cet appareil, lorsqu'il est intercalé dans la diagonale d'un pont de Wheatstone : l'aiguille étant supposée immobile au zéro, et le courant auxiliaire supprimé, on abaisse la clef de l'aiguille du pont ; si ce dernier n'est pas équilibré, l'aiguille dévie ; immédiatement on supprime le courant du pont et on lance le courant auxiliaire qui ramène l'aiguille au zéro ; dès que ses vibrations sont éteintes, on supprime le courant auxiliaire et tout est prêt pour une seconde expérience. On pourrait objecter à ce dispositif qu'il permet bien de fixer rapidement l'aiguille au zéro, mais qu'il ne permet pas de la fixer dans la position d'équilibre qu'elle tendrait à prendre sous l'influence du courant principal seul et que, par conséquent, on ne pourrait l'utiliser pour mesurer l'intensité du courant principal ni pour appliquer la méthode d'interpolation dont nous avons préconisé l'emploi pour mesurer une résistance exactement et sans tâtonnements. Ce dispositif ne paraît donc applicable que

Digitized by Google

lorsque l'aiguille doit être ramenée au zéro. Voici comment on tourne cette difficulté.

Lorsqu'on abaisse la clef du pont, ou plutôt le clef de la diagonale du pont (celle du pont étant déjà abaissée pour permettre au courant de prendre son état permanent afin de supprimer les phénomènes d'induction), l'aiguille est lancée, et si on maintient la clef abaissée et que l'aiguille ne soit soumise à aucune action parasite telle que celle d'un amortisseur, son élongation est double de la déviation statique qui correspond réellement à l'état d'équilibre. C'est cette élongation qu'il faut lire et, dès que l'aiguille est arrivée à l'extrémité de sa course, on relève la clef et on ferme le courant auxiliaire qui ramène l'aiguille au zéro. On pourrait objecter à cette manière d'opérer que la déviation *dynamique* de l'aiguille n'est pas exactement double de la déviation *statique*. Il est facile de supprimer cette cause d'erreur qui n'en est pas une, d'ailleurs, quand il s'agit simplement de faire une interpolation, en graduant l'instrument par ce même procédé de déviation dynamique qu'il ne faut nullement confondre avec l'élongation d'un galvanomètre balistique. Dans ce dernier, en effet, le courant ne doit agir que pendant un temps tellement court que l'aiguille n'éprouve pas, pendant ce laps de temps, un déplacement appréciable, tandis que dans le cas actuel, le courant passe pendant tout le temps que l'aiguille met à accomplir son élongation.

Si le galvanomètre auquel ce dispositif est appliqué, est autoastatique, c'est-à-dire composé de deux aiguilles égales et opposées, il faudra le munir aussi de deux bobines auxiliaires. Il serait donc préférable, au point de vue de la simplicité, d'employer un aimant extérieur destiné à équilibrer l'action du champ terrestre.

Digitized by Google

CHAPITRE ONZIÈME

MESURE DES FLUX DE FORCE MAGNÉTIQUES ET DES COEFFICIENTS D'INDUCTION

---

§ 1. — MESURE D'UN FLUX DE FORCE MAGNÉTIQUE

749. — Mesure du flux de force qui traverse chaque spire d'un enroulement placé dans un champ magnétique. — La quantité d'électricité mise en jeu dans un circuit fermé de résistance r, composé d'une seule spire filiforme entourant un flux de force, a pour expression, lorsque ce flux de force passe de la valeur zéro à la valeur f, ou inversement,

$$q = \pm \frac{f}{r}.$$

Si le circuit contient plusieurs spires, on doit considérer le flux de force entouré par chacune d'elles, comme si les autres spires n'existaient pas, de sorte que la valeur de q devient, en désignant par f', f'', les flux embrassés par les différentes spires et par R la résistance totale de toutes ces spires, ainsi que celle du reste du circuit,

$$q = \frac{f + f' + f'' + \cdots}{\mathrm{R}}.$$

Si toutes les spires sont traversées par le même flux de force, comme cela a lieu dans plusieurs cas, la somme $f + f' + f'' + \cdots$ est égale au produit du nombre n des spires par la valeur f du flux embrassé par chacune d'elles ; on a alors

Digitized by Google

$$q = \frac{nf}{R},$$

d'où

$$f = \frac{Rq}{n}.$$

Si, enfin, les spires sont placées dans un champ magnétique uniforme, tel que celui de la terre, le flux de force qui traverse chacune d'elles, a pour mesure le produit de l'intensité $\mathcal{H}$ du champ par la surface de la projection de la spire sur un plan perpendiculaire à la direction des lignes de force du champ. En désignant par s, s', s'',... les surfaces des spires filiformes qui composent l'enroulement; par α l'angle du plan de chacune d'elles avec la direction du champ, les flux qui le traversent ont pour expressions : $\mathcal{H}s \sin\alpha$, $\mathcal{H}s' \sin\alpha$, $\mathcal{H}s'' \sin\alpha$, ..., de sorte que la quantité d'électricité mise en mouvement dans le circuit lorsque $\mathcal{H}$ ou $\sin\alpha$ passe d'une certaine valeur initiale à zéro, ou inversement, est représentée par l'équation

$$q = \frac{\mathcal{H}s \sin\alpha + \mathcal{H}s' \sin\alpha + \mathcal{H}s'' \sin\alpha + \cdots}{R} = \mathcal{H} \sin\alpha \frac{s + s' + s'' + \cdots}{R}.$$

Dans chacun de ces trois cas, la mesure du flux de force est donc ramenée à celle d'une quantité d'électricité. Or, nous avons exposé en détail les procédés que l'on peut employer pour mesurer une quantité d'électricité dans le chapitre septième, soit au moyen du galvanomètre balistique, soit au moyen du galvanomètre ordinaire traversé par des courants intermittents.

La question qui nous occupe actuellement, peut donc être considérée comme résolue.

La dernière équation

$$q = \mathcal{H} \sin\alpha \frac{s + s' + s'' + \cdots}{R},$$

ne fait pas connaître immédiatement la valeur d'un flux de force, mais bien celle de l'intensité $\mathcal{H}$ d'un champ. Elle donne en effet

$$\mathcal{H} = \frac{Rq}{(s + s' + s'' + \cdots)\sin\alpha},$$

de laquelle on peut déduire d'ailleurs la valeur des flux $\mathcal{H}s \sin\alpha$, $\mathcal{H}s' \sin\alpha$, $\mathcal{H}s'' \sin\alpha$, ..., qui traversent chacune des spires.

Digitized by Google

750. — Mesure du flux total d'un aimant permanent. — Soit AB (fig. 462) un barreau aimanté. Au point neutre C, plaçons une bobine pouvant glisser à frottement doux tout le long du barreau et enroulée d'un fil qui ne décrit qu'un faible nombre de spires aussi serrées que possible. L'enroulement devra occuper, dans le sens de l'axe du barreau, une longueur maxima de 1 centimètre, et dans le sens du rayon 1/2 centimètre à peine. Lorsque la bobine est placée

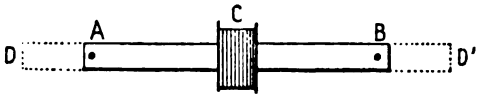


Fig. 462.

au milieu C du barreau, toutes les lignes de force en ce point, étant concentrées à l'intérieur du barreau, chacune des spires de la bobine est traversée, perpendiculairement à son plan, par la totalité du flux de force; si on la fait glisser ensuite le long du barreau de manière à l'amener sur le prolongement de celui-ci, c'est-à-dire en D ou en D', au-delà des pôles A ou B, en des points où les lignes de force sont très espacées et ont une direction presque verticale, la valeur du flux de force qui traverse les spires normalement à leur plan, est réduite à une très petite fraction de flux qui les traverse au point C, de sorte que la variation du flux embrassé est sensiblement égale à ce flux.

Pour que, des indications du galvanomètre balistique, on puisse conclure la quantité d'électricité mise en jeu dans le circuit, il est nécessaire que la durée du trajet de la bobine de C en A ou en B, soit la plus courte possible. Il faut donc lui imprimer un mouvement très rapide au moyen d'un ressort de caoutchouc par exemple. Pour réduire au minimum la durée du parcours de C en B, il est nécessaire que la bobine soit déjà animée d'une grande vitesse lorsqu'elle passe en C; on devra donc la reculer jusqu'en D par exemple (AD étant un rayon non magnétique qui sert simplement de guide à la bobine), de façon que le ressort agissant sur elle pendant le parcours DC, lui imprime une vitesse considérable. Mais le circuit ne doit être fermé que pendant le trajet CD', sans quoi le galvanomètre rece-

Digitized by Google

vrait deux impulsions de signe contraire. Il est facile de satisfaire à cette condition à l'aide d'un léger frotteur métallique fixé à la bobine mobile, et appuyant sur une bande de métal qui complète le circuit du galvanomètre pendant le parcours CD'. Enfin en D', on doit installer un bloc de caoutchouc contre lequel la bobine vient heurter à la fin de sa course et se trouve ainsi réduite au repos sans risquer d'être endommagée.

751. — **Autre méthode pour mesurer le flux total d'un aimant permanent.** — Lorsque le barreau aimanté est courbé en forme de fer à cheval, il n'est plus possible de faire glisser une bobine depuis son point neutre jusqu'à l'un ou l'autre pôle ou, du moins, cette opération ne s'aurait être faite avec la vitesse convenable. On emploie alors la méthode suivante :

On applique aussi exactement que possible contre les faces polaires A et B (fig. 463), qui doivent être bien dressées, une armature parallélépipédique *ab*, d'une section sensiblement égale à celle du barreau aimanté, et portant en son milieu, la bobine *c* dont le fil est relié aux bornes du galvanomètre. Cette armature *ab* doit être munie d'un mécanisme permettant de l'arracher brusquement de l'aimant AB (ainsi que cela a lieu dans les exploseurs magnéto-électriques désignés sous le nom de *coup de poing*) et de l'en éloigner à une distance à laquelle le flux magnétique qui la traverse, dans le sens de sa longueur, puisse être considéré comme négligeable.

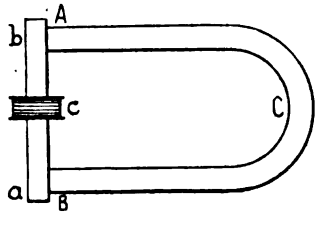


Fig. 463.

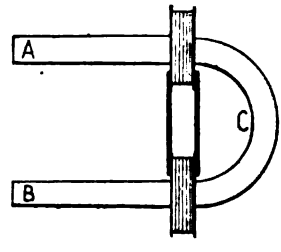


Fig. 464.

Ici encore, la variation du flux de force dans l'intérieur de la bobine, diffère peu de la valeur du flux total.

Cependant, comme il existe le long des branches d'un aimant

Digitized by Google

permanent, même lorsqu'il est muni d'une armature bien appliquée sur les pôles, des flux de force qui vont d'une branche à l'autre perpendiculairement à l'axe de symétrie de l'aimant, on ne peut considérer le flux qui traverse l'armature AB, comme réprésentant le flux *total*. En outre, le flux de force de l'aimant n'est pas le même lorsque ses faces polaires sont réunies par un barreau de fer doux ou lorsqu'elles sont libres. Or, comme c'est ce dernier cas surtout qui est intéressant, nous pensons qu'il vaut mieux avoir recours à la méthode indiquée pour les aimants rectilignes, mais en la modifiant de la façon indiquée par la fig. 464.

On voit que chaque branche porte une bobine : ces deux bobines sont solidarisées par deux lames rigides, en métal non magnétique, et elles sont, avant l'expérience, placées aussi près que possible du point neutre. Au moyen d'un ressort on leur fait parcourir, dans un temps très court, toute la longueur des branches de l'aimant, en ayant soin de grouper préalablement leurs enroulements de façon que leurs effets sur les galvanomètres soient concordants.

La formule qui donne la valeur du flux total d'un aimant avec les trois dispositions que nous venons de décrire, est évidemment celle qui convient au cas où toutes les spires d'une bobine sont traversées par le même flux. On a donc, pour la valeur du flux total de l'aimant

$$f = \frac{Rq}{n},$$

n étant le nombre total de spires de la bobine mobile, lorsqu'il s'agit de barreaux rectilignes, ou bien la somme des nombres de spires des deux bobines (supposées groupées en série), lorsque l'aimant est en forme de fer à cheval.

752. — **Mesure du flux de force d'un électro-aimant.** — Lorsqu'on veut mesurer le flux de force total d'un électro-aimant, le problème est beaucoup plus facile à résoudre que pour un aimant permanent, parce qu'il n'est pas besoin de faire glisser la bobine induite depuis le point neutre jusqu'aux extrémités polaires. Il suffit de la laisser au point neutre et de rompre le courant. La varia-

Digitized by Google

tion du flux de force embrassé par chacune des spires de la bobine, est alors évidemment égale au flux total qui traverse le point neutre situé au milieu de la culasse. Cependant, lorsque les électros-aimants sont de grande dimension, ainsi que cela a lieu dans les puissantes machines dynamo-électriques, ce procédé présente un grave inconvénient qui est dû à ce que la désaimantation des gros électros, loin d'être instantanée, dure plusieurs secondes comme nous l'avons démontré à l'aide de notre galvanomètre à indications rapides (621). Il en résulte que l'impulsion donnée à l'équipage mobile du galvanomètre balistique, ne peut plus être considérée comme n'étant pas accompagnée d'un déplacement appréciable de cet équipage et que, par suite, les équations qui permettent de calculer la quantité d'électricité mise en jeu, deviennent inexactes. En outre, la rupture brusque des courants intenses qui traversent les bobines des inducteurs, bobines douées d'une très grande self-induction, n'est pas chose facile, et présente d'ailleurs des dangers pour l'isolation de l'enroulement. Pour parer à ces inconvénients, il faut : 1° rompre le courant au moyen d'un rhéostat continu (tel qu'un rhéostat liquide) permettant de supprimer graduellement le courant dans un temps qui, bien que très court, est loin de l'instantanéité ; 2° employer un galvanomètre dont l'équipage mobile possède un grand moment d'inertie ; 3° rompre la communication du galvanomètre avec les spires induites, dans un temps très court, après la suppression du courant qui anime l'électro, afin que l'équipage mobile du galvanomètre ne puisse, en vertu du mouvement qui lui est communiqué, engendrer un courant induit qui aurait pour conséquence de diminuer notablement l'angle balistique.

§ 2. — MESURE DES COEFFICIENTS D'INDUCTION.

753. — Différentes méthodes de mesure des coefficients d'induction. — Définitions. — La mesure des coefficients d'induction peut se faire de deux manières différentes : 1° par comparaison avec des bobines-étalons dont le coefficient d'induction est

Digitized by Google

connu ; 2° par l'évaluation du flux de force magnétique embrassé par les spires de la bobine en expérience. Nous allons étudier successivement ces deux procédés, en rappelant d'abord rapidement quelques théorèmes et quelques définitions.

Lorsqu'un courant d'intensité variable, traverse les spires d'un enroulement solénoïdal, la variation d'intensité développe, dans les spires de cet enroulement, une force électro-motrice dont la valeur est donnée par l'équation

$$E_1 = -L\frac{dI}{dt}.$$

Lorsque l'enroulement ne contient pas de noyau de fer susceptible de s'aimanter pendant le passage du courant, le coefficient L est indépendant de l'intensité absolue du courant et représente la force électro-motrice développée par l'induction mutuelle des spires, lorsque l'intensité du courant varie d'une unité pendant une unité de temps. On lui a donné le nom de coefficient de self-induction.

Mais si l'enroulement contient un noyau de fer, la force électromotrice d'induction ne peut plus se mettre sous cette forme simple, et on est obligé de la considérer comme composée de deux parties : la première, due exclusivement au circuit solénoïdal, abstraction faite de l'influence du noyau de fer ; la seconde, due à la variation du flux de force du noyau de fer considéré isolément.

En désignant par $\mathcal{F}$ le flux de force propre à l'enroulement, c'est-à-dire la somme des flux de force embrassés par chacune des spires lorsque le noyau de fer est enlevé ; par $\mathcal{F}'$ la somme des flux de force dus au noyau de fer seul, la force électro-motrice d'induction peut s'écrire ainsi

$$E_1 = -\left(\frac{d\mathcal{F}}{dt} + \frac{d\mathcal{F}'}{dt}\right) = -\left(\frac{d\mathcal{F}}{dI}\cdot\frac{dI}{dt} + \frac{d\mathcal{F}'}{dI}\cdot\frac{dI}{dt}\right).$$

Le terme

$$-\frac{d\mathcal{F}}{dI}\cdot\frac{dI}{dt},$$

qui représente la *f. e. m.* due à l'enroulement seul, devient identique à la première valeur donnée plus haut si on pose

$$L = \frac{d\mathcal{F}}{dI}.$$

Digitized by Google

Le second terme

$$-\frac{d\mathcal{F}'}{dI}\cdot\frac{dI}{dt},$$

ne pourrait se mettre sous la même forme que si l'on avait $\frac{d\mathcal{F}}{dI} = constante$, ce qui ne pourrait avoir lieu que si l'accroissement du flux de force magnétique d'un barreau était proportionnel à l'accroissement de l'intensité du courant. Or nous savons qu'il n'en est pas ainsi. Nous devons donc conclure de là que le coefficient de self-induction d'une bobine n'a une valeur bien définie, que lorsque cette bobine ne renferme pas de noyau de fer.

Il en est de même de ce qu'on appelle le coefficient d'induction mutuelle de deux bobines, que l'on désigne généralement par la lettre M, et qui est défini par l'équation

$$E_2 = -M\frac{dI}{dt},$$

dans laquelle E_2 représente la *f. e. m.* développée dans une bobine placée à proximité de celle qui est parcourue par le courant I.

Ces deux coefficients L et M ont donc une valeur indépendante de celle du courant, dans un seul cas : celui où les bobines ne contiennent pas de noyau de fer. Dans le cas contraire, on peut cependant les regarder approximativement comme constants, à la condition que le flux de force magnétique induit dans le noyau de fer, ne dépasse pas 5000 unités par centimètre carré.

754. — **Mesure du coefficient de self-induction d'une bobine par comparaison avec une autre bobine prise pour étalon.** — Nous étudierons d'abord les procédés qui permettent de comparer les coefficients d'induction de deux bobines. Mais pour cela, il est nécessaire que l'on sache construire une bobine possédant un coefficient de self-induction donné à l'avance et pouvant être calculé au moyen des seules dimensions de l'enroulement de cette bobine. On peut y arriver de deux manières : au moyen d'une bobine rectiligne très longue par rapport à son diamètre ; le coefficient de self-induction d'une telle bobine peut être calculé avec une

Digitized by Google

approximation d'autant plus grande que le rapport de sa longueur à son diamètre a une valeur plus considérable. Le second procédé consiste dans l'emploi d'une bobine en forme de tore et présente l'avantage de permettre de calculer rigoureusement la valeur du coefficient L.

Calcul du coefficient de self-induction d'une bobine rectiligne. — Manière de la construire : Soit une bobine rectiligne très longue, sur laquelle est enroulé un conducteur décrivant n_1 spires complètes par unité de longueur de la bobine, comptée parallèlement à l'axe. Lorsque ce conducteur est traversé par un courant d'intensité I, le champ magnétique créé à l'intérieur de la bobine est uniforme et sa valeur est donnée par l'équation $h = 4\pi n_1 I$ (403). Il en résulte que le flux total f de force magnétique embrassé par une seule spire, a pour valeur moyenne (507) $f = sh$, et que la force électro-motrice moyenne développée dans une spire, par une variation dI du courant, est égale à

$$\frac{df}{dt} = s\frac{dh}{dt}.$$

La somme des forces électro-motrices développée dans les n_1 spires, est donc donnée par l'équation

$$e_1 = n_1\frac{df}{dt} = n_1 s\frac{dh}{dt}.$$

Mais

$$h = 4\pi n_1 I,$$

d'où

$$\frac{dh}{dt} = 4\pi n_1\frac{dI}{dt},$$

et enfin

$$e_1 = 4\pi n_1 s\frac{dI}{dt}.$$

D'autre part, si on désigne par L_1 le coefficient de self-induction d'une portion de la bobine ayant une longueur égale à l'unité, on a

$$e_1 = L_1\frac{dI}{dt}.$$

Il résulte de là

$$L_1 = 4\pi n_1^2 s.$$

Digitized by Google

Cette formule contient deux causes d'erreur qui sont dues : la première à ce que la bobine n'est pas infiniment longue par rapport à son diamètre, et la seconde, à la substitution de la surface de la spire moyenne à la somme des surfaces des spires de rayons croissants, contenues dans un même plan perpendiculaire à l'axe de la bobine. La première cause d'erreur peut être atténuée autant qu'on le veut, par l'emploi d'une bobine ayant une longueur aussi grande que possible, et nous savons que l'erreur commise sur la valeur du champ magnétique diminue très rapidement quand le rapport de la longueur au diamètre augmente.

Quant à la seconde cause d'erreur, on peut la supprimer facilement à la condition de regarder n_1 comme représentant, non pas le nombre *total* des spires contenues dans l'unité de longueur, mais seulement celui des spires contenues par unité de longueur dans *une seule couche* de fil, et de remplacer les formules précédentes par celle-ci (qui est aussi facile à démontrer), dans laquelle n'_1 représente le nombre de spires contenues entre deux plans parallèles, perpendiculaires à l'axe de la bobine et séparés par un intervalle égal au diamètre du fil recouvert de son isolant, et s_1, s_2, s_3, ... les surfaces embrassées respectivement par les spires 1, 2, 3, ..., le numérotage des spires ayant lieu de l'intérieur à l'extérieur,

$$e_1 = 4\pi n_1^2 n'_1 \Sigma s \frac{dI}{dt},$$

d'où

$$L_1 = 4\pi n_1^2 n'_1 \Sigma s.$$

Dans ces deux formules, Σs représente la somme des termes de l'expression

$$(2n'-1)s_1 + (2n'-3)s_2 + (2n'-5)s_3 + \cdots + 3s_{n'-1} + s_{n'}.$$

Il est facile de constater que ces deux formules donnent des résultats qui diffèrent d'autant moins de ceux des deux autres, que l'épaisseur de l'enroulement est plus faible.

Le coefficient de self-induction de la bobine entière est approximativement égal au produit de L_1 par la longueur de la bobine, et l'erreur commise, en admettant qu'il en est ainsi, est d'autant plus petite que la bobine est plus longue.

Digitized by Google

Calcul du coefficient de self-induction d'une bobine toroïdale. — On peut donc construire de toutes pièces une bobine rectiligne ayant un coefficient de self-induction donné. Mais comme elle doit être très longue par rapport à son diamètre, on voit qu'une collection de bobines de ce genre serait coûteuse et encombrante.

Mais si, au lieu de bobines rectilignes, on adopte la forme toroïdale, la question devient plus facile à résoudre et on a, en outre, l'avantage d'avoir une solution rigoureuse. Nous savons en effet que le flux de force total contenu dans chacune des spires d'un enroulement toroïdal, a pour valeur (428)

$$f = 2NI \int \frac{y dx}{x},$$

formule dans laquelle N représente le nombre total de spires enroulées sur le tore, I l'intensité du courant et $\int \frac{y dx}{x}$ une intégrale dans laquelle y représente l'ordonnée, et x l'abscisse correspondante d'un point quelconque de la courbe génératrice du tore ; cette intégrale s'étendant au contour entier de ladite courbe. Cette formule suppose d'ailleurs que le tore est recouvert d'une seule couche de fil.

Nous avons donné dans le nº 428, la valeur de f lorsque la figure

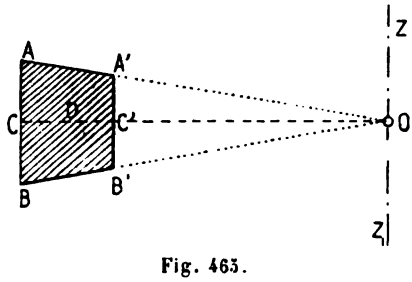


Fig. 465.

génératrice du tore est un cercle et lorsqu'elle est un rectangle ; nous allons donner un nouvel exemple de la valeur de cette intégrale, en supposant que la figure génératrice est un trapèze isocèle AA'B'B (fig. 465) dont les côtés non parallèles, font des angles égaux, $AOZ = BOZ_1$, avec l'axe de révolution ZZ_1 du tore et se rencontrent au centre O de ce dernier.

Digitized by Google

En prenant pour axes coordonnés OC et OZ, l'équation de la droite AO est de la forme $y = mx$, et l'intégrale $\int \frac{ydx}{x}$ a pour valeur $m(x - x')$, x et x' désignant respectivement les longueurs OC et OC'. Mais à cause de la relation $y = mx$, on peut remplacer $m(x - x')$ par $y - y'$ ou $\overline{AC} - \overline{A'C'}$. Il en résulte que le flux de force f qui traverse le trapèze AA'B'B, a pour valeur,

$$f = 2NI(b - b'),$$

b et b' désignant les longueurs des côtés parallèles AB, A'B'. En désignant par d la distance OD du milieu de CC', au point O, et par S la surface du trapèze AA'B'B, on trouve facilement que cette valeur de f peut se mettre sous la forme

$$f = 4\pi \frac{N}{2\pi d} IS.$$

Or $\frac{N}{2\pi d}$ est le nombre de spires contenu dans l'unité de longueur de la circonférence de rayon $OD = d$, et on retombe ainsi sur la valeur du flux de force qui traverse chaque spire de l'enroulement d'une bobine rectiligne indéfinie, avec cette différence qu'ici elle est rigoureusement applicable.

Mais il est essentiel de noter que si l'on voulait superposer plusieurs couches de fil, le contour de chacune d'elles devrait former un trapèze isocèle dont les côtés prolongés passeraient par le point O, condition très difficile, sinon impossible, à remplir en pratique, à moins de recouvrir chaque couche d'une matière isolante plastique à laquelle on donnerait la forme rigoureuse que nous venons d'indiquer et sur laquelle on enroulerait une nouvelle couche de fil.

Cette manière de procéder serait longue, mais non impossible à réaliser ; néanmoins nous pensons qu'il vaudrait mieux s'en tenir à l'enroulement composé d'une seule couche de fil enroulé avec une très grande régularité, en spires aussi serrées que possible, à l'intérieur de la circonférence de rayon OC' et situées dans des plans méridiens équidistants. En supposant qu'il en soit ainsi, on trouve que la force électro-motrice développée dans chacune des spires de l'enroulement, a pour valeur

Digitized by Google

$$\frac{df}{dt} = 2N(b - b')\frac{dI}{dt},$$

ce qui donne pour l'enroulement entier, une force électro-motrice totale égale à

$$N\frac{df}{dt}$$

ou

$$2N^2(b - b')\frac{dI}{dt}.$$

On en conclut, pour la valeur du coefficient de self-induction du tore entier

$$L = 2N^2(b - b').$$

755. — Exemple numérique. — Soit un tore en bois pour lequel on a $OC' = 10_c$, $A'B' = 10_c$, $OC = 20_c$, $AB = 20_c$. La circonférence intérieure de rayon OC' ayant une longueur développée égale à 628 millimètres, on peut y placer facilement 1 200 spires d'un fil dont le diamètre est de 1/2 millimètre, isolant compris. On a donc $b - b' = 10$, $N = 1200$ d'où $L = 28800000$ C.G.S. Mais le coefficient d'induction usuel (quadrant) vaut 10^9 unités C.G.S. (1). Donc $L = 0,0288$ quadrant, soit un peu plus de 1/35 de quadrant.

La résistance totale du fil enroulé sur le tore aurait, en supposant que le diamètre de ce fil fût de 3/10 de millimètre sans isolant, une valeur peu différente de 140 ohms. Le temps nécessaire pour qu'un courant dû à une *f. e. m.* quelconque (telle qu'une pile mise en communication avec les extrémités de l'enroulement), pût atteindre les 999/1000 de son intensité normale, aurait pour valeur (512)

$$t = \frac{0,0288}{140} \times \log_e \frac{1}{1 - 0,999} = 0^s,00142, \quad \text{soit } \frac{1}{700} \text{ de seconde.}$$

Il n'y a pas à tenir compte, dans ce calcul, du rapport des unités C. G. S. aux unités industrielles, parce que les deux termes de la fraction $\frac{L}{R}$ du n° 512 doivent être multipliés par le même coefficient, lorsqu'on passe d'un système d'unités à l'autre.

---

(1) En effet, le quadrant est la valeur du coefficient d'induction, tel qu'une variation de 1 ampère par seconde, produise une force électro-motrice d'induction égale à 1 volt. Or 1 ampère vaut 1/10 d'unité d'intensité C. G. S. et un volt vaut 10^8 d'unités de potentiel C. G. S.

Une bobine dont le coefficient d'induction serait égal à 1 quadrant, produirait donc 10^8 unités de force électro-motrice lorsque l'intensité du courant y varierait de 1/10 d'unité par seconde, et 10 fois autant, soit 10^9, lorsque la variation d'intensité atteindrait 1 unité.

Digitized by Google

On voit par l'exemple que nous venons de traiter, combien serait encombrante une bobine étalon ayant un coefficient égal à 1 quadrant, à moins qu'on ne voulût multiplier beaucoup le nombre de couches de fil, ce qui présente de grandes difficultés à cause de la rigueur des conditions théoriques.

§ 3. — COMPARAISON DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION DE DEUX BOBINES.

756. — Méthode de Maxwell. — Soient deux bobines B et B′; on demande de déterminer la valeur du rapport $\frac{L}{L'}$ de leurs coefficients de self-induction. Pour cela, on doit disposer d'un pont de Wheatstone dont les quatre branches constituent chacune une boîte de résistance complète, ce qui est d'ailleurs contraire à l'usage le plus répandu. On doit même, avant tout, ajouter aux bobines B et B′, des résistances non inductives (c'est-à-dire dépourvues de self-induction) de façon que la résistance de chacune d'elles, augmentée de la résistance additionnelle, soit représentée par un nombre entier d'ohms.

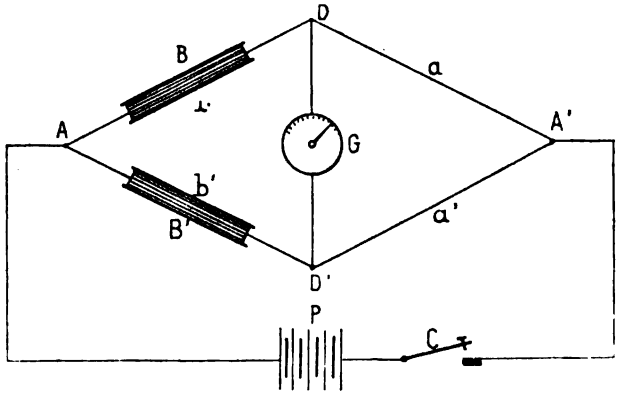


Fig. 466.

Leur résistance propre étant ainsi modifiée, on les intercale respectivement dans les branches AD et AD′ du pont (fig. 466). On règle ensuite les résistances tarées, de façon qu'aucun courant per-

Digitized by Google

manent ne passe dans la diagonale DD′ lorsque la clef C ferme le circuit de la pile P pendant un temps appréciable. Cette opération faite, on constate généralement qu'au moment de la fermeture ou de la rupture du circuit de la pile, l'aiguille du galvanomètre G éprouve une déviation fugitive qui décèle la présence d'un courant instantané due à la self-induction de chacune des bobines B et B′. On démontre facilement que pour faire disparaître ce courant instantané, c'est-à-dire pour que les potentiels en D et D′ soient égaux, aussi bien pendant l'état variable des courants qui traversent les branches AD et AD′, que pendant leur état permanent, il faut que l'on ait entre les coefficients de self-induction L et L′ et les résistances b et b', des branches AD et AD′, la relation

$$\frac{b'}{b} = \frac{L'}{L}.$$

Mais pour obtenir l'équilibre permanent du pont, il suffit d'avoir en outre, entre les résistances a, b, a', b' des quatre branches, la relation

$$ab' = ba',$$

ou

$$\frac{b'}{b} = \frac{a'}{a}.$$

On peut donc donner au rapport $\frac{b'}{b}$ une infinité de valeurs permettant d'obtenir l'équilibre permanent, mais dans toutes ces valeurs, il n'y en a qu'une seule qui permette d'obtenir l'équilibre pendant l'état variable. Si l'on n'avait pas recours à un artifice particulier, il faudrait beaucoup de tâtonnements et beaucoup de temps pour obtenir ces deux équilibres ; aussi la plupart des auteurs déclarent-ils cette méthode très pénible et dénuée de toute valeur pratique.

Voici le procédé que l'on peut employer pour que les tâtonnements ne soient pas plus pénibles que ceux d'une mesure ordinaire de résistance :

On donne à la résistance a du côté DA′, une valeur égale à celle du côté AD ; l'équation de l'équilibre permanent se réduit alors à la condition que les deux résistances b' et a' restent constamment égales.

Digitized by Google

Le rapport $\frac{b'}{b}$ peut donc ainsi prendre toutes les valeurs possibles, sans que l'équilibre permanent cesse d'avoir lieu. La condition qu'il faut réaliser pratiquement est donc que l'on puisse faire varier simultanément deux résistances, de manière qu'elles restent constamment égales; ce résultat peut être obtenu assez facilement de plusieurs façons, mais quelle que soit la solution adoptée, elle nécessiterait certainement des modifications très notables dans la construction des boîtes de résistances.

757. — **Méthode de Lord Rayleigh.** — Cette méthode fait connaître directement la valeur du coefficient de self-induction d'une bobine. Supposons que dans l'expérience représentée par la figure précédente, on ait enlevé la bobine B′, et qu'il s'agisse de mesurer le coefficient L de la bobine B. On commence par établir l'équilibre permanent du pont, la bobine B restant intercalée dans la branche AD; cet équilibre permanent ne suffit pas, comme nous le savons, pour assurer l'immobilité de l'aiguille du galvanomètre au moment de la fermeture ou de la rupture du courant de la pile, au moyen de la clef C. Désignons par θ la déviation balistique ou élongation de l'aiguille; il est clair que nous pouvons la reproduire, mais d'une façon permanente, en altérant la résistance b de la branche AD, de façon à détruire l'équilibre du pont, en l'augmentant par exemple d'une quantité Δb que l'expérience nous fera connaître. Cette quantité Δb est en général très petite par rapport à b, de sorte qu'elle ne modifie pas d'une façon appréciable l'intensité i du courant qui traverse la branche CD lorsque le pont est équilibré, tandis qu'elle modifie d'une quantité égale à $i\Delta b$, la différence de potentiel qui existait primitivement entre les points A et D. Or, lorsque le pont est rigoureusement équilibré, les potentiels des points D et D′ sont égaux; donc, l'altération Δb, introduite dans la résistance de la branche AD, a pour conséquence de faire naître dans la diagonale DD′, un courant permanent dû à l'accroissement $i\Delta b$ du potentiel en D. Mais on pourrait parfaitement produire le même effet sans altérer la résistance de la branche AD, en y faisant naître, par un

Digitized by Google

procédé quelconque, une force électro-motrice constante égale à $-i\Delta b$.

Or, cette force électro-motrice constante peut être considérée comme engendrant dans la branche AD, un courant constant (de signe contraire à celui de i ou de même signe que lui, suivant que la clef C ferme ou rompt le circuit de la pile) qui se partage entre la branche DA′ et la diagonale DD′.

D'autre part, la *force électro-motrice totale de self-induction* (754) qui prend naissance au moment de la fermeture ou de la rupture du circuit de la pile, met en mouvement pendant un temps très court, une quantité d'électricité qui se partage entre AD et DD′, dans le même rapport que le courant permanent dû à la *f. e. m.* $-i\Delta b$. Si on désigne par i le courant continu qui traverse AD, lorsque le pont est équilibré ; par Δi la portion de ce courant qui traverse DD′ lorsque la résistance de AD est augmentée ou diminuée de Δb ; par i_1 le courant permanent capable de dévier l'aiguille du galvanomètre de l'angle-unité (57°,3) ; par Δq la quantité d'électricité mise en mouvement dans DD′ sous l'influence de la *f. e. m.* de self-induction, et qui est une fraction de la quantité totale mise en mouvement dans AD ; par θ la déviation de l'aiguille qui doit être la même dans les deux expériences, puisqu'on choisit Δb pour qu'il en soit ainsi ; et enfin par t la durée d'une demi-période oscillatoire de l'équipage mobile, sous la seule influence du fil de torsion ; on a d'abord les deux équations suivantes

$$\Delta i = i_1\theta, \qquad \Delta q = \frac{t}{\pi} i_1\theta,$$

dont la seconde a été démontrée dans le chapitre où nous avons traité des propriétés du galvanomètre balistique. Ces deux équations conviennent à tous les galvanomètres, quelle que soit la nature de la force antagoniste, pourvu que θ soit inférieur à six degrés. On tire de là

$$\frac{\Delta q}{\Delta i} = \frac{t}{\pi}.$$

Mais Δq et Δi étant des fractions égales de q et de l'accroissement du courant i dans AD, lorsqu'on dérègle le pont, sont entre eux dans le

Digitized by Google

même rapport que ces deux dernières quantités, c'est-à-dire dans le même rapport que la force électro-motrice $i\Delta b$ qui produit l'accroissement du courant continu et la *force électro-motrice totale* $\int L\frac{di}{dt}dt$ ou Li, qui met en mouvement la quantité q. On a donc

$$\frac{\Delta q}{\Delta i} = \frac{Li}{i\Delta b} = \frac{L}{\Delta b},$$

d'où on tire, en vertu de l'équation précédente

$$\frac{L}{\Delta b} = \frac{t}{\pi},$$

ou enfin

$$L = \frac{t}{\pi}\Delta b.$$

Cette méthode comporte trois causes d'erreur. La première est due à ce que l'on considère le courant permanent qui passe dans AD, lorsque le pont est équilibré, comme n'éprouvant pas de changement appréciable lorsqu'on altère la résistance de AD ; on peut évidemment faire en sorte qu'il en soit ainsi, mais alors, en raison même des conditions imposées par le bon fonctionnement des boîtes de résistances, dans lesquelles on ne peut faire passer que de faibles courants, le courant Δi qui traverse la diagonale (et qui est lui-même une fraction de l'accroissement de i), ne peut produire qu'une très petite déviation de l'aiguille du galvanomètre, ce qui est une mauvaise condition pour la précision des lectures.

La seconde cause d'erreur vient de ce que l'on néglige la self-induction du galvanomètre ; il en résulte que la quantité d'électricité engendrée dans AD, par la fermeture du circuit de la pile, se partage entre DA′ et DD′ suivant un certain rapport, tandis que l'accroissement du courant continu i se partage entre les mêmes branches dans un rapport différent, ce qui rend inexacte notre seconde équation.

Enfin, on ne tient pas compte de l'amortissement du mouvement de l'aiguille du galvanomètre. Ces trois inconvénients peuvent être atténués dans une certaine mesure ; mais il est nécessaire de les signaler pour indiquer les précautions à prendre dans l'emploi de cette méthode.

Digitized by Google

758. — Méthode de M. Ledebour. — Elle est basée sur l'emploi des courants intermittents dont nous avons eu déjà l'occasion de parler, et a pour but d'amplifier, dans un rapport connu, la déviation de l'aiguille du galvanomètre produite par le passage de la quantité d'électricité que nous avons désigné par Δq. Supposons qu'après avoir équilibré le pont dans la méthode de Lord Rayleigh, telle que nous venons de la décrire, on répète un grand nombre de fois par seconde les opérations suivantes :

(a) Fermeture du circuit de la pile ; (b) mise en court circuit du galvanomètre ; (c) rupture du circuit de la pile ; (d) suppression du court circuit du galvanomètre ; (a) rétablissement du circuit de la pile et ainsi de suite.

Dans l'intervalle de temps qui sépare (a) de (b), le galvanomètre reçoit une impulsion produite par le passage de la quantité d'électricité Δq ; pendant l'intervalle de temps qui sépare (b) de (d), il est abandonné à lui-même et son équipage mobile n'étant soumis qu'à des forces très petites, pendant un temps très court, sa vitesse n'éprouve que de faibles modifications. C'est pendant ce temps que s'effectue la rupture du circuit de la pile, rupture qui fait naître dans la branche AD, un courant induit qui ne peut traverser le galvanomètre, parce que les bornes de ce dernier sont réunies par un conducteur sans résistance. L'équipage mobile du galvanomètre ne reçoit donc que les impulsions produites par la fermeture du courant de la pile et, s'il les reçoit à des intervalles de temps assez rapprochés, elles produisent le même effet apparent qu'un *courant continu* donnant passage à la même quantité d'électricité totale dans l'unité de temps, c'est-à-dire dont l'intensité est représentée par $n\Delta q$, si le cycle d'opérations que nous venons de décrire, est répété n fois par seconde au moyen d'un commutateur tournant.

Après avoir mesuré la déviation θ de l'aiguille du galvanomètre (qui paraît parfaitement fixe), pendant qu'il est traversé par cette série de courants intermittents, on arrête le commutateur dans la position (a), et on cherche de quelle quantité il faut modifier la résistance de la branche AD, pour obtenir la même déviation θ de l'aiguille du galvanomètre. Lorsque ce résultat est atteint, il est facile

Digitized by Google

de voir qu'il en résulte que les forces électro-motrices : l'une continue ($i\Delta b$), l'autre discontinue $\left(\int L \frac{di}{dt} dt\right)$, mais répétée n fois par seconde, sont équivalentes au point de vue de la quantité d'électricité qu'elles mettent en mouvement par seconde et qui se partage dans le même rapport entre les branches AD et DD′ (à la condition de négliger la self-induction du galvanomètre).

On a donc

$$n \int_0^\tau L \frac{di}{dt} dt = i\Delta b,$$

mais

$$\int_0^\tau L \frac{di}{dt} dt = Li.$$

Donc enfin

$$L = \frac{\Delta b}{n}.$$

Nous avons supposé l'intégrale $\int L \frac{di}{dt} dt$ prise entre les limites 0 et τ, cette dernière lettre représentant le temps qui s'écoule entre le moment où le circuit de la pile est fermé et le moment où le courant ne diffère plus de l'intensité que lui assigne la loi d'Ohm, en régime permanent, que d'une fraction très petite (1/1 000 par exemple) de cette intensité. La valeur de τ est généralement très faible ; pour une bobine dont la résistance est R et le coefficient de self-induction L, elle est représentée par la formule

$$\tau = \frac{L}{R} \log e \frac{1}{1-k}, \qquad (512)$$

dans laquelle k représente le rapport de l'intensité du courant au bout du temps τ, à son intensité permanente.

La méthode de M. Ledebour est beaucoup plus sensible que celle de Lord Rayleigh dont elle est d'ailleurs un perfectionnement. En outre, l'amortissement du galvanomètre n'a aucune influence sur le résultat trouvé, puisque l'équipage mobile est en repos apparent pendant l'expérience.

759. — Méthode Ayrton et Perry. — Le principe est le même

Digitized by Google

que celui de la méthode précédente, mais avec cette différence, que les deux phénomènes qui doivent imprimer à l'aiguille du galvanomètre des déviations successives identiques, sont, dans la méthode de MM. Ayrton et Perry, rendus presque simultanés et agissent en sens contraire sur l'équipage mobile du galvanomètre, dont la déviation apparente reste nulle pendant l'expérience. C'est donc une méthode acinétique ou, comme l'appellent plusieurs auteurs, une méthode de réduction à zéro.

Le pont de Wheatstone est disposé comme dans la méthode de Lord Rayleigh ; il contient, dans une de ses branches, la bobine dont on veut mesurer la self-induction, mais le courant de la pile n'est pas fermé d'une manière continue ; il traversera un commutateur analogue à celui qui est employé dans la méthode de M. Ledebour, mais qui donne lieu aux quatre phases suivantes :

(*a*) Le courant de la pile est fermé pendant une certaine fraction de tour du commutateur ;

(*b*) Le galvanomètre est mis en court circuit ;

(*c*) Le circuit de la pile est rompu ;

(*d*) Le court circuit du galvanomètre est supprimé.

On voit que ce commutateur fonctionne exactement comme dans l'expérience précédente, mais la modification introduite dans celle-ci, consiste en ce que c'est pendant la rotation même du commutateur, dont la vitesse est indiquée à chaque instant par un tachymètre, que l'on dérègle le pont en diminuant la résistance de la branche AD et, comme nous allons le voir, cette diminution peut atteindre une valeur pour laquelle les impulsions successives produites sur l'équipage mobile du galvanomètre, se détruisent mutuellement.

En effet, au moment où le courant de la pile vient d'être fermé, et pendant un temps très court, la branche AD est le siège d'une *f. e. m.* d'induction *totale,* qui a pour valeur

$$\int L \frac{di}{dt} dt = Li.$$

Le courant restant fermé et étant devenu permanent à 1/1 000 près (ce qui a lieu en moins de 1/500 de seconde pour de puissantes bobines), ne produirait aucun effet, si le pont était équilibré ; mais

Digitized by Google

comme il est déséquilibré, la résistance de AB étant diminuée de Δb, cette branche devient le siège d'une autre *f.e.m.* inverse de la précédente, et dont la valeur totale est

$$\int_0^t i\Delta b dt.$$

La valeur de cette intégrale est $ti\Delta b$, puisque nous la comptons à partir du moment où on peut considérer i comme ayant atteint sa valeur permanente. Ces deux *f.e.m.* totales se produisent à chaque tour et donnent lieu à des courants successifs dont les impulsions, sur l'équipage galvanométrique, se détruisent si on satisfait à la relation

$$Li = ti\Delta b,$$

ou

$$L = t\Delta b.$$

Cette équation donne immédiatement la valeur de L, à la condition que l'on connaisse la durée de la fermeture du courant de la pile avant la mise en court circuit du galvanomètre, c'est-à-dire la durée de la phase (a). Cette durée est facile à calculer quand on connaît la fraction de tour décrite par le commutateur pendant la phase (a) et la vitesse de rotation indiquée par le tachymètre.

La manière d'opérer est fort simple ; on peut, ou bien imprimer au commutateur une vitesse constante et faire varier Δb jusqu'à ce que l'aiguille du galvanomètre reste au zéro ; ou bien prendre Δb constant et augmenter graduellement la vitesse. Ce dernier procédé est préférable, parce qu'on peut faire varier la vitesse par degrés insensibles, tandis que la variation de résistance de la branche AD, étant obtenue en ajoutant ou en retranchant des résistances étalonnées, varie nécessairement d'une façon discontinue.

760. — Méthodes de M. Marcel Deprez. — 1re Méthode. Cette méthode fait connaître immédiatement, au moyen d'un galvanomètre différentiel balistique, la différence des coefficients de self-induction de deux bobines B et B′ (fig. 467).

A cet effet, les deux bobines sont placées dans un circuit fermé DEBFGD$_1$G′F′B′E′D, formé de deux parties symétriques DEBFGD$_1$,

Digitized by Google

DE'B'F'G'D₁, contenant chacune l'une des deux bobines G et G' d'un galvanomètre différentiel. On place les bobines à comparer, l'une en B, l'autre en B', et au moyen de bobines de résistance, on rend égales les résistances des deux circuits symétriques, de sorte qu'un courant permanent qui entre par AD et sort par D_1A_1, se partage en deux parties égales traversant, l'une la bobine B et le cadre G du galvanomètre différentiel, l'autre la bobine B' et le cadre G'; l'aiguille du galvanomètre reste donc au zéro pendant le passage du courant permanent emprunté à une source quelconque. Ceci posé, si on ferme

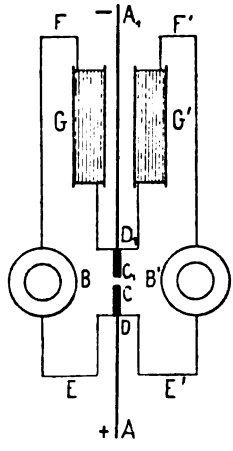


Fig. 467.

simultanément sur eux-mêmes les deux circuits symétriques $DBGD_1$, $DB'G'D_1$, de façon qu'aucune portion du courant ne les traverse plus, les bobines B et B' donnent lieu, pendant que le courant traversant chacune d'elles décroît jusqu'à zéro, à des forces électro-motrices totales Li et $L'i$, qui mettent en mouvement des quantités d'électricité respectivement égales à $\frac{Li}{R}$ et $\frac{L'i}{R}$, R représentant la résistance totale de chacun des circuits symétriques. Ces quantités d'électricité donnent lieu à des courants de même sens que le courant permanent, de sorte que l'équipage mobile reçoit une impulsion proportionnelle à la différence des quantités d'électricité

$$\frac{Li}{R}, \frac{L'i}{R}.$$

Digitized by Google

L'élongation de l'aiguille permet alors, au moyen des formules que nous avons fait connaître dans le chapitre où nous avons décrit les moyens employés pour mesurer une quantité d'électricité, de déterminer la quantité

$$q = \frac{i}{R}(L - L').$$

Si, pour fixer les idées, nous supposons que le galvanomètre est composé de deux circuits égaux enroulés sur le même cadre, mobile dans un champ magnétique, et suspendu par un fil de torsion (type Deprez-d'Arsonval), nous savons que la quantité d'électricité correspondante à une élongation β, est donnée par l'équation

$$q = \frac{t}{\pi} i_1 \beta,$$

dans laquelle q représente la différence des quantités d'électricité qui traversent chacun des cadres, pendant un temps très court ; i_1, la différence des courants permanents qui doivent traverser simultanément les deux cadres pour les maintenir au zéro, lorsque chacun des fils de suspension est tordu d'un nombre égal à l'unité ; t, la durée d'une oscillation simple (demi-période) du cadre, sous la seule influence des fils de torsion (les dispositions nécessaires étant prises, bien entendu, pour que cette oscillation n'engendre aucun courant d'induction dans les circuits du cadre mobile).

La quantité q étant égale à $\frac{i}{R}(L - L')$, on a l'équation.

$$\frac{i}{R}(L - L') = \frac{t}{\pi} i_1 \beta,$$

d'où

$$L - L' = \frac{t}{\pi} \frac{i_1}{i} R\beta.$$

Pour que cette équation soit exacte, il faut : 1° que les deux circuits symétriques soient fermés sur eux-mêmes *rigoureusement* en même temps, parce que, s'il en était autrement, le courant de la source continuant à traverser celle des bobines du galvanomètre où la suppression du courant est tardive, imprimerait à l'équipage mobile une quantité de mouvement proportionnelle à l'intensité i et à la durée du retard et qui pourrait altérer notablement l'élongation ; 2° que ni

Digitized by Google

la self-induction propre des cadres du galvanomètre, ni leur induction mutuelle, n'ait d'influence sur le résultat de l'expérience. Cette condition importante n'est pas remplie dans certaines méthodes exposées précédemment et dans lesquelles l'équipage mobile du galvanomètre reçoit, chaque fois que ce dernier est mis en court circuit, une impulsion due à la self-induction de l'instrument; 3° que, aussitôt l'impulsion reçue, l'équipage mobile se meuve sans développer, par son mouvement même, des courants d'induction qui donneraient lieu à des forces retardatrices.

On peut s'assurer que ces trois conditions sont exactement remplies.

La fermeture *rigoureusement* simultanée des deux circuits symétriques, est obtenue simplement en mettant en contact un point C_1 commun aux deux circuits, avec un second point C également commun.

On peut voir immédiatement que la self-induction ou l'induction mutuelle des circuits du galvanomètre, ne peut produire aucune déviation de l'équipage mobile à cause de la symétrie des deux circuits et de l'identité des deux cadres galvanométriques et des deux courants qui les traversent.

Quant à la troisième condition, on y satisfait en se servant d'une clef à ressort qui, aussitôt après avoir mis en contact C et C_1, coupe (en F et en F′ par exemple) les deux circuits symétriques. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire que ces coupures soient *rigoureusement* simultanées, ni qu'elles aient lieu un instant infiniment court après la fermeture en CC_1 ; un écart de quelques millièmes de seconde entre ces phénomènes, n'entraînerait aucune erreur appréciable, tandis que cette simultanéité est au contraire de rigueur dans la fermeture individuelle des deux circuits symétriques.

Cette méthode présente donc de sérieuses garanties d'exactitude, mais elle se prête mal à l'application du principe de la répétition des impulsions, qui permet d'augmenter beaucoup la déviation de l'équipage mobile en faisant produire à une série de décharges, le même effet qu'à un courant continu. C'est pour ce motif que nous avons imaginé la méthode suivante qui se prête, avec une grande facilité, à une foule de mesures concernant l'état variable des courants.

Digitized by Google

Nous devons faire remarquer que, dans le procédé qui vient d'être décrit, la mesure de $L - L'$ est ramenée à celle d'une simple résistance et que les courants i et i_1 n'y figurent que par leur rapport, ce qui dispense d'employer un galvanomètre étalonné; une graduation proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse l'instrument, suffit donc sans qu'il soit nécessaire de connaître la valeur véritable de cette intensité.

2° Méthode. — La méthode que nous allons décrire maintenant, permet de mesurer les coefficients d'induction mutuelle aussi bien que les coefficients de self-induction ; elle permet aussi de mesurer les capacités, et en général toutes les quantités qui se rapportent à l'état variable du courant.

Le principe sur lequel elle est fondée, est très simple : équilibrer l'impulsion communiquée à l'équipage mobile d'un galvanomètre, par une impulsion égale et contraire due au passage d'une quantité d'électricité connue et produite, soit par l'induction mutuelle de deux bobines, soit par la décharge d'un condensateur, soit même par un courant permanent d'intensité connue passant pendant un temps déterminé. La décharge antagoniste qui sert ainsi à maintenir en repos apparent l'équipage mobile, peut d'ailleurs être produite par une source différente de celle qui engendre le courant lancé dans les bobines en expérience; elle pourrait même, lorsqu'on ne veut mesurer que des rapports de coefficients d'induction, être remplacée par une percussion due à une action non électrique. Il est d'ailleurs évident que l'emploi de l'électricité pour produire une impulsion, est préférable à celui de toute autre force, surtout dans le sujet qui nous occupe actuellement.

Supposons par exemple qu'il s'agisse de comparer les coefficients de self-induction de deux bobines. On peut procéder en faisant deux expériences successives, de la manière suivante : On forme un pont de Wheatstone dont l'un des côtés contient l'une des bobines, on règle la résistance des autres côtés de manière que le pont soit en équilibre quand le courant est permanent; mais cet équilibre est rompu au moment de la fermeture ou de la rupture du courant de la pile, et l'aiguille du galvanomètre reçoit une certaine impulsion qu'il

Digitized by Google

faut détruire par une impulsion égale et contraire. Pour produire cette impulsion antagoniste, intercalons dans le côté du pont qui contient la bobine B (fig. 468) en expérience, ainsi que dans l'autre côté partant du même sommet, deux bobines auxiliaires identiques B_2, B'_2, qui n'auront aucune influence sur l'équilibre du pont, même pendant l'état variable, si les deux côtés AD et AD′ ont des résistances égales, celle de B étant équilibrée dans le côté AD′ par une résistance non inductive. Les deux bobines B_2, B'_2 n'auraient donc d'autre effet que d'augmenter de quantités égales, la résistance des côtés AD, AD′, si, grâce à un artifice très simple, on ne leur faisait engendrer une

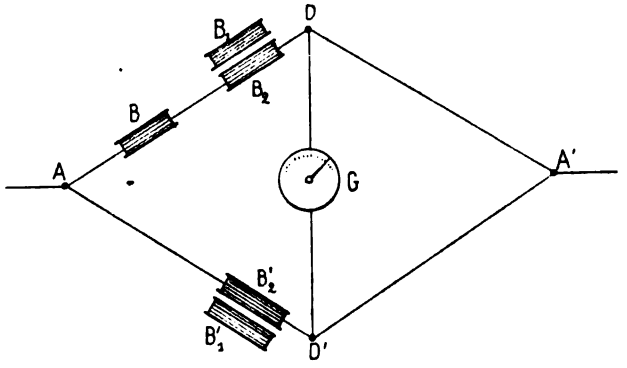


Fig. 463.

f. e. m. dont le but est précisément d'équilibrer la *f. e. m.* de self-induction de B. Cet artifice consiste dans l'emploi de deux autres bobines B_1, B'_1, placées à une très petite distance de B_2 et de B'_2, et dans lesquelles on lance un courant emprunté à une source quelconque qui peut même être la pile du pont ADA′D′. Voici comment on utilise ce dispositif :

(*a*) On lance le courant de la pile dans ADA′, AD′A′; pendant la période variable, le côté AD est le siège d'une *f. e. m.* totale Li, engendrée par la self-induction de la bobine B seulement; (*b*) un temps très court après la fermeture du courant du pont, on ferme le courant auxiliaire dans B_1 et B'_1, ou même dans B_1 tout seul, et on le maintient fermé. La bobine B_1 développe alors dans B_2 une *f. e. m.* totale égale à

Digitized by Google

$$\int M \frac{di'}{dt}\, dt = Mi',$$

i' étant l'intensité permanente du courant de B_1, et M étant le coefficient d'induction mutuelle de B_2 et de B_3. Le signe de cette *f. e. m.* dépend de celui de i'; on peut donc lui donner un signe contraire à celui de Li, et annuler celle-ci, de manière que l'équipage mobile du galvanomètre ne reçoive aucune impulsion apparente. Ce résultat est atteint lorsque l'on a

$$Mi' = Li,$$

d'où

$$L = \frac{i'}{i} M.$$

Cette seule expérience permet donc de déterminer immédiatement la valeur de L si on connaît celle de M, c'est-à-dire de ramener la mesure d'une self-induction à celle d'une induction mutuelle qui est bien plus facile à déterminer.

Mais si on ne connaît pas la valeur de M, on devra faire une seconde expérience dans laquelle on remplacera la bobine B par celle que l'on veut lui comparer ; on équilibrera de nouveau le pont en laissant en place les bobines B_2 et B'_2 et en ayant soin de maintenir égales les résistances des branches AD, AD′ (bobines comprises), et on recommencera l'expérience précédente, soit en donnant à M une valeur différente, soit (ce qui est bien plus facile) en changeant l'intensité i' du courant inducteur lancé dans la bobine B_1.

Soit, pour plus de généralité, M′ et i'', les nouvelles valeurs de M et de i'.

On aura, lorsque le galvanomètre restera en repos apparent

$$L' = \frac{i''}{i} M'.$$

Donc

$$\frac{L'}{L} = \frac{i''}{i'} \frac{M'}{M}.$$

On voit que nous avons admis implicitement que le courant lancé dans le pont avait la même intensité i dans les deux expériences, condition facile à réaliser si on intercale entre la pile et le pont, un

Digitized by Google

rhéostat et un galvanoscope destiné, non à mesurer le courant, mais à attester son invariabilité. Il est plus simple, comme nous venons de le dire, de mesurer exactement et de faire varier comme on l'entend, la valeur du rapport $\frac{i''}{i'}$, que celle du rapport $\frac{M'}{M}$, à moins que l'on ne possède un système de bobines à induction mutuelle variable d'une manière continue, comme nous en donnerons bientôt quelques exemples.

Il est facile d'appliquer à cette méthode, le principe de la répétition, en employant un commutateur tournant qui répète un grand nombre de fois par seconde les opérations suivantes : (*a*) le courant est lancé dans le pont ; (*b*) le courant auxiliaire i' est lancé dans la bobine B_1 ; ces deux opérations doivent être simultanées ou presque simultanées, condition d'ailleurs facile à remplir avec deux commutateurs montés sur le même axe, l'un pour le courant i, l'autre pour i' ; (*c*) le galvanomètre est mis en court circuit ; (*d*) les deux courants i et i' sont rompus simultanément ; (*e*) le court circuit du galvanomètre est supprimé et tout recommence dans le même ordre.

Il est bon, lorsqu'on applique le principe de la répétition, de ne pas perdre de vue que les résultats qu'elle donne ne sont à l'abri de toute critique que si les différentes opérations que nous venons d'énumérer, ont une durée supérieure à celle de l'état variable des courants i et i'.

On sait que nous entendons par durée de l'état variable, le temps nécessaire pour que le courant atteigne une intensité qui ne diffère de son intensité permanente, que d'une fraction inférieure à $\frac{1}{1000}$ de cette intensité.

On voit que le courant induit dans la bobine B_1 n'a d'autre but que de détruire l'impulsion communiquée au galvanomètre, au moment de la fermeture du circuit du pont, par une impulsion égale et contraire. Ces deux impulsions étant dues à des phénomènes électriques produits dans la même branche du pont, correspondent à des forces électro-motrices totales ayant même valeur. Si ces forces électro-motrices émanaient de branches différentes, elles cesseraient alors en général d'être égales ; on ne pourrait donc plus écrire

Digitized by Google

$$Mi' = Li$$

et par conséquent on ne pourrait plus déduire immédiatement la valeur de L de celle M. Mais cela n'empêcherait nullement de comparer les coefficients de self-induction de deux bobines, à la condition de conserver aux branches du pont la même résistance dans les deux expériences consécutives que l'on devrait faire pour cela. En effet, si cette condition est remplie, les impulsions communiquées au galvanomètre dans ces deux expériences, seront respectivement proportionnelles à Li et à $L'i$; elles seront donc entre elles comme L est à L'. Les impulsions antagonistes qui maintiendront le galvanomètre immobile dans les deux expériences, devront donc être dans le même rapport ; si cette condition est remplie et que le rapport des deux impulsions antagonistes puisse être facilement mesurable, il n'est nullement nécessaire qu'elles aient pour origine un phénomène électrique. On pourrait par exemple donner à l'équipage mobile une impulsion produite par une cause purement mécanique, telle que la percurssion d'une petite masse lancée par un ressort, mais il n'y aurait à cela aucun avantage, et il est évident qu'une telle disposition serait bien inférieure à tous égards à l'emploi de l'électricité. Nous en parlons donc simplement parce qu'elle permet de comprendre plus facilement le rôle joué par l'électricité elle-même, dans certains cas particuliers où elle ne sert précisément que comme le procédé le plus commode que l'on puisse employer pour communiquer à un mobile, dans un temps très court, une quantité de mouvement proportionnelle à un nombre donné.

Supposons par exemple, que l'on enlève les bobines auxiliaires B_1, B_2, B'_1, B'_2, et qu'on ne laisse dans la branche AD du pont que la bobine B. Le pont étant équilibré pour l'état permanent, on lance le courant, et le galvanomètre reçoit, pendant la période variable. une impulsion proportionnelle à Li. Pour détruire cette impulsion, dès qu'elle a été reçue, rompons en D et en D' le circuit du galvanomètre et mettons-le en communication avec un condensateur chargé d'une certaine quantité d'électricité qui, en traversant le galvanomètre pendant un temps très court, va lui communiquer une impulsion de sens contraire à celle qu'il vient de recevoir. Il est évidemment

Digitized by Google

très facile de faire varier la charge du condensateur jusqu'à ce que ces deux impulsions contraires se détruisent complètement. En recommençant l'expérience après avoir substitué à la bobine B une autre bobine B′, à laquelle on veut la comparer, on trouve immédiatement (à la condition que les branches AD, AD′ conservent les mêmes résistances respectives, bobines comprises, dans les deux expériences) les rapports des coefficients de self-induction, au moyen de l'équation

$$\frac{L'}{L} = \frac{V'}{V}.$$

V′ et V étant les valeurs successives de la différence de potentiel des armatures du condensateur, dans les deux expériences. La mesure du rapport $\frac{L'}{L}$ est donc ramenée à celle du rapport de deux différences de potentiel. Si on préférait maintenir constante la *d. d. p.* des armatures du condensateur, il faudrait pouvoir faire varier la capacité de celui-ci, et l'équation deviendrait

$$\frac{L}{L'} = \frac{C}{C'}.$$

On devrait alors avoir un condensateur à capacité variable gradué expérimentalement.

Enfin, il est évident qu'il serait très facile d'appliquer à ce procédé, le principe de la méthode de répétition.

Si on avait des raisons quelconques pour ne pas employer le condensateur, on pourrait appliquer le principe général que nous venons de faire connaître en se servant d'une bobine d'induction. Voici comment devrait se faire l'opération : (*a*) on ferme le circuit du pont et on produit sur l'aiguille du galvanomètre l'impulsion qu'il faut détruire ; (*b*) on coupe le circuit du galvanomètre en D et en D′ et on le met en communication avec le fil secondaire d'une bobine à deux circuits dont le fil primaire est déjà parcouru par un courant arrivé à l'état permanent ; (*c*) on rompt ce courant permanent ; l'aiguille du galvanomètre reçoit alors du courant induit, une impulsion inverse de la première ; (*d*) on rompt la communication du galvanomètre avec la bobine induite et on rétablit la communi-

Digitized by Google

cation avec D et D'. Toutes ces opérations devant être effectuées dans un temps aussi court que le permet la durée de l'état variable, exigent l'emploi d'un commutateur très rapide qui, si on se borne à un seul cycle d'opérations, pourra se réduire à une simple pièce mobile à l'aide d'un ressort.

L'équilibre apparent du galvanomètre s'obtiendra facilement en faisant varier l'intensité du courant qui traverse le fil primaire de la bobine d'induction, qui ne fait pas partie du circuit du pont, ou même en faisant varier l'intensité du courant qui traverse le pont et par conséquent celle du courant qui traverse la bobine B en expérience.

Si on veut appliquer la répétition, on emploiera un commutateur tournant dont la description nous paraît inutile, étant donnés les détails dans lesquels nous venons d'entrer.

§ 4. — MESURE DES COEFFICIENTS D'INDUCTION AU MOYEN DE CONDENSATEURS.

761. — Mesure d'un coefficient de self-induction. — Nous avons démontré (518) que lorsqu'une portion de circuit AF (fig. 274) contient une bobine B douée de self-induction et une résistance DE, dont les extrémités D et E communiquent avec les armatures d'un condensateur C, et que le courant qui traverse AF passe de la valeur permanente I_0 à la valeur permanente I_1, la quantité d'électricité mise en mouvement pendant cette variation d'intensité, peut, sous certaines conditions, être la même que si la self-induction et le condensateur étaient supprimés.

Ce théorème sert de base à plusieurs méthodes de mesure de coefficients d'induction. Nous allons voir d'abord comment on l'a appliqué dans le cas où il s'agit de la self-induction. La bobine en expérience B est intercalée dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone ADA'D' (fig. 469). A sa suite, et dans la même branche, se trouve une résistance variable BD qui doit être supérieure à la valeur présumée de $\sqrt{\frac{L}{C}}$, L étant le coefficient de self-induction de B, et C, la capacité du

Digitized by Google

condensateur C dont les armatures communiquent d'une part avec le sommet D, et d'autre part avec un point F que l'on détermine au moyen des deux opérations suivantes :

1° Le pont est d'abord équilibré pour le régime permanent, ce qu'on obtient de la façon ordinaire en abaissant d'abord la clef K de la branche contenant la pile, et un instant après, la clef K′ du galvanomètre G, et en faisant varier la résistance de A′D′ de façon que

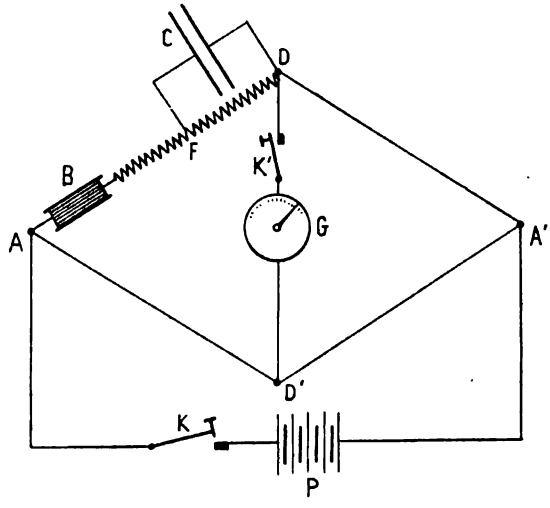


Fig. 469.

la déviation de l'aiguille du galvanomètre soit nulle. 2° On abaisse la clef K′ d'une façon permanente ; on abaisse ensuite la clef K, puis on la soulève de façon à fermer, puis à rompre, le courant de la pile. A chacun de ces mouvements de la clef K, la présence de la bobine B dans la branche AD, fera naître une *f. e. m.* fugitive qui troublera momentanément l'équilibre du pont, et aura pour conséquence une déviation temporaire de G, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Mais si on choisit la résistance FD de façon qu'elle satisfasse à la relation

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

la quantité d'électricité mise en mouvement dans la branche AD sera, pendant la durée de l'état variable, la même que si la branche

Digitized by Google

AD ne contenait ni bobine douée de self-induction ni condensateur, et le galvanomètre restera au zéro parce qu'il recevra des impulsions égales et contraires pendant la très courte durée de l'état variable. Cette immobilité constante du galvanomètre indiquera donc que la condition ci-dessus exprimée est remplie, et il en résultera que la valeur de L sera donnée par la formule

$$L = CR^2.$$

Tout se réduit donc à faire varier la résistance FD sans altérer la résistance BD, ce qui est facile à réaliser en attachant l'extrémité F du fil EC, à une cheville que l'on insère successivement dans les trous de la boîte de résistance intercalée en BD. Si on prend FD trop petit, le galvanomètre déviera dans un certain sens ; si on le prend trop grand, la déviation sera renversée ; il y aura donc deux positions consécutives, correspondantes à des valeurs de FD différant entre elles de 1 ohm, par exemple, et pour lesquelles on verra se produire le changement de signe de la déviation. Pour trouver la valeur exacte de la résistance FD, correspondante au repos apparent de l'aiguille, on notera les deux déviations inverses de l'aiguille et on appliquera la méthode d'interpolation que nous avons déjà expliquée en détail, lorsque nous avons montré comment on détermine exactement et sans tâtonnement, la résistance d'un conducteur, lorsque cette résistance n'est pas représentée par un multiple exact de l'unité de résistance étalonnée dont on dispose (727).

Comme donnée numérique permettant de se faire une idée approximative de ce que doit être la résistance FD, supposons que le condensateur ait une capacité de 1 microfarad ou $\frac{1}{1000000}$ de farad, et que la bobine B ait un coefficient de self-induction égal à 1 quadrant (ce qui signifie que si le courant qui la traverse variait de 1 ampère par seconde, la *f. e. m.* d'induction développée par la bobine, serait de 1 volt pendant la durée de la variation) ; la valeur de la résistance FD devra être égale à

$$\sqrt{\frac{1}{0{,}000001}} \text{ ohms} \qquad \text{ou} \qquad 1000 \text{ ohms}.$$

Digitized by Google

762. — Mesure d'un coefficient de self-induction au moyen d'une résistance et d'un condensateur, en se servant du galvanomètre différentiel. — La disposition de l'expérience est la même que précédemment, mais avec les différences que comporte la substitution du galvanomètre différentiel au galvanomètre ordinaire, employé dans le pont de Wheatstone.

Désignons par A et A′ les circuits complètement distincts des deux bobines d'un différentiel. Dans le premier sont intercalés la bobine en expérience B, le condensateur C et la résistance BD, dont une portion variable FD, joue le rôle que nous venons d'expliquer plus haut. Dans le second circuit A′, est intercalée une boîte de résistances. Ces deux circuits ont une entrée commune et une sortie commune, de sorte que le courant de la pile se partage entre eux, en deux parties égales si leurs résistances ohmiques sont aussi égales. On commence par faire varier la résistance de A′, jusqu'à ce qu'on obtienne l'équilibre du différentiel à l'état permanent ; puis on fait varier la résistance FD qui relie les deux armatures du condensateur (en ayant soin, bien entendu, que la somme $BF + FD$ reste constante), jusqu'à ce que l'équilibre du différentiel ait lieu aussi pendant l'état variable, ce que l'on reconnaît à ce que la fermeture et l'ouverture de la pile, ne provoquent aucune oscillation de l'équipage mobile.

763. — Mesure d'un coefficient d'induction mutuelle au moyen d'un condensateur et d'une résistance. — Nous ne nous arrêterons pas au procédé ordinairement décrit dans les ouvrages, à cause de sa complication. En voici un autre beaucoup plus simple et qui présente des garanties d'exactitude plus sérieuses en raison de la simplicité même du principe sur lequel il est basé, et qui est telle, qu'on peut l'expliquer très clairement sans figure. Soit un circuit composé d'une pile P et de l'une des bobines A, A′, dont on veut mesurer le coefficient d'induction mutuelle M. On suppose connue la résistance du circuit et de la bobine inductrice A (celle de la pile étant inconnue et d'ailleurs sans intérêt). La bobine induite A′ fait partie d'un second circuit entièrement distinct du pre-

Digitized by Google

mier et qui n'a aucune communication avec lui ; ce second circuit contient un galvanomètre balistique G et possède une résistance totale, galvanomètre compris, égale à R'.

Enfin, un condensateur de capacité C peut à volonté être mis en communication avec les bornes de la pile P, pendant que le circuit inducteur est fermé, de façon que les armatures de ce condensateur aient entre elles une *d. d. p.* ε, égale à celle qui existe aux extrémités de ce circuit, pendant qu'il est parcouru par le courant inducteur.

Le circuit inducteur étant fermé et parcouru par un courant d'intensité

$$I = \frac{\varepsilon}{R},$$

on charge le condensateur en mettant ses armatures en communication avec les extrémités du circuit inducteur, puis on rompt la communication et le condensateur reste chargé d'une quantité d'électricité égale à $C\varepsilon$.

On rompt le circuit inducteur ; le circuit induit est alors parcouru par une quantité d'électricité égale à

$$\frac{MI}{R'} = \frac{M\varepsilon}{R'R},$$

qui communique, à l'équipage mobile du galvanomètre, une quantité de mouvement proportionnelle à ladite quantité.

Un temps très court s'étant écoulé depuis la rupture du circuit inducteur, 1/100 de seconde par exemple, on coupe le circuit induit en un point, et on met les deux bornes du galvanomètre en communication avec les armatures du condensateur dont la charge $C\varepsilon$, traverse tout entière le galvanomètre et communique à l'équipage mobile une quantité de mouvement de signe contraire à la première et qui est proportionnelle à $C\varepsilon$. Les deux quantités de mouvement ainsi communiquées à l'équipage mobile, dans un très petit intervalle de temps, pendant lequel son déplacement angulaire est insensible (en vertu d'un théorème de mécanique que nous avons eu l'occasion d'invoquer dans le chapitre qui traite de la mesure d'une quantité d'électricité au moyen du galvanomètre balistique), s'ajoutent algé-

Digitized by Google

briquement, de sorte que si elles sont égales et de signes contraires, l'équipage mobile restera en repos apparent. Cette condition est remplie lorsque les quantités d'électricité dues au courant induit et à la décharge du condensateur, sont aussi égales et de sens contraires, c'est-à-dire lorsqu'on a

$$\frac{M\varepsilon}{R'R} = C\varepsilon$$

ou

$$M = CR'R.$$

Cette équation fait connaître la valeur de M en fonction de celles des trois autres quantités C, R', R. Si la résistance R' du circuit induit était égale à celle du circuit inducteur, on aurait

$$M = CR^2,$$

équation qui présente une analogie complète avec celle à laquelle nous sommes arrivés précédemment, en décrivant le moyen de mesurer une self-induction au moyen d'un condensateur et d'une résistance.

Il va de soi que les opérations successives que nous venons de décrire ne peuvent être faites par l'expérimentateur lui-même et qu'on ne peut les effectuer dans un temps aussi court qu'à l'aide d'un commutateur à ressort très facile à concevoir. Enfin il est évident que le principe de la répétition des impulsions peut être appliqué avec profit, soit avec le galvanomètre balistique (multiplicateur d'impulsion, M. Deprez), soit avec le galvanomètre ordinaire, lorsque ces impulsions répétées indéfiniment, produisent sur l'équipage mobile, le même effet apparent qu'un courant permanent.

Digitized by Google

CHAPITRE DOUZIÈME

MESURE DES CAPACITÉS ÉLECTRO-STATIQUES

---

§ 1. — MÉTHODES DE MESURE DES CAPACITÉS ÉLECTRO-STATIQUES BASÉES SUR LA MESURE DES RÉSISTANCES.

764. — Généralités. — Nous avons eu plusieurs fois l'occasion de décrire des procédés employés pour la mesure d'une capacité électrostatique (voir les nos 186 à 191 et le n° 671), mais, sauf le dernier, ils étaient tous basés sur l'emploi de l'électromètre. Dans ceux qu'il nous reste à étudier, on se sert exclusivement du galvanomètre, soit comme dans le pont de Wheatstone pour constater simplement que son aiguille reste au zéro, soit comme dans le galvanomètre balistique pour mesurer une quantité d'électricité.

L'emploi du pont de Wheatstone constitue évidemment un simple procédé de comparaison de la capacité d'un condensateur à celle d'une autre que l'on suppose connue. Il faut donc, pour l'appliquer, posséder une série de condensateurs dont la capacité a été mesurée par comparaison avec un condensateur absolu tel que ceux que nous avons décrits dans un autre chapitre. Or, ainsi que nous l'avons dit souvent, la seule des grandeurs électriques que l'on sache construire facilement, avec une exactitude au moins égale à $\frac{1}{1000}$, et reproduire facilement avec une grande précision, est l'unité de résistance, l'ohm. Il est donc très désirable que toutes les mesures puissent être ramenées, chaque fois que cela est possible, à la mesure d'une résis-

Digitized by Google

tance et d'une autre quantité d'ordre mécanique telle que celle d'un temps ou d'une force.

Nous allons donc décrire d'abord les méthodes dans lesquelles cette condition est remplie ; nous étudierons ensuite celles qui sont basées sur la comparaison d'un condensateur à un autre, dont la capacité est supposée connue.

765. — Mesure d'une capacité au moyen du galvanomètre balistique et d'une résistance. — Nous supposerons, pour simplifier les équations, que le galvanomètre est à circuit mobile ou bien, s'il est à circuit fixe, que l'aiguille est astatisée et soumise à l'effort antagoniste d'un fil de torsion. Il est placé dans le circuit d'une pile dont la résistance intérieure est absolument négligeable devant celle du circuit (condition des plus faciles à remplir) et dont le courant dévierait l'aiguille si on ne la ramenait au zéro en tordant le fil de suspension d'un angle indiqué par une alidade fixée au bouton de torsion. On note cet angle que nous désignerons par α et qui est proportionnel à l'intensité du courant, puis, *sans rompre le courant*, on met les pôles de la pile en communication, pendant un temps très court, avec le condensateur qui est ainsi chargé sous une *d. d. p.* égale à celle des pôles de la pile à circuit fermé. On supprime ensuite la pile, et on met le condensateur en communication avec les extrémités du circuit qui étaient précédemment en contact avec la pile, après avoir eu bien soin de détordre le fil de torsion et de ramener au zéro l'aiguille du galvanomètre avant de décharger le condensateur. La décharge fait dévier l'aiguille d'un angle β qui, par sa comparaison avec l'angle α, va nous permettre de trouver la capacité du condensateur, sans qu'il soit nécessaire de connaître la *d. d. p.* ε des pôles à circuit fermé.

Désignons par R la résistance du circuit (pile non comprise) et du galvanomètre ; par i_1 l'intensité du courant permanent qui est équilibré par une torsion du fil égale à l'unité $\left(57 \text{ degrés } \frac{3}{10}\right)$, de façon que l'aiguille reste au zéro malgré le passage de ce courant ; par t la durée d'une oscillation simple (demi-période) de l'équipage

Digitized by Google

mobile ou de l'aiguille, sous la seule influence du fil de torsion, lorsqu'on l'abandonne à lui-même brusquement, après l'avoir écarté de sa position d'équilibre (aucun courant ne traversant l'instrument) ; par C la capacité du condensateur ; par ε la *d. d. p.* des pôles de la pile pendant le passage du courant dans le circuit de résistance R.

L'intensité du courant permanent, équilibré par la torsion du fil de suspension, a pour expression

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = i_1\alpha,$$

d'où

$$\varepsilon = Ri_1\alpha.$$

La quantité q d'électricité emmagasinée dans le condensateur, est donnée par l'équation

$$q = C\varepsilon = CRi_1\alpha.$$

D'autre part, la quantité d'électricité qui correspond à l'élongation β de l'aiguille, lorsque l'instrument fonctionne comme galvanomètre balistique, a pour valeur

$$q = \frac{t}{\pi} i_1\beta,$$

d'où l'équation

$$CRi_1\alpha = \frac{t}{\pi} i_1\beta,$$

qui donne

$$C = \frac{t}{\pi R} \frac{\beta}{\alpha}.$$

766. — Application de la méthode de répétition. — En répétant un grand nombre de fois, dans l'unité de temps, la série d'opérations que nous venons de décrire, l'élongation β se transformerait en une déviation permanente que l'on annulerait par une torsion convenable α' du fil de suspension. Il suffirait, pour cela, d'employer un commutateur tournant, qui produirait successivement les phases suivantes, pendant lesquelles la pile serait séparée du circuit du galvanomètre.

(*a*) Les armatures du condensateur sont mises en communication avec la pile.

Digitized by Google

(*b*) Cette communication est rompue.

(*c*) Le circuit du galvanomètre est mis en communication avec le condensateur.

(*d*) Cette communication est rompue, et la communication (*a*) est rétablie.

Cette série d'opérations répétées n fois par seconde, a pour résultat de lancer, pendant l'unité de temps, dans le galvanomètre, une quantité d'électricité égale à nCE, E étant la *f.e.m.* de la pile. La torsion α' du fil, nécessaire pour maintenir au zéro, à l'état de repos apparent, l'équipage mobile du galvanomètre, est [en vertu des théorèmes que nous avons démontrés ailleurs. Mesure des courants alternatifs à l'aide de l'électrodynamomètre (531)] la même que si l'instrument était traversé par un courant continu dont l'intensité serait nCE. L'équation d'équilibre est donc

$$nCE = i_1\alpha',$$

de laquelle on tire

$$C = \frac{i_1\alpha'}{nE},$$

que l'on peut écrire

$$C = \frac{i_1\alpha'}{n\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{E},$$

ou, en remplaçant au dénominateur ε par sa valeur $Ri_1\alpha$

$$C = \frac{\varepsilon}{E}\,\frac{1}{nR}\,\frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Cette méthode est plus sensible que la précédente parce que α' peut être rendu aussi grand qu'on le veut ; il suffit, pour cela, d'augmenter n, à la condition toutefois, que le condensateur ait le temps de se décharger complètement. De plus, elle est basée sur la comparaison de deux expériences, dans lesquelles le fil de torsion se comporte de la même manière, tandis que dans la méthode balistique, il mesure un travail emmagasiné sous forme de force vive.

767. — Emploi de la méthode de répétition et du galvanomètre différentiel. — On peut la rendre encore plus parfaite en remplaçant le couple antagoniste du fil de torsion, par celui que produi-

Digitized by Google

rait un courant continu passant dans un second cadre galvanométrique agissant, si le galvanomètre est à circuit fixe, sur la même aiguille aimantée ou, préférablement, sur l'aiguille aimantée, qui sert à équilibrer l'action exercée sur la première aiguille, par le magnétisme terrestre. Cet ensemble doit être réglé de façon que, un courant continu lancé dans les deux cadres, supposés groupés en série, et agissant dans des sens contraires sur les aiguilles, ne produise aucune déviation. Si cette condition est remplie, il est facile de voir que l'équilibre entre le courant continu $\frac{\varepsilon}{R}$, lancé dans l'un des cadres, et le courant intermittent lancé n fois par seconde dans l'autre cadre, est atteint lorsqu'on a

$$\frac{\varepsilon}{R} = nCE,$$

d'où

$$C = \frac{1}{nR}\frac{\varepsilon}{E}.$$

Il est évident que dans cette méthode, comme dans la précédente, on n'a pas à se préoccuper de la valeur du facteur $\frac{\varepsilon}{E}$ que l'on peut toujours rendre égal à l'unité; il suffit, pour cela, de faire communiquer les armatures du condensateur avec les extrémités du circuit de résistance R, entre lesquelles existe une *d. d. p.* égale à ε lorsque ce circuit est traversé par le courant continu. Le condensateur est alors chargé au potentiel ε, et non pas au potentiel E.

768. — Emploi du pont de Wheatstone et du galvanomètre ordinaire. — La méthode de répétition peut être appliquée aussi en employant le galvanomètre ordinaire et le pont de Wheatstone. Le dispositif suivant, imaginé par M. J. J. Thomson, montre comment il faut disposer l'expérience (fig. 470). Le pont étant placé comme à l'ordinaire, on coupe la branche DA′ en un point quelconque, et les deux tronçons de cette branche sont mis, par leur extrémité libre, en communication, chacun à chacun, avec deux butoirs B, B′, entre lesquels oscille une lame élastique vibrante LO qui effectue un nombre n de périodes complètes par seconde. L'extrémité fixe O de

Digitized by Google

cette lame vibrante, communique avec l'une des armatures du condensateur dont l'autre armature communique avec le sommet D du quadrilatère.

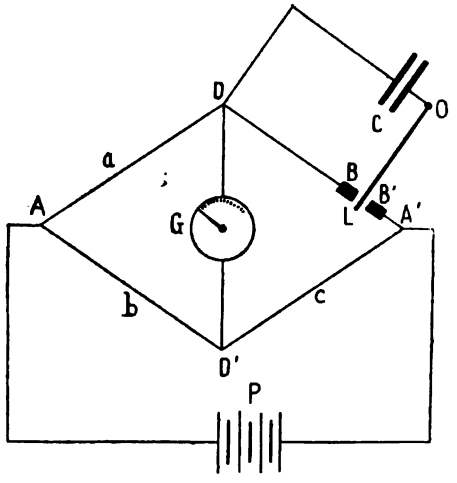


Fig. 470.

On voit immédiatement que si la lame vibrante touche le butoir B', le condensateur est chargé sous la *d. d. p.* des points D et A', et que, si au contraire, elle touche B, le condensateur est mis en court circuit et se décharge à travers le tronçon de conducteur DB. Le courant instantané de charge se répartit entre les branches AD, AD', D'A', DD' et APA', dont nous désignerons respectivement les résistances par *a*, *b*, *c*, *g* et *p*. Quand la communication de L avec B' est rompue, ces cinq branches sont parcourues par le courant de la pile seule, courant qui traverse la diagonale DD' dans un certain sens; lorsque L touche B', le courant de charge change la répartition des potentiels dans le réseau de ces cinq conducteurs et le courant oscillatoire de la diagonale DD' peut être renversé si la résistance *a* a une valeur convenable. Le galvanomètre G, ainsi traversé par des courants alternativement renversés, peut rester en équilibre et c'est ce résultat que l'on veut obtenir en faisant varier la résistance *a* de la branche AD. Lorsqu'il en est ainsi, on démontre que la capacité C du condensateur, satisfait à la relation suivante que nous nous contenterons de transcrire, sans en donner la démonstration

Digitized by Google

$$C = \frac{1}{n} \cdot \frac{b}{a(b+c+n)+bp} \cdot \frac{(c+p)(a+b+g)+b(a+g)}{c(a+b+g)+bg}.$$

Cette méthode est beaucoup moins sensible que la précédente, elle force à tenir compte de la résistance de la pile et, ce qui est encore une infériorité (bien qu'elle soit légère), la démonstration et la formule qui en est la conséquence, en sont beaucoup plus compliquées.

§ 2. — MÉTHODE DE MESURE DES CAPACITÉS ÉLECTRO-STATIQUES BASÉES SUR LA COMPARAISON D'UN CONDENSATEUR A UN AUTRE DE CAPACITÉ CONNUE.

769. — Méthodes de comparaison des condensateurs entre eux. — Lorsqu'on dispose de condensateurs soigneusement étalonnés, et que l'on veut mesurer une capacité électro-statique quelconque, telle que celle d'un câble sous-marin ou d'une ligne télégraphique, le procédé le plus simple est de mesurer le rapport de la capacité inconnue à celle des condensateurs étalonnés. On peut employer pour cette comparaison, soit le galvanomètre différentiel, soit le galvanomètre ordinaire intercalé dans la diagonale d'un pont de Wheatstone. Nous allons décrire successivement quelques dispositifs basés sur l'une ou sur l'autre de ces méthodes.

770. — Emploi du galvanomètre différentiel. — Le principe de cette méthode est très simple : charger les deux condensateurs que l'on compare, à des potentiels choisis de telle sorte que la quantité d'électricité, emmagasinée dans chacun d'eux, soit la même; puis les décharger simultanément, l'un, dans un des cadres d'un galvanomètre différentiel, l'autre, dans l'autre cadre, de façon que les impulsions communiquées à l'aiguille se détruisent mutuellement. La figure 471 montre la disposition que l'on peut adopter. Un courant emprunté à une source quelconque (dont le potentiel est aussi élevé que le permettent les moyens dont on dispose) traverse le conducteur RR′ dans lequel sont intercalées deux boîtes de résistances ou deux rhéostats soigneusement gradués B, B′. L'un des condensateurs,

Digitized by Google

C est relié : d'une part, à l'entrée A de la boîte B; d'autre part, à l'entrée de l'une des bobines G d'un différentiel GG'. Le second condensateur C' est relié symétriquement à A' et à G'. Les deux bobines G et G' sont reliées en F, de telle sorte qu'un courant les traversant dans le sens CGFG'C' ou dans le sens inverse, produirait sur l'équipage mobile des couples égaux mais de sens contraires et qui, par conséquent, se détruiraient. Enfin, le point F communique avec le conducteur RR' en un point D situé entre les deux boîtes de

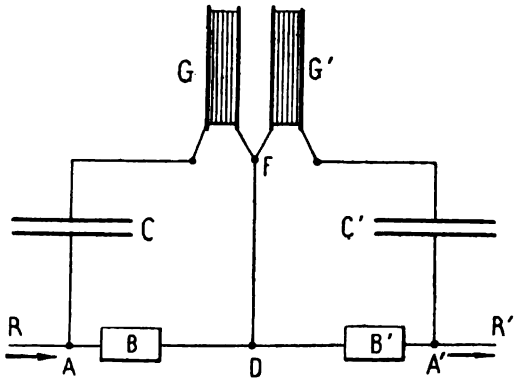


Fig. 471.

résistances. Désignons par I l'intensité du courant qui traverse RR'; par R et R' les résistances des boîtes ou rhéostats B, B'. Lorsque le courant passe, la résistance R fait naître, entre les points A et D, une *d. d.p.* égale à RI, et entre les points D et A' une *d. d.p.* égale à R'I ; il en résulte que la charge du condensateur C est égale à CRI et celle de C' à C'R'I. Pour provoquer la décharge des condensateurs, on n'a qu'à rompre brusquement le courant; les points A, D, A' revenant tous trois au même potentiel, le condensateur C se décharge à travers G dans le sens CADFGC, tandis que le condensateur C' se décharge dans le sens C'G'FDA'C'. Ces deux décharges produisent sur l'équipage mobile du différentiel des impulsions inverses, de sorte que si elles sont égales, c'est-à-dire si on a CRI = C'R'I ou CR = C'R', l'aiguille reste au zéro. Lorsqu'il en est ainsi, aucun courant ne traverse le conducteur FD pendant la décharge qui suit

Digitized by Google

intégralement le circuit CGFG'C', entre les armatures supérieures et le circuit CABB'A'C', entre les armatures inférieures.

771. — **Emploi du comparateur de courants.** — On voit que la comparaison des deux capacités C et C', est ramenée à celle de deux résistances, tandis qu'on compare ces dernières entre elles par des méthodes qui n'exigent l'intervention d'aucun autre élément que des résistances. Il y a là une sorte de défectuosité que l'on peut facilement faire cesser en remplaçant le différentiel par un comparateur de courants et en chargeant les deux condensateurs au même potentiel. En effet, un comparateur de courants (Chapitre VI § 2) est un instrument qui est essentiellement composé de deux cadres rectangulaires entre eux qui, traversés par des courants distincts I et I', exercent, sur une aiguille aimantée, des couples respectivement proportionnels à $I \sin \alpha$ et à $I' \cos \alpha$; α désignant l'angle du cadre traversé par I', avec l'aiguille aimantée, angle variable à la volonté de l'expérimentateur. Si les courants permanents I et I' sont remplacés par des décharges instantanées, les couples sont remplacés par des impulsions proportionnelles à $Q \sin \alpha$, $Q' \cos \alpha$, qui se détruisent et laissent l'aiguille au zéro lorsqu'on fait tourner l'ensemble des cadres (l'aiguille conservant une direction invariable), jusqu'à ce que l'on ait

$$Q \sin \alpha = Q' \cos \alpha,$$

ou

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Q'}{Q}.$$

Les condensateurs étant chargés au même potentiel, on a

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C},$$

et par suite

$$\frac{C'}{C} = \operatorname{tg} \alpha.$$

772. — **Comparaison de deux capacités au moyen de celle de deux résistances intercalées dans un pont de Wheatstone. — Méthode de M. de Sauty.** — Soit ABFD (fig. 472) le

Digitized by Google

quadrilatère du pont; dans la diagonale BD est installé le galvanomètre G, dans la diagonale AF, la pile P ou un simple conducteur LM, suivant que la clef KH, mobile autour du point H, touche le butoir I ou le butoir L; enfin dans les deux côtés consécutifs BF, DF, sont intercalés les condensateurs C et C′ que l'on veut comparer. L'expérience consiste à faire varier le rapport des résistances AB et AD, jusqu'à ce que le courant de charge, provoqué par le contact de la clef HK avec I, ou le courant de décharge provoqué par le contact

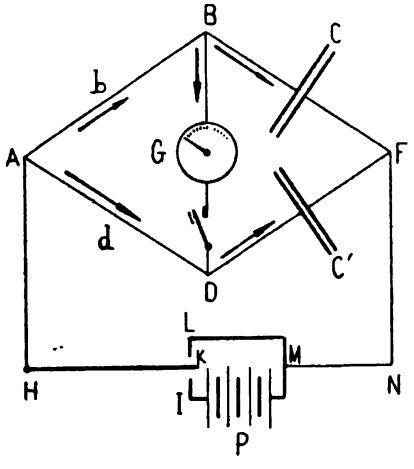


Fig. 472.

avec L, ne produise aucune impulsion sur l'équipage mobile du galvanomètre G. Lorsque cette condition est remplie, on a

$$\frac{C}{C'} = \frac{d}{b}.$$

Pour le démontrer, prenons la seconde équation de Kirchhoff (312)

$$\Sigma RI = \Sigma E,$$

et considérons d'abord, dans un réseau de conducteurs, une seule branche de résistance r, contenant une *f. e. m.* E, parcourue par un courant i et dont les extrémités ont entre elles une *d. d. p.* V; E, i et V étant des fonctions du temps. L'intensité i aura à chaque instant pour valeur

$$i = \frac{E + V}{r},$$

Digitized by Google

d'où

$$V = ri - E,$$

ou, en multipliant par dt

$$Vdt = ridt - Edt.$$

Si on écrit cette équation pour chacune des branches du réseau, nous savons que ΣV est égal à zéro, et par conséquent aussi ΣVdt. Le second membre donne donc

$$\Sigma ridt - \Sigma Edt = 0,$$

ou enfin, en intégrant depuis le moment où le courant est nul, jusqu'au moment où il redevient nul,

$$\Sigma r \int idt = \Sigma \int Edt.$$

La première intégrale $\int idt$ représente la quantité d'électricité qui traverse la branche considérée ; la seconde $\int Edt$ représente ce qu'on appelle la *f. e. m. totale* développée dans cette branche par les actions de toute nature qui peuvent s'y manifester et qui, dans les branches AB et AD du pont, se réduisent aux *f. e. m.* d'induction que pourraient produire les bobines. Mais, comme nous intégrons par rapport au temps, entre deux limites pour lesquelles $i = 0$, le terme $\int Edt$ est nul, parce qu'il est égal à la variation du flux de force embrassé par les spires des bobines et que cette variation est nulle, le courant étant égal à zéro au commencement et à la fin du phénomène.

On a donc finalement, dans le circuit ABD dont une des branches contient le galvanomètre G

$$\Sigma r \int idt = 0,$$

et par suite, quel que soit le sens du courant dans la diagonale BD,

$$b \int i_b dt + g \int i_g dt - d \int i_d dt = 0, \qquad (1)$$

i_b, i_g et i_d désignant respectivement l'intensité variable des courants qui traversent les branches AB, BD et AD, dont les résistances sont représentées par b, g et d.

Mais si on considère le sens des flèches qui représentent les courants de charge, on voit que la quantité d'électricité représentée par

Digitized by Google

$\int i_b dt$, est égale à la somme de deux autres : la première traverse le galvanomètre ; la seconde s'accumule dans le condensateur C ; elle a pour valeur CE, E étant la *f. e. m.* de la pile. Dans la branche AD, au contraire, le courant ne représente qu'une portion du courant absorbé par C', le reste étant fourni par la branche BD. On a donc les deux équations

$$CE = \int i_b dt - \int i_g dt, \qquad C'E = \int i_d dt + \int i_g dt. \qquad (2)$$

Si l'aiguille du galvanomètre reste au zéro pendant la durée de la charge, ce qui est le résultat que l'on finit par obtenir en modifiant les résistances relatives d et b, on a nécessairement

$$\int i_g dt = 0,$$

et par suite les deux équations deviennent

$$CE = \int i_b dt, \qquad C'E = \int i_d dt. \qquad (3)$$

Remplaçant dans l'équation (1) les valeurs de $\int i_b dt$ et de $\int i_d dt$ par CE et par C'E il vient (puisque $\int i_g dt = 0$)

$$bCE - dC'E = 0,$$

ou

$$\frac{C}{C'} = \frac{d}{b}.$$

L'expérience est dirigée absolument comme s'il s'agissait de mesurer le rapport de deux résistances placées en C et C', avec cette différence toutefois, que le rapport $\frac{d}{b}$ serait renversé.

773. — Modification de la méthode M. de Sauty. — Sir William Thomson a modifié la méthode de M. de Sauty en intervertissant les positions respectives de la pile et du galvanomètre. La pile est alors placée dans la diagonale BD (fig. 473) et le galvanomètre dans la diagonale AF. Cette modification, qui paraît peu importante à première vue, entraîne cependant des changements radicaux dans la théorie et dans le fonctionnement des différents éléments qui entrent en jeu dans l'application du pont à la compa-

Digitized by Google

raison de deux capacités électro-statiques. En examinant la figure 473, on voit d'abord que lorsqu'on abaisse la clef K de la diagonale BD, le courant de la pile P est fermé par le triangle BAD, aussi longtemps que la clef reste abaissée, tandis que, dans le dispositif de Sauty, le courant n'est jamais fermé ; la pile ne produisant que la quantité d'électricité strictement nécessaire à la charge des condensateurs. En un mot, le procédé de Sauty est basé sur l'application des propriétés de l'état variable du courant, tandis que le procédé Thomson est basé sur les propriétés de l'état permanent. En effet, le courant étant fermé dans BAD par la clef K, le potentiel de l'arma-

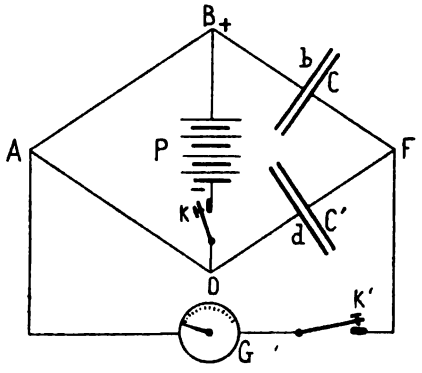


Fig. 473.

ture *b* du condensateur C est égal au potentiel du sommet B, et par conséquent à celui des pôles de la pile qui est relié à ce sommet par un conducteur sans résistance ; le potentiel de l'armature *d* de C', est pour la même raison égal à celui du pôle D. Enfin le potentiel commun des armatures qui sont reliées au sommet F, est déterminé par cette condition que lorsqu'on réunit F à A en fermant la clef K', le galvanomètre G ne doit indiquer aucun courant, ce qui signifie que l'on doit s'arranger de sorte que le potentiel de F soit égal à celui de A. Supposons qu'il en soit ainsi et cherchons quelles doivent être les résistances des côtés AB et AD. Remarquons d'abord que lorsque la branche du galvanomètre est coupée en K', le sommet F, et par conséquent les armatures de C et de C' qui lui sont reliées, sont complètement isolées ; par suite, les deux condensateurs C

Digitized by Google

et C′ sont simplement groupés en série au moyen du fil CFC′ et contiennent des quantités égales d'électricité (106). D'autre part, F devant être au même potentiel que A, pour que G ne soit traversé par aucun courant, il nous suffit de calculer le potentiel de A pour connaître celui de F, et par conséquent les quantités égales d'électricité emmagasinées par C et par C′.

Désignons par V_0, V_1, V_2 les potentiels de B, de A et de D, lorsque le courant de la pile est fermé par K ; par b, d, p, les résistances de AB, de AD, et de la pile P.

L'intensité du courant engendré par la pile de *f. e. m.* E, a pour expression $\frac{E}{b+d+p}$, et le potentiel V_1 en A, est donné par l'équation

$$V_1 = V_0 - \frac{bE}{b+d+p},$$

le potentiel V_2 en D, par l'équation

$$V_2 = V_0 - \frac{(b+d)E}{b+d+p}.$$

La charge du condensateur C, lorsque F est au même potentiel que A, a pour valeur

$$C(V_0 - V_1) = \frac{CbE}{b+d+p}.$$

La charge de C′ est égale à

$$C'(V_1 - V_2) = \frac{C'dE}{b+d+p}.$$

Ces deux charges devant être égales, parce que C et C′ sont groupés en série, on trouve immédiatement

$$CbE = C'dE$$

ou

$$Cb = C'd,$$

ou enfin,

$$\frac{C}{C'} = \frac{d}{b},$$

équation identique à celle que donne la méthode de Sauty, bien que le procédé soit, au fond, absolument différent ; la méthode de Thomson ramenant la comparaison des deux condensateurs, à celle des

Digitized by Google

d. d. p. nécessaires pour les maintenir chargés de quantités égales d'électricité.

774. — Autre méthode de W. Thomson ou méthode du quadrilatère des condensateurs. — Sir W. Thomson a imaginé une autre combinaison dans laquelle les résistances AB et AD sont remplacées par des condensateurs C_1 et C'_1 (fig. 474) Les pôles de la pile P sont reliés aux sommets A et F, et le galvanomètre

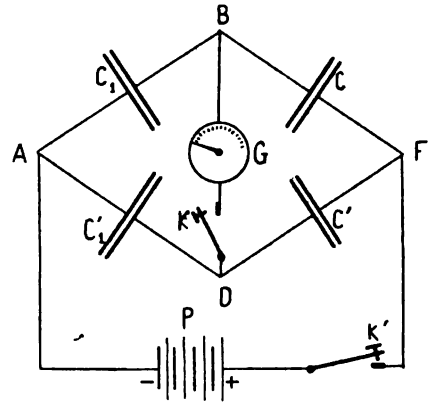


Fig. 474.

est intercalé dans la diagonale BD. La communication K étant rompue et la communication K′ établie, on peut considérer C et C_1 comme deux condensateurs groupés en série et contenant des quantités égales d'électricité. La *d. d. p.* entre F et A, étant égale à la *f. e. m.* E de la pile, on trouve facilement que la *d. d. p.* entre F et B est égale à

$$\frac{C_1}{C + C_1} E,$$

et que entre F et D, elle est égale à

$$\frac{C'_1}{C'_1 + C'} E.$$

Ces deux *d. d. p.* devant être égales, pour que les potentiels en B et en D soient égaux et ne donnent pas lieu à une décharge dans le galvanomètre G quand on abaisse la clef K, on a l'équation de

Digitized by Google

condition

$$\frac{C_1}{C_1 + C} = \frac{C'_1}{C'_1 + C'}$$

ou

$$C_1 C' = C C'_1$$

et

$$C = \frac{C_1 C'}{C'_1}.$$

Cette dernière équation devient identique à celle qui exprime l'équilibre lorsqu'on remplace les quatre condensateurs par des résistances proportionnelles à leurs capacités.

L'inconvénient de cette méthode, consiste en ce qu'elle exige la construction de boîtes de condensateurs, ou plutôt de capacités, qui, si l'on veut obtenir des résultats exacts, doivent contenir autant de capacités différentes qu'il y a de bobines de résistances dans un pont de Wheatstone. Or, ceci est impraticable, aussi bien à cause de l'encombrement qui en résulterait, que du prix excessif d'une pareille collection de condensateurs étalonnés.

On pourrait remédier à cet inconvénient de la façon suivante : Supposons que l'on mesure à l'aide d'un électromètre la *d. d. p.* des points B et D, et celle des points A et F (laquelle est égale à la *f. e. m.* de la source) et désignons par k le rapport de la première à la seconde. On trouve facilement que ce rapport a pour expression

$$k = \frac{C'_1}{C'_1 + C'} - \frac{C_1}{C_1 + C},$$

et en supposant connues les trois capacités C_1, C'_1, C', on tire de cette équation

$$C = \frac{C_1 C' + k C_1 (C'_1 + C')}{C'_1 - k(C'_1 + C')},$$

qui pour

$$k = 0,$$

donne

$$C = \frac{C_1 C'}{C'_1}.$$

Mais pour que l'emploi de l'électromètre donne une précision suffisante aux mesures, il faut que la *d. d. p.* entre F et A soit aussi élevée que possible, et comme une pile ne permettrait de satisfaire à

Digitized by Google

cette condition qu'à la condition d'être composée d'un très grand nombre de couples, il est préférable d'avoir recours, comme source de *f. e. m*, à une petite machine électro-statique ou à une bobine d'induction disposée comme elle doit l'être quand on veut charger un condensateur. D'autre part, si les condensateurs C, C', etc..., avaient des capacités notables, leur charge, sous ces hauts potentiels, deviendrait très considérable et ne pourrait être obtenue qu'au bout d'un temps relativement long, parce que les machines électrostatiques ne produisent qu'une très faible quantité d'électricité dans l'unité de temps.

On est donc conduit ainsi à conclure que le procédé des quatre condensateurs convient très bien à la comparaison des petites capacités, à la double condition d'employer une source d'électricité telle qu'une petite machine de Varley (140), ou une bobine d'induction qui devra maintenir constante la *d. d. p.* entre F et A, et de mesurer la *d. d. p.* entre B et D, à l'aide de l'électromètre.

Elle convient également à la mesure des grandes capacités, mais il faut alors se servir d'une pile comme source d'électricité et du galvanomètre balistique pour constater que la *d. d. p.* entre B et D est nulle. Si elle ne l'était pas, on emploierait la méthode d'interpolation dont nous avons déjà expliqué l'application à la mesure, exacte et sans tâtonnement, d'une résistance intercalée dans un pont de Wheatstone.

Si on veut employer l'électromètre à la mesure de la *d. d. p.* entre B et D, on procèdera de la façon suivante : l'*aiguille* d'un électromètre à quadrants sera reliée au point F, l'une des paires de quadrants au point B et l'autre paire de quadrants au point D. Dans ces conditions, l'instrument sera très sensible à de faibles *d. d. p.* entre B et D.

En effet, désignons par V_0 le potentiel de F; par V_1 et V_2 les potentiels de B et de D; le couple exercé par les quadrants sur l'aiguille, est proportionnel à

$$(V_0 - V_1)^2 - (V_0 - V_2)^2, \qquad (165)$$

et si nous posons

$$V_2 = V_1 + \varepsilon,$$

Digitized by Google

cette expression devient

$$(V_0 - V_1)^2 - (V_0 - V_1 - \varepsilon)^2 = 2(V_0 - V_1)\varepsilon - \varepsilon^2.$$

On voit immédiatement que le couple est, lorsque V_1 diffère peu de V_2, proportionnel à $V_0 - V_1$, c'est-à-dire à une quantité que l'on peut rendre aussi grande qu'on veut en prenant une source à potentiel élevé.

Si on veut se servir de la formule que nous avons donnée plus haut pour calculer immédiatement la valeur de C en fonction du rapport k de la *d. d. p.* BD à la *d. d. p.* FA (ou E), on devra relier l'une des paires de quadrants au point F, l'autre paire au point A, et mettre ensuite successivement l'aiguille en communication avec les points F, B, A et D, et la ramener chaque fois au zéro en tordant le fil de suspension.

Désignons par V_0, V_1, V_2, V_3, les potentiels des points F, B, D, A et par θ_0, θ_1, θ_2, θ_3, les angles de torsion correspondants aux quatre communications différentes établies entre l'aiguille et lesdits points. L'équation fondamentale de l'électromètre (164) donnera les quatre équations suivantes, dans lesquelles α désigne une constante qui dépend des dimensions de l'instrument et du coefficient de torsion du fil de suspension de l'aiguille :

$$\theta_0 = \alpha(V_0 - V_3)\left(V_0 - \frac{V_0 + V_3}{2}\right), \qquad \theta_1 = \alpha(V_0 - V_3)\left(V_1 - \frac{V_0 + V_3}{2}\right),$$

$$\theta_2 = \alpha(V_0 - V_3)\left(V_2 - \frac{V_0 + V_3}{2}\right), \qquad \theta_3 = \alpha(V_0 - V_3)\left(V_3 - \frac{V_0 + V_3}{2}\right).$$

Ces quatre équations donnent immédiatement

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_0 - \theta_3} = \frac{V_1 - V_2}{V_0 - V_3} = k.$$

On pourrait même supprimer la quatrième expérience, car la première donne

$$\theta_0 = \alpha\frac{(V_0 - V_3)^2}{2},$$

de sorte que l'on aurait

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_0} = \frac{2(V_1 - V_2)}{V_0 - V_3} = 2k.$$

Nous devons mentionner, en terminant la description de la mé-

Digitized by Google

thode des quatre condensateurs, que pour éviter l'obligation d'avoir des condensateurs étalonnés trop nombreux, sir W. Thomson proposait d'employer un condensateur à capacité variable auquel il avait donné le nom de *platymètre* (190) et qui devait jouer un rôle analogue à celui des rhéocordes à curseur dans les boîtes de résistances.

775. — **Mesure d'une capacité par décharges successives dans un condensateur étalonné.** — Soit C la capacité inconnue d'un condensateur, et c celle d'un condensateur étalonné ; le rapport $\frac{C}{c}$ étant supposé très grand, on procède à l'opération suivante :

On décharge partiellement C dans c, puis ce dernier étant séparé de C, on le décharge à son tour dans un galvanomètre balistique dont on mesure l'élongation β_1 qui fait connaître la quantité d'électricité q_1 cédée par C à c dans cette première opération ; puis on charge une seconde fois c, en le mettant en communication avec C et on le décharge après l'avoir isolé de C, mais sans faire passer la décharge dans le balistique. On répète cette opération n fois, mais la n^{me} fois, on lance de nouveau la décharge de c dans le balistique et on obtient une élongation β_n qui fait connaître la quantité q_n d'électricité cédée à c, dans cette n^{me} opération. On demande de trouver le rapport $\frac{C}{c}$ en fonction du rapport

$$\frac{q_n}{q_1} = \frac{\beta_n}{\beta_1}$$

et du nombre n. Nous avons déjà traité un problème presque identique dans le n° 184 ; aussi pensons-nous qu'il est inutile de donner la démonstration des résultats auxquels on arrive, et que le lecteur retrouvera facilement en se reportant à ce numéro.

En supposant, pour plus de généralité, que le condensateur étalonné soit déchargé dans le balistique, non pas après la première communication avec C, mais après la n^{me}, et qu'on le décharge une seconde fois dans le balistique, après l'opération portant le numéro n', comptée bien entendu depuis le moment où C contenant sa charge intégrale C_0, a été mis pour la première fois en contact avec c, on

Digitized by Google

trouve que les charges q_n et q_n' lancées dans le balistique où elles produisent des élongations proportionnelles, satisfont à l'équation

$$\log.\frac{q_n}{q_{n'}} = (n'-n)\log.\left(1+\frac{c}{C}\right),$$

d'où on tire, en remarquant que $\frac{c}{C}$ étant supposé très petit, le logarithme

$$\left(1+\frac{c}{C}\right)$$

peut être développé en série très convergente dont le 1er terme est $\frac{c}{C}$;

$$\frac{c}{C} = \frac{1}{n'-n}\log.\frac{q_n}{q_{n'}},$$

d'où

$$C = \frac{n'-n}{\log.\frac{q_n}{q_{n'}}}c = \frac{n'-n}{\log.\frac{\beta_n}{\beta_{n'}}d}c.$$

La mise en œuvre de cette méthode, exige l'intervention d'un commutateur tournant muni d'un compteur permettant de se rendre compte à chaque instant du nombre de charges et de décharges du condensateur étalonné. On imprime un mouvement de rotation à l'appareil, mais on s'arrête de temps en temps pour mesurer l'élongation produite par la décharge. Lorsque cette élongation est réduite à la moitié environ de sa valeur primitive, on peut considérer l'expérience comme terminée et on lit l'indication du compteur. Supposons par exemple que la première élongation mesurée corresponde à la centième décharge de c, et la seconde à la 500e. On aura

$$n' = 500, \qquad n = 100;$$

si les élongations correspondantes sont représentées par les nombres 375 et 210, on prendra le logarithme népérien du rapport $\frac{375}{210}$ qui est égal à 0,58, et on trouvera

$$C = \frac{400}{0,58}c = 689c.$$

On peut appliquer cette même méthode à la mesure des capacités très petites, mais en mesurant les élongations produites par la dé-

Digitized by Google

charge du condensateur étalonné : 1° lorsqu'il vient d'être chargé par une source à potentiel constant; 2° lorsqu'il a été déchargé un certain nombre de fois dans le petit condensateur. Il est évident d'ailleurs que pour faire cette expérience, le condensateur étalonné doit être rechargé par la source après sa première décharge dans le balistique.

Soit Q_0 la charge initiale du condensateur étalonné C, mesurée par l'élongation du balistique et restituée immédiatement après, par la source à potentiel constant ;

Q_n la charge qu'il possède encore après n contacts avec le condensateur c qui est déchargé chaque fois, mais qui ne reçoit pas la charge Q_n, cette charge étant lancée intégralement dans le balistique.

On arrive facilement, par des calculs identiques à ceux qui précèdent, à la formule suivante :

$$c = \frac{C}{n} \log. \frac{Q_0}{Q_n} = \frac{1}{n}\left(\log. \frac{\beta_0}{\beta_n}\right)C.$$

Emploi de la méthode de répétition. — Enfin, on peut combiner la méthode des décharges successives avec celle de la répétition. Mais l'intensité moyenne du courant intermittent accusé par le galvanomètre, irait constamment en décroissant et ne se prêterait pas à une mesure exacte. Aussi cette méthode serait-elle bonne surtout pour avertir l'observateur que la charge du condensateur C est devenue une fraction donnée de la charge primitive, et lui permettre alors de faire une mesure exacte au moyen du galvanomètre balistique.

Digitized by Google

CHAPITRE TREIZIÈME

COMPTEURS D'ÉLECTRICITÉ. — COMPTEURS D'ÉNERGIE.

---

§ 1. — PRINCIPE DES COMPTEURS D'ÉNERGIE.

776. — But des compteurs. — Les Compteurs d'électricité ont pour but de faire connaître la quantité totale d'électricité qui traverse un circuit dans un temps donné; ils mesurent donc la valeur de l'intégrale $\int_0^t I dt$. On les appelle aussi quelquefois Coulombmètres ou Coulommètres.

Les Compteurs d'énergie ont un but différent et sont d'une utilité en général plus grande; ils mesurent la valeur de l'intégrale $\int^t VI dt$ (dans laquelle V désigne la *d. d. p.* des deux extrémités d'un circuit parcouru par un courant d'intensité I), c'est-à-dire la quantité de travail électrique dépensée dans le circuit pendant le temps t. On leur donne aussi le nom d'Ergmètres ou de Wattmètres. Le premier appareil de ce genre a été imaginé par M. Marcel Deprez[1] qui lui avait donné le nom de Mesureur d'Énergie; tous ceux qui ont été réalisés depuis cette époque, par différents constructeurs, sont tous basés sur le principe de l'appareil de M. Marcel Deprez. On doit en excepter toutefois, les instruments dans lesquels on se sert d'électromètres statiques.

---

(1) *Lumière Electrique* du 1er Avril 1880, page 133. 1er Mai 1880, page 170. — Voir aussi « Séance de la Société Française de Physique ». Séance du 5 Mars 1880.

Digitized by Google

777. — Principe et graduation du mesureur d'énergie. — Nous ne ferons pas de description spéciale des compteurs d'électricité, parce que tous les compteurs d'énergie peuvent servir de compteurs d'électricité moyennant une légère modification.

Tout compteur d'énergie se compose de deux parties distinctes, qui sont : 1° l'organe ayant pour fonction de faire connaître à chaque instant le produit VI ; 2° le mécanisme intégrateur qui doit indiquer sur un cadran, la valeur de l'intégrale $\int VIdt$, en fonction du temps.

Le procédé au moyen duquel on rend mesurable à chaque instant, la valeur de VI, consiste à remplacer la différence de potentiel V par le produit Ri d'une résistance R, par l'intensité i d'un courant, de sorte que VI devient lui-même proportionnel au produit iI des intensités des deux courants ; or, ce dernier peut être mesuré directement au moyen d'un électrodynamomètre.

C'est sur ce principe (appliqué pour la première fois par M. Deprez dans son mesureur d'énergie) que sont basés tous les wattmètres à courant continu. Nous avons même démontré (536) qu'on peut encore l'appliquer à la mesure de l'énergie des courants alternatifs, quand ils sont de forme sinusoïdale.

Désignons par A et B les extrémités d'une portion de circuit dans laquelle est intercalé un appareil quelconque utilisant l'énergie du courant I. Relions les points A et B par un conducteur additionnel très résistant, consistant en un fil long et fin enroulé sur la bobine mobile d'un électrodynamomètre dont la bobine fixe est constituée par un fil gros et court intercalé dans la portion de circuit AB, et traversée par le courant d'intensité I. L'intensité i du courant qui traverse la bobine mobile, a pour valeur

$$i = \frac{V}{R},$$

R désignant la résistance de cette bobine ; le couple C exercé sur elle, par la bobine fixe, a donc pour expression

$$C = cil,$$

c désignant la valeur de C lorsque i et I ont tous deux une valeur égale à l'unité et que les axes de symétrie des deux bobines font entre

Digitized by Google

eux un angle droit. Remplaçant i par sa valeur, il vient :

$$C = c\,\frac{VI}{R},$$

d'où

$$VI = \frac{RC}{c}.$$

Ce couple est donc proportionnel à l'énergie VI dépensée dans la branche utilisatrice du courant, pendant l'unité de temps. Il serait facile de graduer l'instrument, en groupant en série les deux bobines et en y lançant un courant d'intensité I' mesurée à l'aide d'un ampèremètre étalonné. On aurait alors, en désignant par C' l'intensité du couple nécessaire pour maintenir au zéro la bobine mobile

$$C' = cI'^2,$$

et par suite

$$VI = RI'^2\,\frac{C}{C'}.$$

Mais ce procédé exigerait que l'on disposât d'une source d'énergie dont la puissance serait comparable à celle que consommeraient les appareils utilisateurs du courant. Il serait bien plus commode de faire la graduation avec des moyens d'action d'une puissance modérée, comme ceux dont on dispose en général dans les laboratoires. On peut y arriver de deux façons.

(*a*) On remplace la bobine fixe à gros fil par une bobine à fil fin dont toutes les dimensions sont identiques à celles de la bobine à gros fil, de sorte que le couple c produit par le courant-unité, lorsqu'il traverse la bobine fixe et la bobine mobile, est multiplié par le rapport m du nombre de spires de la nouvelle bobine, au nombre de spires de l'ancienne.

La sensibilité de l'instrument est ainsi multipliée par m, de sorte que, après avoir remis en place l'ancienne bobine, la formule qu'il faut appliquer est

$$VI = mRI''^2\,\frac{C}{C''}.$$

C'' désignant le couple produit par la bobine fixe à fil fin, lorsque l'instrument est traversé par le courant I'', et C le couple produit

Digitized by Google

par le courant I lorsque la bobine fixe primitive est remise en place et que l'instrument est appliqué à une mesure d'énergie, comme nous l'avons indiqué.

(*b*) On rompt la communication entre la bobine fixe à gros fil et la bobine mobile à fil fin. Dans la première qui présente une très faible résistance, on lance un courant I′ aussi intense que possible emprunté à un accumulateur à grande surface, ce qui n'exige qu'une faible

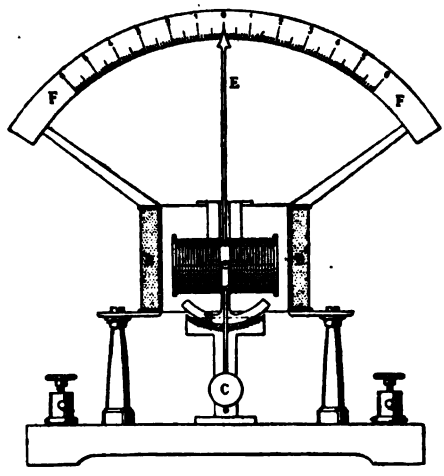


Fig. 475. — Wattmètre Marcel Deprez (1880).

f. e. m ; dans la bobine à fil fin, on lance un courant d'intensité modérée i' emprunté à une source dont la *f. e. m.* est aussi élevée que possible. On a alors, pour la valeur du couple C′ développé dans ces conditions

$$C' = cI'i',$$

d'où

$$c = \frac{C'}{I'i'}.$$

L'énergie VI consommée dans l'unité de temps, par un appareil mis en expérience après le tarage effectué suivant cette méthode, aurait alors pour expression

$$VI = \frac{Ri'I'}{C'}c$$

ou, en désignant par V′ la *d. d. p.* nécessaire pour maintenir l'in-

Digitized by Google

tensité i' dans la bobine à fil fin

$$VI = V'I' \frac{c}{C'}.$$

L'avantage de cette méthode consiste en ce que le courant I n'étant pas engendré sous la *d. d. p.* V', l'appareil exige, pour sa graduation, une puissance bien plus petite que le produit V'I' qu'il est destiné à mesurer[1].

778. — Wattmètre totalisateur. — L'instrument dont nous venons de parler, fait connaître à chaque instant la valeur du produit VI, de sorte que si V et I sont constants, il suffit, pour trouver la dépense d'énergie totale pendant un temps t, de multiplier la valeur de VI par t. Mais, dans le cas contraire, la quantité d'énergie dépensée est représentée par la valeur de l'intégrale $\int_0^t VI dt$. On est donc amené à résoudre un problème qui se présente d'ailleurs dans une foule de questions et qui a pour but l'intégration mécanique d'une fonction d'une seule variable. On peut diviser les mécanismes imaginés pour cela en deux classes : (*a*) ceux qui sont basés sur l'emploi d'un procédé cinématique, toujours le même, quelle que soit la nature du phénomène que l'on étudie ; (*b*) ceux qui utilisent certaines propriétés particulières à ce phénomène et permettant d'effectuer l'intégration par un procédé qui ne s'applique qu'à lui.

Le galvanomètre balistique est un exemple de ce dernier cas, puisqu'il permet de mesurer l'intégrale $\int I dt$, en utilisant un ensemble de propriétés des courants électriques, des corps en mouvement (quantité de mouvement et force vive des pièces mobiles), et de l'élasticité de la matière (fil de torsion). Cette même intégrale peut d'ailleurs être obtenue également en mettant à profit les propriétés chimiques du courant ; sa valeur peut alors être déduite d'une simple

(1) La figure 475 représente le premier wattmètre construit par M. Marcel Deprez et dont il revendiqua l'invention au Congrès officiel des Electriciens, en 1881 (Séance du 22 sept. 1881, Compte-rendu des Travaux du Congrès international des Électriciens, publié par le Ministère des Postes et Télégraphes, pages 210, 213, 219), à l'occasion d'une phrase de Sir W. Thomson, décrivant le wattmètre, pour courants continus, sans en mentionner l'auteur (*loco citato*, page 213).

Digitized by Google

pesée, puisque nous savons que la quantité d'électricité ($\int I dt$) nécessaire pour précipiter un équivalent d'un métal quelconque, d'une solution dans laquelle il existe à l'état de sulfate, d'azotate, etc., est de 96600 coulombs ou 26,83 ampères-heures. Voilà donc un exemple dans lequel la même intégrale est déduite de deux propriétés extrêmement différentes, et tout à fait spéciales, du courant électrique.

Nous allons donc étudier rapidement les moyens employés pour évaluer l'intégrale $\int_0^t VI dt$, en suivant la classification que nous venons d'indiquer, étant donné que la valeur du produit VI est toujours obtenue (au moins quand il s'agit des courants continus) en appliquant le principe exposé plus haut.

§ 2. — TOTALISATEURS MÉCANIQUES.

779. — Totalisateurs continus. — Nous diviserons les totalisateurs mécaniques en deux classes, qui sont : 1° les totalisateurs continus ; 2° les totalisateurs à action intermittente.

Les premiers ont été inventés au commencement de ce siècle, et

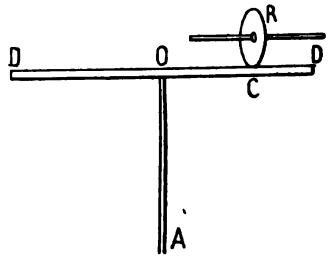


Fig. 476.

portaient alors le nom de planimètres, parce qu'ils étaient destinés surtout à la quadrature des plans du cadastre. Ils se composent essentiellement d'un disque en métal dépoli DD (fig 476) qui tourne autour d'un axe AO, et d'une roulette CR dont la circonférence appuie constamment contre le disque et dont le plan est perpendiculaire au plan de ce disque. L'axe OR de cette roulette passe constamment par le centre O du disque, et il peut glisser longitudinale-

Digitized by Google

ment en entraînant la roulette avec lui, pendant que celle-ci lui transmet le mouvement de rotation qu'elle reçoit du disque.

Désignons par y la distance OC du point de contact de la roulette au centre du disque ; par $d\theta$ l'angle infiniment petit décrit par le disque DD ; par r le rayon de la roulette et par $d\alpha$ l'angle infiniment petit dont elle tourne pendant que le disque décrit l'angle $d\theta$.

La longueur de l'arc linéaire décrit par un point du disque situé à une distance y du centre, a pour expression $yd\theta$; si la roulette n'éprouve aucun glissement dans le sens de la circonférence, cette dernière décrit un arc linéaire égal à $yd\theta$, mais qui a aussi pour valeur $rd\alpha$. On a donc l'équation

$$yd\theta = rd\alpha,$$

d'où

$$\alpha = \frac{1}{r}\int yd\theta.$$

Si donc, pendant que le disque tourne, la distance $OC = y$ varie suivant une loi donnée, et que la roulette n'éprouve aucun glissement dans le sens de sa circonférence, il suffira de lire, sur un compteur entraîné par l'axe de la roulette, l'angle α, pour en conclure la valeur de l'intégrale $\int yd\theta$.

Il est hardi de supposer *à priori* que le glissement longitudinal qui se produit entre la roulette et le disque quand la distance OC varie, n'entraîne aucun glissement dans le sens de la circonférence ; l'expérience confirme cette hypothèse, mais à la condition que la rotation du disque et que les variations de y soient lentes. L'exactitude des indications des planimètres en est la preuve.

Pour appliquer ce totalisateur au wattmètre, il faudrait que y fût proportionnel au couple développé par le cadre fixe sur le cadre mobile, et que le disque DD fût animé d'une vitesse constante par un mécanisme d'horlogerie. Mais il ne faut pas oublier que les forces développées par les actions électro-dynamiques, sont peu considérables et que l'effort de quelques grammes, nécessaire pour faire glisser la roulette dans le sens du rayon du disque, représenterait une fraction notable de l'effort total, développé sur le cadre mobile ;

Digitized by Google

en outre, si ce dernier se déplaçait d'une quantité notable par rapport au cadre fixe, le couple développé dépendrait non seulement de la valeur de VI, mais encore de l'angle des deux cadres, ce qui entraînerait des erreurs dans l'évaluation de l'intégrale $\int VIdt$ qui ne serait plus proportionnelle à $\int Cdt$, parce que le couple C ne serait plus une fonction des intensités I et i seulement. Il faudrait donc, pour que l'usage du totalisateur continu n'entraînât aucune erreur, que le déplacement longitudinal de la roulette n'exigeât aucun effort de la part du cadre mobile, et que ce dernier n'eût en outre que des déplacements très petits. On peut obtenir ce double résultat à l'aide d'une sorte de servo-moteur électrique qui a pour fonction de maintenir constamment au zéro le cadre mobile, en tendant ou en détendant un ressort antagoniste (comme on le fait à la main quand on applique la méthode acinétique) et de déplacer, en même temps, la roulette dans le sens du rayon OC, jusqu'à ce que le cadre mobile soit en équilibre. Nous ne décrirons pas les dispositions que l'on pourrait adopter pour cela, parce que, en réalité, cette solution se rapprocherait beaucoup de celles que donnent les appareils à totalisation intermittente. Nous nous contenterons de dire que nous avons combiné, en 1875, un totalisateur continu à servo-moteur purement cinématique, remplissant les conditions que nous venons d'énoncer et qui a été appliqué à la mesure du travail développé sur la barre d'attelage d'un train de chemin de fer [1].

Ce totalisateur présentait cette particularité curieuse, que la roulette *roule toujours* et *ne glisse jamais*, *même dans le sens du rayon* et que, en outre, elle ne se déplace dans le sens du rayon que lorsque la variation de l'ordonnée y n'est pas accompagnée, immédiatement après, d'une variation en sens contraire. En d'autres termes, l'appareil néglige les variations brusques et de courte durée, parce qu'il agit comme le ferait un amortisseur liquide.

---

(1) Voir à ce sujet, la page 120 de la brochure, publiée le 1er juillet 1881, par M. Regray, ingénieur en chef du matériel et de la traction de la Compagnie des chemins de fer de l'Est et ayant pour titre : Note sur une première série d'expériences entreprises par la Compagnie des Chemins de fer de l'Est, à l'aide de son wagon-dynamomètre. Paris, Dunod, éditeur.

Digitized by Google

780. — Totalisateurs à action intermittente. — Les totalisateurs à roulette sont les seuls qui donnent, au moins théoriquement, la valeur rigoureuse de l'intégrale $\int y dx$ dans laquelle y représente une fonction de x; mais nous venons de montrer que, dans l'application, cette exactitude théorique peut être considérablement diminuée, parce que la transmission du mouvement du disque à la roulette n'est pas ce qu'on appelle, en mécanique, une transmission à liaisons complètes. Aussi avons-nous cherché depuis longtemps à remplacer ce mode d'intégration mécanique par un autre qui est, ainsi que nous le disions dans une note publiée en 1883, la réalisation matérielle de la méthode des trapèzes (1) et qui a, en outre, le mérite de se prêter avec la plus grande facilité, à l'emploi de la méthode acinétique, les organes soumis à l'action de la force à mesurer étant toujours ramenés automatiquement au zéro par le totalisateur lui-même. Voici le principe de cette méthode qui est maintenant appliquée dans beaucoup de compteurs d'énergie :

Soit une courbe quelconque $y = f(x)$; on se propose de calculer la valeur de l'aire comprise entre la courbe, l'axe des x et deux ordonnées y_0, y_n, séparées par un intervalle quelconque. Le procédé le plus simple que l'on puisse employer pour résoudre ce problème, est la méthode des trapèzes qui consiste en ceci : Divisons l'intervalle $(x_n - x_0)$ intercepté sur l'axe des x par les ordonnées y_0, y_n, en n parties égales, élevons à chacun des points de division, une ordonnée, et désignons par y_1, y_2, y_3, .., les longueurs des ordonnées correspondantes aux abscisses x_1, x_2, x_3, ... On démontre facilement que l'aire curviligne définie ci-dessus, a pour valeur approchée

$$\left[\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-2} + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right]\Delta x,$$

Δx désignant l'intervalle qui sépare deux ordonnées consécutives et qui a pour valeur $\frac{x_n - x_0}{n}$. Si la distance $x_n - x_0$ des ordonnées

(1) Voir les brevets de M. Marcel Deprez, en date du 12 mars et du 27 mars 1883, ainsi que la Notice sur les travaux scientifiques de M. Deprez, publiée en 1883 chez Gauthier-Villars (pages 26 et 27). Le titre du brevet du 27 mars 1883 est « Appareil totalisateur applicable à tous les appareils indicateurs de mesure ».

Digitized by Google

extrêmes est très grande, on peut (Δx conservant la même valeur), sans commettre d'erreur relative appréciable, remplacer $\frac{y_0}{2}$ et $\frac{y_n}{2}$ par y_0 et par y_n, de sorte que l'expression de l'aire se simplifie encore et devient

$$\int_{x_0}^{x_n} y dx = \Delta x(y_0 + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1} + y_n).$$

Il est très facile de trouver des dispositifs permettant d'effectuer mécaniquement l'addition des termes contenus dans la parenthèse, au moyen d'un simple compteur de tours dont il suffit de multiplier les indications par un coefficient immuable pour un même appareil. La quadrature de la courbe est ainsi effectuée avec une précision d'autant plus grande, que le nombre des ordonnées est lui-même plus considérable. Voici maintenant comment on peut appliquer ce principe à un compteur d'énergie dont la figure 477 représente schématiquement la disposition :

Le cadre mobile CC de l'appareil (nous n'avons pas représenté le cadre fixe pour ne pas surcharger la figure) ne peut effectuer qu'un très petit mouvement angulaire autour de son axe de rotation O. parce qu'il porte une sorte d'aiguille rigide OA dont l'extrémité A oscille entre deux butoirs très rapprochés b, b'. Sous l'action du courant qui traverse le cadre fixe, le cadre mobile tend à se mouvoir dans un sens indépendant de celui du courant et, par suite, l'aiguille A tend à s'appuyer toujours contre le même butoir que nous supposerons être b'.

Pour mesurer la valeur du couple exercé sur le cadre mobile, on emploie le moyen suivant : En un point B de la tige OA, est attachée l'extrémité d'un ressort dynamométrique en hélice BD, dont l'autre extrémité D est fixée à une tige DE soudée en E à une longue tige horizontale FF′ animée d'un mouvement rectiligne alternatif. L'extrémité D du ressort est nécessairement animée d'un mouvement identique, de sorte que l'effort exercé par ce ressort sur le point B, éprouve des variations proportionnelles à l'amplitude du mouvement communiqué au point D, en admettant, bien entendu, que la tension du ressort est à chaque instant proportionnelle à son

Digitized by Google

allongement. Il résulte de là, que si nous supposons que le point D parte de l'extrémité droite de sa course, et que la tension du ressort soit égale à zéro, cette tension ira en augmentant proportionnellement au chemin parcouru de droite à gauche par le point D; il arrivera donc un moment où l'effort exercé en B sera égal à celui qui résulte du couple appliqué au cadre CC par le cadre fixe; la tension du ressort continuant à augmenter, le point B se mettra en mouvement et entraînera l'aiguille ABO qui quittera le butoir *b'*

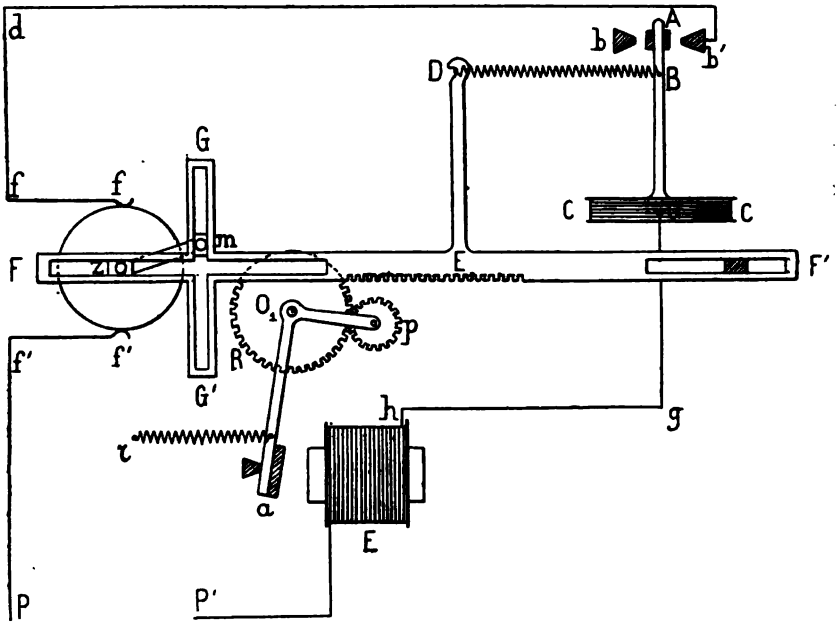


Fig. 477.

pour venir s'appliquer contre le butoir *b*. Le point D achèvera ensuite sa course de droite à gauche, sans produire d'autre effet qu'un accroissement de pression sur le butoir *b*, puis il reviendra de gauche à droite; la tension du ressort ira en diminuant, l'aiguille A quittera le butoir *b* pour revenir s'appliquer contre *b'*, la tension deviendra nulle, et ainsi de suite.

Voyons maintenant comment ces mouvements du point D et de la tige A, sont utilisés pour faire tourner l'aiguille d'un compteur d'une quantité proportionnelle à l'effort exercé sur le point B, et par

Digitized by Google

conséquent, à l'allongement du ressort compté depuis le point où ce ressort n'a aucune tension.

Lorsque, sous l'influence des actions électriques que la tension graduellement croissante du ressort BD a pour but d'équilibrer, l'aiguille AO est appuyée contre b', elle ferme un circuit électrique Pdb'OghP′ dont les extrémités P et P′ sont en communication avec une source quelconque d'électricité et qui contient en E un électro-aimant ou un solénoïde. Cet électro (ou ce solénoïde) agit par attraction sur l'extrémité a d'un levier coudé aO_1p, mobile autour du point O_1, et dont l'extrémité p sert de centre à un pignon p denté très finement, engrenant constamment avec une roue dentée R, qui transmet la rotation du pignon autour de p, aux aiguilles d'un compteur. Mais cette rotation du pignon autour de son centre, ne peut avoir lieu que lorsqu'il engrène avec une crémaillère fixée sur la tige FF′, c'est-à-dire lorsque le levier coudé aO_1p, pivotant autour de O_1, vient appliquer le pignon p contre FF′. Or, cet embrayage de p avec FF′, a lieu tant que le morceau de fer a est attiré par l'électro (ou le solénoïde) E, ou tant que le circuit auxiliaire Pdb'OEP′ est fermé par le contact de l'aiguille AO avec le butoir b'. Cette fermeture a lieu depuis le moment où la tension du ressort DB est nulle, jusqu'au moment où elle devient égale à l'action exercée sur le cadre CC par le cadre fixe du wattmètre. Le chemin parcouru par l'extrémité D du ressort, et par conséquent par la crémaillère, étant proportionnel à la tension élastique du ressort, on voit que finalement le pignon p engrène avec cette dernière depuis le moment où la tension du ressort est nulle, jusqu'au moment où elle devient égale à l'effort qu'il faut enregistrer, et qu'il tourne par conséquent, autour de son centre p, d'un angle proportionnel à la valeur de cet effort. Si cette opération est répétée 500 fois par exemple, dans une heure, à des intervalles de temps égaux, le compteur actionné par la roue R fera connaître la somme de tous ces efforts partiels, de laquelle on déduira facilement la valeur de $\int VIdt$ en se reportant aux calculs développés plus haut.

Le mouvement alternatif de FF′, est produit par une manivelle Zm qui tourne autour du point Z sous l'action d'un mouvement d'hor-

Digitized by Google

logerie constamment remonté par le courant auxiliaire qui traverse l'électro. En outre, cette manivelle entraîne dans son mouvement un disque isolant garni de lames de cuivre sur certaines portions de sa circonférence, et contre lequel appuient constamment deux frotteurs *ff*, *f'f'*, qui ont pour fonction de supprimer le courant auxiliaire pendant que la manivelle *Zm* revient de l'extrémité gauche de sa course, à l'extrémité droite, c'est-à-dire pendant que la tension du ressort DB passe de sa valeur maxima à zéro. On évite ainsi des mouvements intempestifs du pignon *p*.

Le mouvement d'horlogerie qui fait tourner la manivelle *Zm* est obligé de produire, pendant que la tension du ressort DB va en croissant de zéro à sa valeur maxima, un travail qui lui est, à la vérité, restitué pendant la détente du ressort, mais cette restitution pourrait être assez imparfaite, à moins de mettre un volant tournant rapidement, et elle serait, en tout cas, accompagnée d'une perte de travail qui doit être autant que possible évitée. Nous avons imaginé, pour obtenir ce résultat, une disposition très simple qui consiste à attacher au point B un second ressort identique au premier, mis en mouvement de la même manière, par une seconde manivelle de même rayon que la manivelle *Zm*, *mais faisant avec celle-ci un angle droit*. Il est facile de démontrer que cette disposition permet d'obtenir que le couple moteur, nécessaire pour faire tourner l'ensemble des deux manivelles, soit réduit à ce qui est nécessaire pour vaincre les frottements, lesquels peuvent d'ailleurs être rendus très petits.

Cet appareil est, comme nous l'avons dit, destiné à totaliser les indications des instruments où l'on emploie la méthode acinétique, il est basé sur des principes que nous avions appliqués depuis 1868 à la mesure des forces qui varient périodiquement suivant une loi inconnue, et dont on enregistre les valeurs successives, à des intervalles de temps égaux, en leur opposant la force, variant périodiquement aussi, mais suivant une loi connue, d'un ressort ou d'un gaz comprimé. Nous avons appliqué ce principe à l'étude de beaucoup de questions de nature très différente telles que : mesure des pressions successives de la vapeur dans le cylindre d'une machine à

Digitized by Google

vapeur à grande vitesse, même à distance de cette machine ; mesure des efforts produits dans un dynamomètre de traction ou de rotation, etc... Il avait pour corollaire presque évident, l'emploi du totalisateur discontinu dont nous venons de décrire le principe et dont l'application s'impose chaque fois que l'on mesure une force variable inconnue, en l'équilibrant périodiquement par une autre qui est connue, et dont le seul rôle est d'imprimer à certains moments un mouvement de très petite amplitude aux organes qui sont soumis à l'action de la force qu'il s'agit de mesurer. Parmi ces applications, nous signalerons la totalisation du travail de la vapeur dans un cylindre, totalisation que les deux principes que nous venons d'énoncer succinctement, permettent de réaliser très simplement, et sans erreur possible, au moyen des dispositions que nous avons communiquées à beaucoup de personnes à l'époque où nous nous occupions de la réalisation des appareils décrits dans la brochure de M. Regray, citée plus haut et dont le principe fondamental fut décrit dans le brevet pris le 20 décembre 1869 sur les indicateurs dynamométriques.

781. — **Appareils totalisateurs à libre déviation.** — L'application de la méthode des trapèzes, à la totalisation des indications des appareils de mesures électriques, peut encore avoir lieu lorsque ces derniers sont à libre déviation. Comme exemple de ce genre, nous citerons le « *Compteur enregistreur des courants et de l'énergie électrique* » que nous avons fait breveter le 30 Mars 1888 et dont voici la description sommaire: L'équipage mobile d'un instrument de mesures quelconque, à libre déviation (galvanomètre, électrodynamomètre, électromètre), muni d'un amortisseur énergique qui ne trouble en rien sa position d'équilibre, mais empêche les oscillations, reçoit le courant qui l'anime, non pas d'une manière continue, mais par intermittences. Cet effet est facilement obtenu au moyen d'un mouvement d'horlogerie remonté constamment par le courant lui-même et qui remplit encore d'autres fonctions.

Au moment où le courant est lancé, l'équipage mobile dévie librement et s'arrête rapidement devant sa position d'équilibre; après quelques secondes, grâce au jeu d'un électro-aimant que le

Digitized by Google

mouvement d'horlogerie rend actif à l'instant convenable, l'aiguille de l'instrument devient solidaire d'une roue animée d'un mouvement uniforme autour de l'axe d'oscillation de l'équipage mobile et qui, tournant en sens contraire de la déviation, ramène de force l'équipage mobile au zéro. Au moment où l'aiguille, ainsi soudée temporairement à la roue, passe devant le zéro, elle fait mouvoir un organe qui rompt le courant simultanément dans l'équipage mobile et dans l'électro qui assurait la solidarité de l'aiguille et de la roue. L'équipage mobile redevient donc entièrement libre et prêt à obéir à une nouvelle émission de courant. Ce retour de l'équipage mobile au zéro, sert d'ailleurs à manœuvrer un crayon qui enregistre la déviation et à faire tourner l'aiguille d'un compteur d'un angle égal à la déviation de l'équipage mobile sous l'influence du courant. L'appareil inscrit donc et totalise les ordonnées successives de la courbe représentative du phénomène électrique, à la mesure duquel il est destiné. Il va de soi que la force antagoniste destinée à équilibrer l'action du courant sur l'équipage mobile, doit être proportionnelle à la déviation, tandis que le couple produit par le courant, doit dépendre seulement de l'intensité de ce dernier, et nullement de la déviation. Ces deux conditions sont parfaitement remplies par le galvanomètre à circuit mobile représenté figure 357, mais elles sont plus difficiles à satisfaire lorsqu'il s'agit d'un électrodynamomètre, à moins que l'on ne limite l'amplitude des déviations à une dizaine de degrés.

782. — Compteur Cauderay. — Cet appareil est un autre exemple de l'application de la méthode de totalisation intermittente. Son organe principal est un cylindre mû par un mécanisme d'horlogerie, et sur la surface duquel sont réparties une série de pointes analogues à celles qui garnissent les cylindres des boîtes à musique. A une très petite distance de la surface de ce cylindre, se meut l'aiguille indicatrice des déviations de l'équipage mobile. Lorsqu'elle est au zéro, elle se trouve devant une région du cylindre entièrement dépourvue de pointes ; mais si elle est déviée par un courant de 1 ampère, elle se trouve en face d'une autre région qui contient une pointe, qui, accrochant l'aiguille à chaque tour du cylindre, la soulève et produit un

Digitized by Google

mouvement enregistré par un compteur ; si l'intensité atteint 2 ampères, la déviation de l'aiguille augmente et l'amène devant une région contenant 2 pointes qui produisent deux oscillations de l'aiguille par tour, et font par conséquent, avancer de deux divisions l'aiguille du compteur ; en général, si l'intensité du courant atteint une valeur représentée par un *nombre entier n*, l'aiguille de l'ampèremètre est amenée par sa déviation, devant une région du cylindre contenant *n* pointes sur la circonférence, et le compteur avancera de *n* divisions.

On voit que dans cet appareil, non seulement la totalisation est intermittente, mais que, en outre, elle est discontinue en ce sens qu'elle ne tient compte que de valeurs déterminées à l'avance de l'ordonnée de la courbe. Si par exemple, l'ordonnée est représentée par un nombre tel que 15,4 ou 15,7, elle sera enregistrée comme étant égale à 15. Dans le totalisateur que nous venons de décrire, il n'en est pas ainsi ; la totalisation est intermittente, mais la valeur exacte de chaque ordonnée est enregistrée sur le compteur.

§ 3. — TOTALISATEURS DYNAMIQUES.

783. — Compteur Aron. — Nous donnons le nom de *totalisateurs dynamiques*, aux appareils dans lesquels la valeur de l'intégrale $\int y dx$ est obtenue, non plus par des moyens cinématiques, mais par des procédés basés sur l'application de certains théorèmes de dynamique ou sur certaines propriétés des courants électriques qui, dans des circonstances déterminées, produisent des actions mécaniques qui sont des fonctions de la vitesse des organes soumis à leur action.

Parmi ces appareils, nous citerons d'abord le compteur de M. Aron, représenté schématiquement par la fig. 478 et qui est basé sur les considérations suivantes : Supposons deux pendules identiques, P_1 et P_2, ayant la même forme, la même masse et le même moment d'inertie, mais soumis : le premier, à l'action de la pesanteur seule ; le second, à l'action de la pesanteur augmentée d'une force verticale f, beaucoup plus petite que le poids P du pendule. Désignons par g l'accélération due à la pesanteur ; par M la masse de chaque pendule ; par l la

Digitized by Google

longueur du pendule simple qui, sous l'action de la pesanteur seule, aurait la même durée t d'oscillation simple que le premier pendule, l'équation classique :

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

donne, en y remplaçant g par sa valeur $\frac{P}{M}$,

$$t = \pi\sqrt{\frac{lM}{P}}.$$

Le nombre N d'oscillations simples du premier pendule, pendant un temps T, aura donc pour expression

$$N = \frac{T}{t} = \frac{T}{\pi}\sqrt{\frac{P}{lM}}.$$

Considérons maintenant le second pendule; la seule différence qu'il présente par rapport au premier, consiste en ce qu'il est soumis, lorsqu'il passe par la verticale, à l'action d'une force qui a pour valeur $P+f$ au lieu de P. Il résulte de là que le nombre N′ de ses oscillations pendant le temps T, sera donné par la formule précédente dans laquelle on remplacera P par $P+f$. Donc

$$N' = \frac{T}{\pi}\sqrt{\frac{P+f}{lM}}.$$

On tire de là

$$\frac{N'-N}{N} = \frac{\sqrt{P+f}-\sqrt{P}}{\sqrt{P}} = \sqrt{1+\frac{f}{P}}-1.$$

Mais le rapport $\frac{f}{P}$ étant très petit, on peut écrire, en ne commettant qu'une erreur qu'il est facile de rendre absolument négligeable,

$$\sqrt{1+\frac{f}{P}} = 1+\frac{f}{2P}.$$

On aura donc, avec une grande approximation

$$\frac{N'-N}{N} = \frac{f}{2P},$$

d'où

$$N'-N = N\frac{f}{2P}.$$

Mais $N'-N$ représente la différence des indications des ai-

Digitized by Google

guilles, exprimées en secondes par exemple, des deux pendules, tandis que N représente le nombre de secondes écoulées, depuis le moment où la force f a commencé à agir. On aura donc, en posant

$$N = T$$

ce qui entraîne la condition que la longueur l du pendule simple soit donnée par l'équation

$$l = \frac{g}{\pi^2} = \frac{9,8100}{9,8696} = 0^m,994.$$

$$N' - N = T\frac{f}{2P}.$$

Il faut maintenant exprimer la force f, en fonction du phénomène électrique qui lui donne naissance. Si elle est produite par l'action d'un solénoïde vertical B agissant sur le pôle inférieur d'un aimant

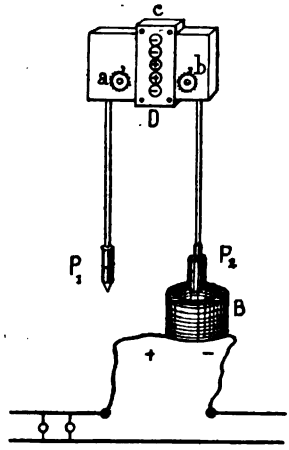


Fig. 478.

permanent rectiligne, également vertical, et situé dans le prolongement du second pendule, le solénoïde ayant un diamètre assez grand pour permettre à l'aimant d'effectuer des oscillations de quelques centimètres d'amplitude, on aura

$$f = f_1 I,$$

f_1 étant la valeur de f lorsque $I = 1$ ampère, et par suite

$$N' - N = \frac{f_1}{2P} IT.$$

Digitized by Google

Or, IT est le nombre de coulombs qui traverse le solénoïde pendant le temps T, en supposant bien entendu que l'intensité I varie très peu pendant ce temps T. C'est, en effet, une condition nécessaire pour que les indications de cet appareil soient suffisamment exactes, que le courant n'éprouve pas de variations trop fréquentes. C'est d'ailleurs cette hypothèse qui nous a permis d'arriver à l'équation ci-dessus qui deviendrait absolument inexacte s'il en était autrement.

Supposons maintenant que l'on remplace l'aimant permanent par un second solénoïde à fil très fin et très résistant, communiquant avec les bornes d'un appareil utilisateur du courant I (lampe à arc, moteur, etc...). Ce solénoïde sera traversé par un courant d'intensité

$$i = \frac{V}{R},$$

V étant la *d. d. p.* aux bornes de la lampe ou du moteur et R la résistance du circuit du solénoïde mobile. On aura alors

$$f = f_1 I i = f_1 \frac{VI}{R},$$

d'où

$$N' - N = \frac{f_1}{2P} \cdot \frac{1}{R} \cdot VIT.$$

Mais VIT représente la quantité d'énergie qui traverse le circuit de la lampe ou du moteur pendant le temps T, à la condition, bien entendu, que V et I puissent être considérés comme sensiblement constants ou n'éprouvent que des variations lentes.

Il n'est pas d'ailleurs nécessaire que l'oscillation du pendule soit provoquée par la pesanteur ; un ressort la remplacerait parfaitement, et il serait facile de construire des compteurs d'énergie portatifs ayant l'aspect de chronomètres, basés sur le principe que nous venons de démontrer, et dans lesquels le nombre des oscillations serait de 4 ou 5 par seconde au lieu d'une. Cette fréquence plus grande des oscillations aurait pour conséquence un accroissement de précision dans les indications, surtout si l'intensité du courant était sujette à des variations fréquentes et rapides.

784. — Totalisateurs continus basés sur les lois de l'induction par déplacement relatif. — Proposons-nous de résoudre

Digitized by Google

le problème suivant : Etant donné un wattmètre basé sur le principe que nous avons exposé plus haut, c'est-à-dire dans lequel le produit VI est remplacé par le produit RiI (I, courant principal ; i courant dérivé à travers la résistance R du cadre mobile), trouver un moyen de faire parcourir par un mobile, pendant le temps t, un chemin x proportionnel à la valeur de l'intégrale

$$\int_0^t \mathrm{VI}dt = \mathrm{R}\int_0^t \mathrm{I}idt.$$

En vertu de l'équation

$$\mathrm{C} = \mathrm{C}_1\mathrm{I}i,$$

dans laquelle C représente le couple développé sur le cadre mobile et C_1 la valeur de ce couple lorsqu'on a $\mathrm{I} = 1$, $i = 1$, cette intégrale peut s'écrire

$$\int_0^t \mathrm{VI}dt = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{C}_1}\int_0^t \mathrm{C}dt.$$

On doit donc avoir, d'après l'énoncé de ce problème,

$$\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{C}_1}\int_0^t \mathrm{C}dt = kx,$$

k étant un coefficient arbitraire proportionnel à la valeur de x, qui correspond à l'unité de travail électrique. En différentiant les deux membres de cette équation par rapport au temps, il vient

$$\frac{\mathrm{RC}}{\mathrm{C}_1} = k\frac{dx}{dt},$$

d'où

$$\mathrm{C} = \frac{k\mathrm{C}_1}{\mathrm{R}}\frac{dx}{dt},$$

et

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\mathrm{R}}{k\mathrm{C}_1}\mathrm{C}.$$

Cette dernière équation signifie que, si on parvenait à résoudre le problème, la vitesse $\frac{dx}{dt}$ du mobile intégrateur devrait être à chaque instant proportionnelle au couple C.

On peut satisfaire à cette condition de la manière suivante : Supposons que le mobile intégrateur soit dénué de masse et par conséquent d'inertie, et soumettons-le à l'action d'une force proportion-

Digitized by Google

nelle à C, produite par un moyen quelconque ; il est clair qu'il prendra une vitesse sans limite, à moins que cette vitesse ne fasse naître une force antagoniste rigoureusement égale à la force motrice. Or, cette dernière étant proportionnelle à la vitesse du mobile, la force antagoniste, doit l'être aussi. Ainsi, pour que notre dernière équation soit satisfaite, il faut que le mobile intégrateur sollicité par une force motrice proportionnelle à sa vitesse, soit soumis aussi à l'action d'une force antagoniste égale, proportionnelle par conséquent à cette même vitesse, et engendrée par elle. Or, les phénomènes d'induction nous donnent précisément l'exemple d'une force antagoniste proportionnelle à la vitesse du mobile auquel elle est appliquée. C'est ce qui arrive lorsqu'on fait mouvoir un conducteur de forme quelconque dans un champ magnétique uniforme, deux points de ce conducteur étant réunis par un conducteur fixe. L'exemple le plus simple que l'on puisse choisir de ce genre d'action, est celui d'un disque tournant entre les pôles d'un électro-aimant dont le flux de force est dissymétrique par rapport à l'axe de rotation du disque (Voir les nos 468, 483, 484, 485). Il suffit donc, pour résoudre le problème que nous nous sommes posé, que le disque tournant entre les branches d'un aimant, soit sollicité par un couple moteur proportionnel au produit Ii ; la vitesse angulaire qu'il prendra sera alors, à chaque instant, proportionnelle à ce produit et le nombre de tours effectués dans un temps T, sera proportionnel à la valeur de l'intégrale $\int_0^T VIdt$ (1).

(1) Nous avons fait connaître cette solution dans un article publié dans le Journal *La Lumière Electrique*, le 2 Février 1884, c'est-à-dire plusieurs années avant la date du brevet de M. Thomson dont le compteur, dans ses principes essentiels, répond exactement à la description que nous avons faite de notre invention à la date indiquée ci-dessus. Pour qu'on puisse en juger, nous reproduisons ici le passage le plus important de l'article dont nous venons de donner la date et qui se trouve à la page 224 du Tome XI de *La Lumière Electrique*.

Cet article était consacré à la description et à l'étude théorique des conditions de fonctionnement d'un Mesureur d'énergie construit par la maison Siemens et dans lequel un petit moteur électrique composé d'un inducteur à gros fil, sans fer, et d'un anneau à fil fin, également dépourvu de fer, donnait naissance à un couple proportionnel au produit Il ou VI suivant le principe que j'avais fait connaître en 1880. Pour équilibrer ce couple, et enregistrer en même temps la valeur de l'intégrale $\int VIdt$, on avait fixé sur l'axe de rotation de l'anneau, un petit moulinet immergé dans de l'huile de paraffine et qui, en

Digitized by Google

785. — Compteur d'énergie connu sous le nom de compteur Thomson. — Ce compteur est une application des principes que nous venons d'exposer. Il se compose (fig. 479) : 1° d'un petit moteur électrique M dont l'inducteur et l'induit sont également dépourvus de fer, afin que le couple développé par l'action de l'inducteur chargé de créer le champ magnétique dans lequel tourne l'anneau, soit rigoureusement proportionnel au produit des courants i et I qui traversent respectivement l'anneau et l'inducteur. Ces deux courants i et I ont d'ailleurs le même but et la même origine que dans notre mesureur d'énergie : ils donnent naissance à un couple proportionnel à VI, dans le moteur électrique qui n'est autre chose qu'un électro dynamomètre tournant ; 2° d'un disque de cuivre D calé sur l'axe B de rotation de l'induit du moteur, et qui tourne entre les branches d'un certain nombre de petits aimants identiques A, A, faisant entre eux des angles égaux. Les pôles de ces aimants sont alternés, c'est-à-dire que les pôles situés d'un même côté du disque sont alternativement de signe contraire ; 3° d'un compteur de tours T qui totalise le nombre de tours du disque.

---

tournant, donnait naissance à un couple résistant proportionnel au *carré de la vitesse* angulaire de l'anneau.

Après avoir démontré que cette disposition ne répondait nullement au but proposé, et qu'on ne pouvait rien conclure des indications de cet appareil, nous terminions par les lignes suivantes, que nous reproduisons textuellement (page 224, colonne 1, au bas de la page) :

« Je vais maintenant montrer comment il faut le modifier pour obtenir le résultat « désiré. Au lieu de munir l'axe de l'induit d'ailettes tournant dans un milieu résistant « proportionnellement au carré de la vitesse, attachons-lui un disque de cuivre tournant « entre les branches d'un aimant permanent et supprimons complètement l'huile de « paraffine.

« La rotation du disque entre les branches de l'aimant, aura pour effet de développer « dans l'intérieur du disque, des courants induits qui (suivant une loi bien connue que « j'ai appliquée autrefois dans mon indicateur magnétique de vitesse) exercent sur l'ai- « mant une action magnétique (c'est *mécanique* qu'il fallait imprimer et non *magnétique*) « proportionnelle à la simple vitesse. On aura donc

$$Ii = k'\omega = \frac{\varepsilon I}{R},$$

d'où

$$\int \omega dt = \frac{1}{k'R} \int \varepsilon I dt.$$

« ce qui résout le problème. »

Dans ce passage, ε, désigne la *d.d.p.* aux bornes du circuit dérivé de résistance R anneau compris ; I l'intensité du courant dans le circuit principal ; ω, la vitesse angulaire de l'induit et k' une constante.

Digitized by Google

Si on se reporte à ce que nous venons de dire plus haut, on verra immédiatement que le nombre de tours du disque doit être proportionnel, au bout d'un temps T, à la valeur de l'intégrale

$$\int_0^T VI dt.$$

Mais cet instrument comporte des causes d'erreur qu'il nous a semblé intéressant d'étudier à fond, et des calculs, qui ne présentent

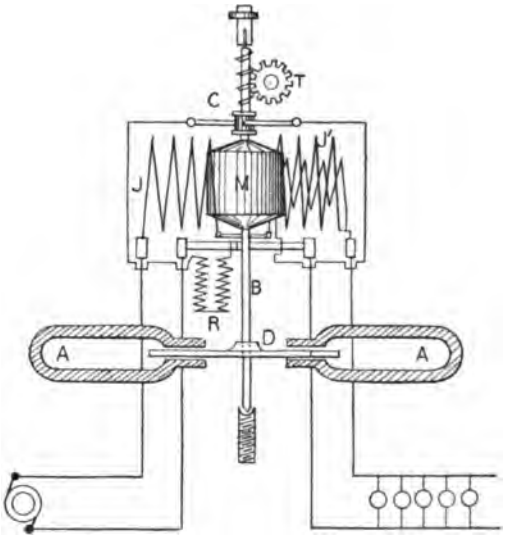


Fig. 479.

d'ailleurs aucune difficulté mais que leur longueur nous empêche de reproduire ici, nous ont conduit aux deux équations ci-dessous dans laquelle nous avons représenté par :

V et I, les deux facteurs de l'énergie que l'on veut totaliser et qui peuvent varier à chaque instant ;

ω la vitesse angulaire du disque à un instant donné ;

R la résistance du circuit dérivé dans lequel est l'induit, et dont les extrémités présentent la différence de potentiel V ;

f le couple résistant créé par les divers frottements auxquels donne lieu la rotation de l'induit tels que, pivots, balais du collecteur, mécanisme du compteur. Ce couple est indépendant de la vitesse ;

Digitized by Google

e_1 la valeur de la *f. e. m.* développée par la rotation de l'anneau dans le champ de l'inducteur, lorsqu'on a

$$I = 1,$$

et

$$\omega = 1;$$

c_1 le couple antagoniste développé par l'action des aimants sur le disque tournant, lorsque

$$\omega = 1.$$

Ces équations sont :

$$\omega = \frac{e_1 IV - fR}{c_1 R + e_1^2 I^2},$$

$$\int_0^T \omega dt = e_1 \int_0^T \frac{VI}{c_1 R + e_1^2 I^2} dt - fR \int_0^T \frac{dt}{c_1 R + e_1^2 I^2}.$$

Pour obtenir le nombre de tours du disque pendant le temps T, il suffit de diviser par le nombre 2π l'intégrale

$$\int_0^T \omega dt.$$

Or, on voit qu'elle est composée de deux termes qui ne sont ni l'un ni l'autre, exprimables en fonction de l'intégrale

$$\int_0^T VI dt,$$

la seule qui nous intéresse. Pour qu'il en fût ainsi, il faudrait que e_1 fût nul, c'est-à-dire que l'anneau en tournant, ne donnât lieu à aucune force électro-motrice.

Cela est impossible, rigoureusement parlant, mais on peut faire en sorte que e_1 ait une valeur telle que le terme $c_1 R$ soit très grand par rapport à $e_1^2 I^2$, même lorsque I a sa valeur maxima. Si donc on néglige le terme $e_1^2 I^2$ en présence de $c_1 R$, l'équation se réduit à

$$\int_0^T \omega dt = \frac{e_1}{c_1 R} \int_0^T VI dt - \frac{f}{c_1} T,$$

d'où en tire, en remplaçant

$$\int^T \omega dt,$$

par sa valeur $2\pi N$, en fonction du nombre N de tours accomplis dans le temps T

Digitized by Google

$$\int_0^T \mathrm{VI}dt = \frac{2\pi c_1 \mathrm{R}}{e_1}\mathrm{N} + \frac{\mathrm{R}f}{e_1}\mathrm{T}.$$

On voit que la valeur de l'intégrale cherchée est égale à la somme de deux termes dont l'un est proportionnel au nombre de tours du disque, tandis que l'autre est proportionnel au temps pendant lequel le disque est en mouvement. Mais nous le répétons, tout cela n'est exact qu'à la condition que le rapport

$$\frac{c_1 \mathrm{R}}{e_1^2 \mathrm{I}^2}$$

soit très grand, même pour les valeurs maxima de I. On satisfait à cette condition en donnant à c_1 et à R, une valeur aussi grande que possible. La valeur de c_1, c'est-à-dire du couple résistant produit par l'action des aimants lorsque $\omega = 1$, est proportionnelle au carré du flux de force qui traverse le disque et au carré de son diamètre, pourvu que le nombre des aimants alternés répartis sur sa circonférence, soit lui-même proportionnel au diamètre. On doit donc, si l'on veut que notre dernière équation se rapproche le plus possible de l'exactitude absolue, employer des aimants aussi énergiques que possible et un disque d'un grand diamètre. Le mieux serait de remplacer les aimants permanents par des électro-aimants, à condition, toutefois, que leur flux magnétique restât invariable, condition plus facile à remplir qu'on ne le croit généralement.

786. — Graduation de l'appareil. — On peut graduer l'appareil de la façon suivante, lorsqu'on dispose d'une source d'électricité dont les facteurs V et I ont des valeurs qui ne s'éloignent pas beaucoup de celles qu'elles ont dans les applications usuelles. On donne à ces deux facteurs, des valeurs V_1, I_1, qui doivent rester constantes pendant la durée d'une même expérience et on laisse tourner le disque pendant un certain temps T mesuré à l'aide d'un chronomètre à secondes puis on note le nombre N_1 de tours indiqué par le compteur ; on recommence ensuite l'expérience, mais en changeant les valeurs de V et de I qui deviennent V_2 et I_2 et on laisse tourner le disque pendant le même temps T. La première expérience donne l'équation

$$\int_0^T \mathrm{VI}dt = \mathrm{V}_1\mathrm{I}_1\mathrm{T} = \frac{2\pi c_1 \mathrm{R}}{e_1}\mathrm{N}_1 + \frac{\mathrm{R}f}{e_1}\mathrm{T}.$$

Digitized by Google

La seconde expérience donne

$$\int_0^T VIdt = V_2I_2T = \frac{2\pi c_1 R}{e_1} N_2 + \frac{Rf}{e_1} T.$$

En retranchant ces deux équations l'une de l'autre, il vient

$$(V_2I_2 - V_1I_1)T = \frac{2\pi c_1 R}{e_1} (N_2 - N_1),$$

d'où

$$\frac{2\pi c_1 R}{e_1} = \frac{(V_2I_2 - V_1I_1)T}{N_2 - N_1}.$$

La valeur du coefficient de N dans l'équation générale, étant ainsi déterminée, on fait deux nouvelles expériences dans lesquelles on mesure les temps T_1, T_2, nécessaires à l'accomplissement d'un même nombre de tours par le disque, en se servant, si on le veut, des mêmes valeurs V_1, I_1, V_2, I_2, de V et de I, que dans les deux premières expériences. On trouve ainsi, en procédant comme nous venons de l'indiquer et en désignant par T_1 et T_2 les nombres de secondes nécessaires pour que le disque accomplisse le même nombre de tours N, dans les deux expériences

$$\frac{Rf}{e_1} = \frac{V_2I_2 - V_1I_1}{T_2 - T_1}.$$

On pourrait aussi déterminer la valeur du coefficient $\frac{Rf}{e_1}$ en mesurant l'intensité I'_2 du courant nécessaire pour maintenir le disque en mouvement lorsque les aimants sont enlevés ou lorsque la vitesse est très petite, de façon que l'on puisse considérer comme nul le couple antagoniste dû aux aimants; la seule résistance à vaincre, est alors celle qui est due au frottement f et on a, en désignant par V'_2 la *d. d. p.* constante maintenue aux extrémités du circuit dérivé,

$$\int_0^T VIdt = V'_2I'_2T = \frac{Rf}{e_1} T,$$

d'où

$$\frac{Rf}{e_1} = V'_2I'_2.$$

Cette dernière valeur de $\frac{Rf}{e_1}$ n'est, bien entendu, pas rigoureuse-

Digitized by Google

ment exacte puisque, afin de pouvoir exprimer

$$\int_0^T VIdt,$$

en fonction des diférentes quantités qui figurent dans le problème, nous avons fait des simplifications entraînant des erreurs. La valeur exacte serait celle-ci :

$$\frac{Rf}{e_1} = V'_2 I'_2 - e_1 I'^2_2 \omega = I'_2(V'_2 - e_1 I'_2 \omega).$$

e_1, I'_2, ω, étant tous trois très petits vis-à-vis de V'_2 dans l'expérience actuelle, l'erreur relative commise sur la valeur du coefficient de T, est très petite.

787. — Causes d'erreur existant dans le compteur Thomson. — En conclusion de tout ce qui précède, nous pensons que les compteurs d'énergie, basés sur l'emploi d'un disque tournant dans un champ magnétique, devraient être munis d'une montre indiquant le nombre de secondes pendant lequel le disque est en mouvement ; on ferait ainsi disparaître presque complètement l'erreur due aux frottements. Il est à peine nécessaire de dire que l'appareil doit être construit avec le plus grand soin et que toutes les précautions doivent être prises pour que les frottements des pivots, des balais et du compteur soient rendus aussi faibles et aussi constants que possible.

Malgré cela, il resterait encore des causes d'erreur que nous allons examiner rapidement et qui sont les variations de résistance du circuit dérivé dues à la température, les variations de résistance spécifique du cuivre du disque dues également à la température, les variations d'intensité du champ magnétique des aimants, dues à des causes multiples.

La résistance du circuit dérivé étant représentée par R, à la température de zéro, devient $R(1 + kt)$ à la température de t degrés. Si ce circuit est constitué par un fil de cuivre, le coefficient k a une valeur très peu différente de 0,004 ou $\frac{1}{250}$. L'équation

$$\int_0^T \omega dt = \frac{e_1}{c_1 R}\int_0^T VIdt - \frac{f}{c_1} T,$$

Digitized by Google

montre qu'un accroissement de R aurait pour conséquence une diminution du nombre de tours correspondant à une même valeur de $\int VIdt$; les indications de l'instrument pécheraient alors par défaut.

Mais nous allons voir que la seconde cause d'erreur due aux variations de la résistance spécifique du cuivre du disque, agit en sens contraire et qu'elle tend à rendre trop grandes les indications de l'instrument. En effet, le couple c_1, produit par l'action des aimants, est proportionnel à l'intensité des courants induits qui sillonnent la masse du disque, et cette intensité est elle-même inversement proportionnelle à la résistance spécifique du cuivre, c'est-à-dire inversement proportionnelle à $(1 + kt)$. Si donc c_1 désigne la valeur du couple, lorsque le disque est à zéro, cette valeur, à la température t, deviendra

$$\frac{c_1}{1 + kt},$$

par conséquent, le coefficient $\frac{e_1}{c_1 R}$ par lequel est multipliée l'intégrale $\int VIdt$, deviendra

$$\frac{1 + kt'}{1 + kt} \frac{e_1}{c_1 R};$$

on voit immédiatement que sa valeur ne change pas si le disque et le circuit dérivé sont à la même température. Mais la température du disque a une influence sur le second terme $\frac{f}{c_1} T$ qui devient

$$\frac{(1 + kt')f}{c_1} T.$$

Ce terme étant proportionnel au couple de frottement, on voit que l'erreur due à la température, serait tout à fait négligeable si les frottements l'étaient. Il y a donc là un nouveau motif pour employer tous les moyens capables de les atténuer. En ce qui concerne les pivots et le compteur, on peut rendre leurs frottements absolument négligeables par des procédés que nous ne décrirons pas ici. Mais il reste le frottement des balais de l'induit, que l'on ne peut supprimer ; on peut seulement l'atténuer en employant des balais en charbon et un collecteur auxquels on donne un grand poli.

Digitized by Google

D'ailleurs le courant qui traverse l'induit étant très faible à cause de la grande résistance de cet induit, auquel on ajoute même des résistances accessoires, les balais peuvent être réduits à de simples fils.

La troisième cause d'erreur provient des variations que peut éprouver le moment magnétique et par suite le flux magnétique des aimants. Nous avons à plusieurs reprises insisté sur ce point ; mais il nous paraît singulier que l'on proscrive dans beaucoup d'usines l'emploi des ampèremètres ou des voltmètres à aimants permanents en prenant pour prétexte, d'ailleurs justifié dans beaucoup de cas, les variations inattendues que subit le moment magnétique de ces aimants et qu'on ne fasse aucune objection à l'emploi des compteurs dans lesquels ces mêmes aimants jouent un rôle bien plus important que dans les ampèremètres et voltmètres. Le couple c_1 est en effet proportionnel au carré du flux de force et, par conséquent, du moment magnétique des aimants, tandis que dans les galvanomètres et ampèremètres à circuit mobile, par exemple, le couple produit par l'aimant sur le circuit mobile, est proportionnel à la première puissance du moment magnétique. En outre, les indications du compteur d'énergie ont une sanction pécuniaire qui n'existe pas pour les ampèremètres et les voltmètres. On a d'ailleurs combattu l'influence nuisible de ces variations en employant des moyens analogues à ceux que nous avons indiqués dans un autre chapitre, lorsque nous avons étudié les moyens de rendre invariable la sensibilité des ampèremètres, ou du moins de la rendre indépendante des variations accidentelles du moment magnétique des aimants.

L'un des procédés employés, consiste à faire varier la portion de la longueur totale intérieure de chaque aimant qui agit par induction sur le disque. Le flux total de force qui traverse ce dernier, varie évidemment avec cette longueur ; il est maximum quand le disque pénètre à fond dans les aimants, et presque nul quand leurs pôles sont à une distance du centre du disque supérieure au rayon de ce dernier. Lorsque le disque est remplacé par un cylindre creux D, comme dans le compteur Brillé (fig. 481), ce procédé s'applique facilement, parce que toutes les branches des aimants sont verticales et qu'il suffit, pour obtenir le réglage, de les faire monter ou descendre de la

Digitized by Google

même quantité, de façon qu'elles embrassent une portion plus ou moins grande de la hauteur du tambour.

788. — Compteur « Vulcain ». — Comme exemple de comp-

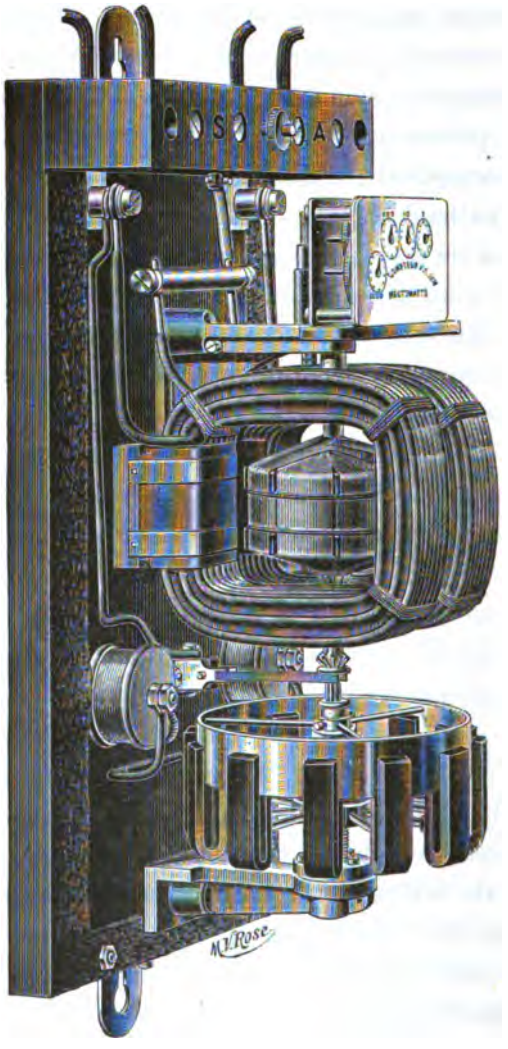


Fig. 480. — Compteur d'énergie électrique type « Vulcain ».

teur où ce genre de réglage est appliqué, nous citerons l'appareil « type Vulcain » (fig. 480) construit par la Cie anonyme Continentale pour la fabrication des compteurs (*Électricien*, 1er avril 1899),

Digitized by Google

dont nous signalerons quelques particularités de construction. Pour réduire les frottements au minimum, la partie supérieure de l'arbre de l'induit, tourne dans une chape garnie de saphir, la partie inférieure est constituée par une pointe d'acier très dure, tournant sur une crapaudine en saphir ; les balais de l'induit sont souples et très longs, le collecteur a un très petit diamètre (ses touches ainsi que les balais sont en argent pour éviter l'oxydation). Le résultat de ces dispositions est qu'un compteur de 22000 watts se met en mouvement même lorsqu'il n'est traversé que par un courant de $0^{A},28$ sous 110 volts. Ce courant traverse, bien entendu, le gros fil de l'inducteur, tandis que les 110 volts sont appliqués aux extrémités du circuit induit qui, avec sa résistance additionnelle, présente une résistance totale de 5000 ohms.

789. — Compteur Brillé. — Le compteur Brillé comporte, comme les compteurs que nous venons de décrire, les deux organes

Fig. 481.

fondamentaux que nous avons fait connaître en 1880 et en 1884, qui sont: l'électrodynamomètre à deux circuits B, destiné à faire naître un couple proportionnel au produit VI, et le disque ou cylindre en cuivre D (fig. 481) pouvant osciller entre les branches d'une collection d'aimants

Digitized by Google

E, dont le nombre de tours est proportionnel à la quantité totale d'énergie dépensée pendant le fonctionnement de l'appareil. Mais il contient une disposition qui le différencie des autres compteurs et qui a pour but de supprimer l'influence nuisible des frottements. Voici sur quel principe repose cette disposition : Supposons que les aimants reçoivent leur mouvement de rotation d'un moteur quelconque M (fig. 482) (ou d'un mécanisme d'horlogerie par exemple) capable de leur imprimer la vitesse qu'ils doivent prendre quand le compteur est appelé à mesurer la puissance maxima pour laquelle il est construit [1]. En vertu des propriétés démontrées plus haut, les aimants vont être soumis de la part du cylindre, à un couple antagoniste proportionnel à la vitesse, mais réciproquement ils exerceront sur lui un couple précisément égal tendant à l'entraîner et que nous appellerons couple d'entraînement. Si au lieu de fixer invariablement le cylindre au bâti de l'appareil, on le rend mobile autour d'un axe vertical, mais en ne lui permettant qu'un mouvement angulaire d'une très petite amplitude, on pourra profiter de ce mouvement, limité par deux arrêts très rapprochés, pour mesurer le couple d'entraînement et voir s'il est égal à un autre couple appliqué au cylindre par une force à laquelle on donne d'avance une valeur choisie arbitrairement et qui peut être produite par un ressort tendu d'une quantité déterminée. Si le couple d'entraînement est inférieur à celui du ressort, le bâti mobile qui porte le cylindre restera appliqué contre un des arrêts qui limitent son mouvement angulaire, mais si on augmente alors graduellement la vitesse des aimants, le couple d'entraînement croîtra proportionnellement et finira par devenir égal à celui du ressort; à ce moment, le bâti mobile qui porte le cylindre, exercera sur l'arrêt contre lequel il était appuyé, une pression nulle et si la vitesse des aimants augmente infiniment peu, il quitte cet arrêt pour aller buter contre le second arrêt. Lorsque ce petit mouvement se produit, on peut affirmer (à la condition toutefois que la vitesse des aimants croisse lentement) qu'il y a équilibre entre le

(1) Dans le compteur Vulcain cité plus haut, cette vitesse est de un tour par seconde, dans tous les appareils quelles que soient leurs dimensions.

Digitized by Google

couple d'entraînement et le couple du ressort et que, par conséquent, la vitesse angulaire des aimants est, à ce moment, proportionnelle à la tension du ressort puisqu'elle est proportionnelle au couple d'entraînement. Mais si la vitesse du moteur quelconque qui imprime aux aimants leur mouvement de rotation, continue à augmenter, le couple d'entraînement deviendra supérieur à celui du ressort et le bâti mobile du cylindre, viendra buter contre le second arrêt. Il faut donc, si on veut maintenir l'équilibre entre le couple d'entraînement et le couple du ressort, empêcher l'accroissement de vitesse des aimants dès que le bâti mobile vient frapper le second butoir, tan-

Fig. 482.

dis qu'il faut, au contraire, empêcher le décroissement de cette même vitesse, lorsque le bâti passe du second butoir au premier. On obtient facilement ce résultat en employant, pour faire tourner les aimants, un moteur électrique développant un couple constant, supérieur à la valeur maxima du couple d'entraînement, et en suspendant brusquement son action par la rupture du courant qui l'anime dès que le bâti mobile vient frapper le second butoir. Les aimants sont alors soumis à l'action du couple antagoniste seulement, et leur vitesse diminuant graduellement, a pour conséquence une diminution proportionnelle dans le couple d'entraînement qui finit par devenir égal, puis inférieur à celui du ressort; le taquet fixé sur l'axe du cylindre vient alors se placer contre le second butoir et referme le courant du moteur; ce dernier exerçant un couple supérieur, dans tous les cas, au couple d'entraînement, imprime aux

Digitized by Google

aimants une vitesse croissante qui a pour conséquence une nouvelle rupture d'équilibre et ainsi de suite. On voit, en définitive, que le bâti mobile oscille constamment entre ses deux butoirs et que la vitesse des aimants oscille entre deux limites très rapprochées dont la moyenne est proportionnelle au couple développé par le ressort. Si ce dernier conserve une tension constante, le nombre de tours effectué par les aimants pendant un temps donné, sera exactement proportionnel à cette tension, et, ni les frottements du moteur ni la force électro-motrice inverse qu'il développe, ne pourront modifier en rien le nombre de tours ainsi effectué. Si la tension du ressort et par conséquent le couple C qu'il développe sur l'axe A du cylindre, varie avec le temps, le nombre de tours des aimants E pendant un temps T, sera proportionnel à la valeur de l'intégrale

$$\int_0^T C dt.$$

Il est évident d'ailleurs que le couple C peut être produit par une force quelconque ; on peut donc remplacer le ressort dont nous n'avons parlé que pour simplifier la démonstration, par le cadre mobile d'un mesureur d'énergie développant un couple donné par l'équation

$$C = c\frac{VI}{R},$$

d'où il résulte que, dans ce cas, le disque fera pendant le temps T un nombre de tours proportionnel à l'intégrale $\int_0^T VI dt$, sans que les indications de l'instrument soient influencées par le couple de frottement f ni par la $f.\ e.\ m.\ e_1$, de sorte que le terme correcteur $-\frac{f}{c_1}T$ devient nul. En d'autres termes, l'équation qui donne le nombre de tours en fonction de l'énergie dépensée, devient rigoureusement intégrable tandis que dans les compteurs ordinaires où le moteur électrique remplit à la fois les fonctions de moteur et d'électrodynamomètre, elle ne l'est pas. Il va de soi d'ailleurs que l'équipage mobile qui supporte le cylindre, doit être suspendu de manière à éviter tout frottement puisqu'il joue le rôle de balance ; il doit en être de même du cadre mobile de l'électrodynamomètre. La tempé-

Digitized by Google

rature et les variations d'intensité du flux de force des aimants, ont la même influence que dans les compteurs à moteur-dynamomètre.

Le compteur Brillé est représenté par la figure 483.

Nous ferons remarquer que les compteurs à totalisation intermittente ne présentent aucune des causes d'erreur qui existent dans

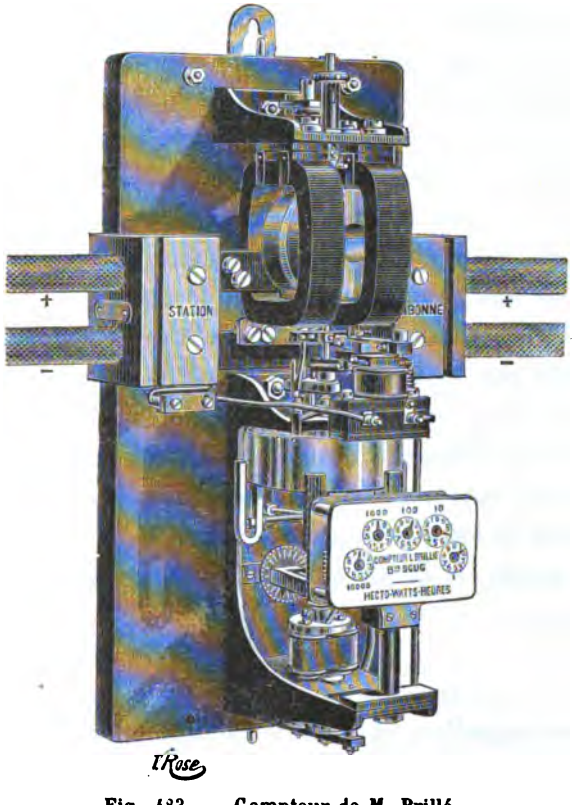


Fig. 483. — Compteur de M. Brillé.

ceux qui sont basés sur l'emploi du couple développé par la rotation d'un disque dans un champ magnétique, et consomment (lorsqu'ils sont bien conçus) pour leur propre fonctionnement, une quantité d'énergie bien plus petite, considération qui n'est pas à dédaigner lorsqu'on sait qu'un ensemble de 1000 compteurs du type Vulcain fonctionnant 24 heures par jour, consomment annuellement une quantité d'énergie dont le prix de revient est évalué à 12 440 francs (L'*Electricien*, 1er avril 1899, page 198).

Digitized by Google

§ 4. — MESURE DU TRAVAIL DES COURANTS ALTERNATIFS.

790. — Expression du travail accompli par un courant alternatif. — La mesure du travail d'un courant alternatif présente une difficulté particulière que nous avons expliquée dans un autre chapitre. Nous avons démontré cependant que lorsque le courant peut être représenté par une fonction de la forme $I = I_0 \sin 2\pi nt$, le procédé que nous avons imaginé pour la mesure du travail des courants continus, est encore applicable (536). Mais, si le courant s'écarte trop de la forme sinusoïdale, l'emploi de ce procédé entraîne une erreur qui peut être négligeable mais qui, ne pouvant être évaluée, donne aux résultats obtenus une incertitude que ne présentent pas les procédés basés sur l'emploi des électromètres.

En désignant par V_1 et V_2 la différence de potentiel à l'instant t des extrémités d'une portion de circuit parcourue par un courant alternatif, par I l'intensité du courant au même instant, le travail accompli par le courant pendant une période, a pour expression, quelle que soit la loi qui représente les potentiels et le courant en fonction du temps, et quelle que soit la nature du travail accompli par le courant,

$$\int_0^\tau (V_1 - V_2) I dt,$$

intégrale dans laquelle τ représente la durée d'une période. Si le nombre de périodes accomplies pendant l'unité de temps, est un nombre entier n, on obtiendra la valeur du travail W par seconde, en multipliant cette intégrale par n, et on aura l'équation

$$W = n\int_0^\tau (V_1 - V_2) I dt = \int_0^1 (V_1 - V_2) I dt.$$

Si on connaissait un phénomène produisant une action mécanique directe entre un courant et un corps électrisé, on pourrait résoudre très simplement la question pratique qui dépend de cette intégrale, mais on ne connaît aucune action de cette nature. Il a donc fallu employer un moyen détourné, basé sur la proportionnalité

Digitized by Google

entre l'intensité d'un courant et la *d. d. p.* qui le provoque, lorsque ce courant parcourt un conducteur dénué de self-induction. Supposons que, avant l'entrée du courant dans la portion de circuit en expérience, on ait disposé un conducteur rectiligne et d'un diamètre aussi petit que possible (à cause de la self-induction des conducteurs de gros diamètre) et plongé dans un liquide isolant destiné à combattre l'échauffement de ce conducteur. En désignant par r sa résistance ohmique, la *d. d. p.* $V - V'$ entre ses extrémités, aura à chaque instant pour expression (en considérant comme nulle sa self-induction),

$$V - V' = rI,$$

d'où

$$I = \frac{V - V'}{r}.$$

En portant cette valeur de I dans l'équation qui donne W, on a

$$W = \frac{1}{r}\int_0^1 (V_1 - V_2)(V - V')dt.$$

Il faut bien faire attention que cette équation ne contient pas la valeur du travail calorifique accompli dans le conducteur rectiligne auxiliaire, parce que ce dernier est en dehors de la portion du circuit dont les extrémités présentent la *d. d. p.* $(V_1 - V_2)$ et dans lequel se trouve un appareil quelconque utilisateur du courant.

791. — Mesure du travail d'un courant alternatif au moyen de l'électromètre. — Considérons maintenant un électromètre tel que celui de MM. Blondlot et Curie (176), dans lequel l'équilibre entre le couple dû aux actions électriques et le couple de torsion du fil de suspension, est représenté par une équation de la forme

$$k\theta = c(V_1 - V_2)(V - V'),$$

dans laquelle on représente par k le couple élastique développé par le fil de suspension lorsqu'il est tordu d'un angle égal à 1 ; par θ l'angle de torsion ; par c le couple produit sur l'équipage mobile lorqu'on a

$$V_1 - V_2 = 1, \qquad V - V' = 1,$$

Digitized by Google

(V_1 et V_2 étant les potentiels des deux demi-circonférences fixes; V et V′, les potentiels des deux demi-circonférences mobiles).

Si au lieu d'être indépendants du temps, ces quatre potentiels étaient des fonctions périodiques quelconques du temps, l'équipage mobile prendrait une position d'équilibre apparente, autour de laquelle il décrirait des oscillations d'une amplitude extrêmement petite, ainsi que nous l'avons démontré à propos de l'équilibre apparent d'un électrodynamomètre traversé par un courant périodique (526), et cette position d'équilibre serait définie par l'équation

$$k\theta = c\int_0^1 (V_1 - V_2)(V - V')dt,$$

d'où

$$\int_0^1 (V_1 - V_2)(V - V')dt = \frac{k}{c}\theta,$$

et par suite

$$W = \frac{k}{cr}\theta.$$

Il est facile de déterminer le rapport $\frac{k}{c}$ en mettant les deux demi-circonférences fixes en communication avec les deux pôles d'une pile de *f. e. m.* connue E, ainsi que les demi-circonférences mobiles; on aurait alors, en désignant par α la torsion du fil correspondante

$$k\alpha = cE^2,$$

d'où

$$\frac{k}{c} = \frac{E^2}{\alpha}.$$

L'expression du travail devient alors

$$W = \frac{E^2}{r}\cdot\frac{\theta}{\alpha}.$$

Si on ne possédait qu'un électromètre ordinaire à quadrants, on ne pourrait pas faire l'expérience aussi simplement que nous venons de l'indiquer. Cet appareil ne permet pas, en effet, de mesurer d'un seul coup le produit de deux différences de potentiel. En désignant par V le potentiel de *l'aiguille* ; par V_1 le potentiel commun de deux quadrants diamétralement opposés ; par V_2 celui des deux autres

Digitized by Google

quadrants, l'équation d'équilibre apparent est

$$k\theta = c\int_0^1 (V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)dt = c\left[\int_0^1 (V_1 - V_2)V dt - \int_0^1 \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} dt\right],$$

d'où

$$\theta = \frac{c}{k}\int_0^1 (V_1 - V_2)V dt - \frac{c}{k}\int_0^1 \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} dt.$$

Le second membre de cette équation ne contient rien qui nous permette d'en conclure la valeur de l'intégrale qui nous intéresse, mais, si après avoir mis *l'aiguille* en communication avec le point dont nous représentons le potentiel variable par V, nous la mettons en communication avec un autre point dont le potentiel également variable est représenté par V′, sans changer les communications des quadrants, nous aurons un autre angle d'équilibre donné par l'équation

$$\theta' = \frac{c}{k}\int_0^1 (V_1 - V_2)V' dt - \frac{c}{k}\int_0^1 \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} dt.$$

Retranchant membre à membre ces deux équations, il vient

$$\theta - \theta' = \frac{c}{k}\int_0^1 (V_1 - V_2)(V - V')dt = \frac{c}{k} W,$$

d'où

$$W = \frac{k}{c}(\theta - \theta').$$

Il faut donc, pour obtenir, avec l'électromètre à quadrants, la valeur de W, mettre d'abord une des extrémités de la portion de circuit où s'accomplit le travail à mesurer, en communication permanente avec deux quadrants opposés, et l'autre extrémité avec les deux autres quadrants; puis, relier *l'aiguille* à l'une des extrémités de la résistance auxiliaire non inductive r, et lire l'angle θ; rompre ensuite cette communication et l'établir avec la seconde extrémité de r, et lire l'angle θ'. Cette méthode a été indiquée par M. Potier. Le tarage se fait de la manière suivante, lorsqu'on dispose d'une pile de *f. e. m.* E. On met l'aiguille en communication permanente avec une des paires de quadrants opposés, puis on met les pôles de la pile en communication, l'un avec une des paires de quadrants, l'autre avec l'autre paire, et on note la déviation α; on a alors

$$\alpha = \frac{c}{k} E^2,$$

Digitized by Google

d'où

$$\frac{c}{k} = \frac{\alpha}{E^2}$$

et enfin

$$W = \frac{E^2}{r} \cdot \frac{\theta - \theta'}{\alpha}.$$

L'inconvénient de ces deux méthodes, consiste dans l'emploi de la résistance auxiliaire r qui consomme inutilement une quantité de travail égale à

$$\int_0^1 (V - V')I dt,$$

laquelle est loin d'être négligeable, parce que la *d.d.p.* $V - V'$ doit avoir une valeur moyenne notable pour que l'électromètre donne des déviations d'une amplitude suffisante. Aussi n'a-t-on pas fait de compteurs d'énergie basés sur l'emploi de l'électromètre.

Digitized by Google

CHAPITRE QUATORZIÈME

MESURE DE L'HYSTÉRÉSIS

---

§ 1. — TRAVAIL ABSORBÉ PAR L'HYSTÉRÉSIS.

792. — Définition de l'Hystérésis. — Le phénomène auquel on a donné le nom d'*hystérésis*, consiste en ceci : si on place un barreau de fer dans un champ magnétique dont on fait croître graduellement l'intensité, jusqu'à une certaine valeur, le moment magnétique du barreau va également en croissant et cet accroissement est d'ailleurs de plus en plus lent, comme nous l'avons vu dans le chapitre consacré au magnétisme. Si, après avoir donné au champ magnétique une valeur croissante, on s'arrête à une certaine intensité et qu'on lui donne ensuite des valeurs décroissantes, on constate, en mesurant, dans les deux cas, le moment magnétique du barreau que la valeur de ce moment n'est pas la même pour une même intensité du champ, dans les deux expériences successives. Le moment magnétique correspondant à une intensité décroissante est plus grand que celui qui correspond à la même intensité lorsqu'elle est croissante. L'intensité d'aimantation du barreau est donc en retard sur le phénomène qui lui donne naissance ; de là le nom d'hystérésis qui vient du verbe grec υστερεῖν (rester en arrière). Le flux de force totale du barreau étant une fonction linéaire du moment magnétique ou de l'intensité d'aimantation (259), est donc aussi assujetti au même phénomène.

Digitized by Google

L'hystérésis produit des effets très différents, suivant que le champ magnétique dans lequel est placé le barreau, est produit par un courant électrique traversant un conducteur immobile, ou bien par un aimant permanent animé d'un mouvement relatif par rapport au barreau. Dans le premier cas, la variation d'intensité du champ s'obtient par une variation proportionnelle de l'intensité du courant et, dans le second cas, par un déplacement de l'aimant. Or, comme nous allons le démontrer, l'hystérésis donne lieu, dans les deux cas, à la production d'un travail résistant qui nécessite la production d'un travail moteur équivalent, mais qui affecte une forme très différente, suivant que la variation d'intensité du champ est produite par une variation de courant ou par le déplacement d'un aimant permanent. Dans le premier cas, ce travail est purement électrique et s'acccomplit aux dépens de la source de force électromotrice qui entretient le courant ; dans le second cas, ce travail est, au contraire, purement mécanique et sa valeur peut être mesurée par les procédés employés dans la mécanique ordinaire.

793. — **Expression théorique du travail absorbé par l'hystérésis**. — L'expression de la quantité de travail absorbé par l'hystérésis, peut également se déduire de considérations d'ordre très différent qui conduisent d'ailleurs à la même formule. La méthode classique consiste à partir des lois de l'induction et des équations générales du travail accompli dans un circuit électrique, dans lequel se trouvent des masses magnétiques dont le flux de force est une fonction de l'intensité du courant. La seconde méthode que nous avons fait connaître, il y a peu de temps (Leçons sur l'Électricité professées au Collège de France. Leçon du 24 janvier 1899), repose exclusivement sur les lois du magnétisme et aurait pu être imaginée avant même que l'on connût l'existence des courants électriques. Les deux méthodes ont toutefois ceci de commun qu'elles s'appuient implicitement sur le principe de la conservation de l'énergie. Voici d'ailleurs en quoi consiste la méthode classique.

Considérons un circuit fermé contenant une source de *f. e. m.* E et un solénoïde contenant un barreau de fer doux. Avant d'aller plus

Digitized by Google

loin, disons immédiatement que les équations auxquelles nous allons arriver, ne sont entièrement exactes que si le barreau de fer affecte la forme d'un tore sur lequel le solénoïde est régulièrement enroulé, comme celui qui est représenté figure 233 ou encore si, étant rectiligne, sa longueur est considérable par rapport à son diamètre. Ces restrictions ne diminuent en rien la valeur pratique des formules auxquelles nous allons arriver, puisque les inducteurs et l'induit des machines dynamo-électriques se trouvent placés précisément dans les conditions admises pour établir nos équations ; la même observation s'applique aux transformateurs.

En désignant par I l'intensité du courant à l'époque t, ce courant étant supposé engendré par une source d'électricité dont la *f. e. m.* est une fonction du temps ; par R la résistance constante du circuit ; par $\mathcal{F}_I$ le flux de force embrassé par une seule spire du solénoïde enroulé sur le barreau de fer, et *dû au courant seul* ; par $\mathcal{F}_M$ le flux de force également embrassé par une seule spire, *mais dû au barreau de fer seul*, on a à chaque instant (493)

$$E = RI + \Sigma \frac{d\mathcal{F}_I}{dt} + \Sigma \frac{d\mathcal{F}_M}{dt},$$

le symbole Σ représentant la somme des *f. e. m.* de toutes les spires et dues, les premières à la variation du courant ; les secondes à la variation d'intensité d'aimantation du barreau. Le flux de force dû au courant est rigoureusement proportionnel à l'intensité I ; par conséquent, si on représente par f_I la valeur du flux total embrassé par une spire et qui émane du solénoïde entier, lorsque ce solénoïde est parcouru par un courant égal à l'unité, on aura

$$\mathcal{F}_I = f_I I,$$

d'où

$$\frac{d\mathcal{F}_I}{dt} = f_I \frac{dI}{dt}.$$

D'ailleurs, en vertu de ce qui a été dit concernant la forme du barreau et de l'enroulement, la valeur de f_I est la même pour chacune des spires, de sorte que la *f. e. m.* totale d'induction due à la self-induction de l'enroulement, a pour valeur

$$\Sigma \frac{d\mathcal{F}_I}{dt} = n f_I \frac{dI}{dt}.$$

Digitized by Google

Nous ne pouvons représenter de la même manière le flux de force émané du barreau, parce qu'il n'est pas proportionnel au courant ; tout ce que nous savons c'est que chacune des spires embrasse le même flux de force qui est le flux total du barreau ; nous pouvons donc écrire

$$\Sigma \frac{d\mathcal{F}_M}{dt} = n \frac{d\mathcal{F}_M}{dt}.$$

L'équation ci-dessus devient alors

$$E = RI + nf_1 \frac{dI}{dt} + n \frac{d\mathcal{F}_M}{dt}.$$

Multipliant les deux membres par Idt il vient

$$EIdt = RI^2dt + nf_1 IdI + nId\mathcal{F}_M.$$

Si nous intégrons cette équation, en considérant le courant I comme une fonction périodique du temps, mais sans rien supposer sur la forme de cette fonction qui pourra être absolument quelconque, et si nous désignons par T la durée d'une période au bout de laquelle E, I, f_1, $\mathcal{F}_M$, auront repris les valeurs qu'ils avaient à la fin de la période précédente, nous aurons

$$\int_0^T EIdt = \int_0^T RI^2dt + n\int_0^T Id\mathcal{F}_M.$$

Le premier membre de cette équation représente la quantité totale d'énergie fournie par la source, pendant une période. Elle est égale à la somme des quantités d'énergie qui figurent dans le second membre dans lequel il n'existe plus que deux termes, parce que l'intégrale

$$\int IdI$$

étant égale à $\frac{I^2}{2}$, s'annule quand on la prend entre deux époques où le courant a la même valeur. C'est ce que nous avons déjà vu lorsque nous avons étudié le rôle de la self-induction dans les circuits parcourus par des courants alternatifs.

Le premier terme

$$\int_0^T RI^2dt$$

représente, comme nous le savons, la quantité de chaleur développée

Digitized by Google

dans le circuit. Quant au troisième terme

$$n\int_0^T \mathrm{I}\,d\mathcal{F}_M,$$

il serait nul comme le second si, à une valeur donnée de I correspondait une valeur unique de $\mathcal{F}_M$. Mais il n'en est pas ainsi, parce que, en vertu de l'hystérésis, l'intensité d'aimantation n'est pas la même pour une même valeur de I, lorsque le courant est en train de croître, ou lorsqu'il est en train de décroître. Or, nous savons que le flux total $\mathcal{F}_M$ d'un barreau aimanté de section s, est lié à l'intensité d'aimantation $\mathcal{J}$ par l'équation

$$\mathcal{F}_M = 4\pi\mathcal{J}s,$$

d'où il suit que

$$\int_0^T \mathrm{I}\,d\mathcal{F}_M = 4\pi s\int_0^T \mathrm{I}\,d\mathcal{J}$$

794. — Représentation graphique de l'hystérésis. — Mais comme nous possédons des moyens commodes et rapides de mesurer le flux de force total d'un aimant au moyen du galvanomètre balistique (750-751), il vaut mieux laisser le troisième terme sous sa forme primitive. Essayons donc de nous faire une idée exacte de ce que peut représenter ce terme et, pour cela, employons une représentation graphique, mais après avoir toutefois remplacé l'intensité du courant par la valeur $\mathcal{H}$ du champ magnétique créé par ce courant. Nous savons que l'intensité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde, très long par rapport à son diamètre, est donnée par l'équation

$$\mathcal{H} = \frac{4\pi n\mathrm{I}}{l},$$

dans laquelle n représente le nombre total de spires enroulées sur le solénoïde de longueur l (le rapport $\frac{n}{l}$ est donc le nombre n_1 de spires par unité de longueur qui figure dans l'expression usuelle de $\mathcal{H}$). Cette équation est encore vraie lorsqu'il s'agit d'un tore, à la condition que $\mathcal{H}$ soit mesuré le long de la circonférence moyenne intérieure du tore, dont la longueur développpée est représentée par l.

Digitized by Google

De cette expression de $\mathcal{H}$, on tire

$$I = \frac{l\mathcal{H}}{4\pi n}.$$

En remplaçant I par cette expression dans l'intégrale

$$n\int I d\mathcal{F}_M,$$

il vient

$$n\int_0^T I d\mathcal{F}_M = \frac{l}{4\pi}\int_0^T \mathcal{H} d\mathcal{F}_M,$$

ou, en multipliant et divisant par la section s du barreau

$$n\int_0^T I d\mathcal{F}_M = \frac{ls}{4\pi}\int_0^T \mathcal{H} d\,\frac{\mathcal{F}_M}{s}.$$

Mais le produit ls représente le volume du barreau, et le rapport $\frac{\mathcal{F}_M}{s}$ représente le flux induit dans le barreau par unité de section, de sorte qu'il nous suffit d'étudier ce qui se passe dans un barreau de section 1 et de longueur 1, placé dans un champ magnétique représenté par une fonction périodique du temps (le même que pour le courant I), pour en conclure ce qui se passera pour un barreau de dimensions quelconques, dans lequel le flux de force induit par unité de section, dépend seulement de $\mathcal{H}$ et de la nature du fer, et non des dimensions.

Portons sur l'axe des x d'un système de coordonnées, des longueurs proportionnelles à la valeur de $\mathcal{H}$ (fig. 484), les valeurs de $\frac{\mathcal{F}_M}{s}$ étant portées sur l'axe des y, et supposons que le champ magnétique étant d'abord nul, croisse graduellement jusqu'à une certaine valeur maxima représentée par OA_2; la valeur du flux étant à ce moment représentée par A_2M_2, si à partir de ce point le champ diminue, la valeur de $\mathcal{F}$ restera stationnaire jusqu'à ce que $\mathcal{H}$ ait atteint une valeur (qui diffère d'autant plus de OA_2 que le fer est moins doux) à partir de laquelle celle de $\mathcal{F}$ commence à diminuer à son tour : $\mathcal{H}$ devenant nul, la valeur de $\mathcal{F}$ représentée par OM_0 ne l'est pas encore et il faut, pour que $\mathcal{F}$ devienne nul, que $\mathcal{H}$ prenne une valeur négative $-OA'_1$. Si $\mathcal{H}$, devenu négatif, continue à croître en valeur absolue jusqu'à OA'_2,

Digitized by Google

valeur extrême égale et de signe contraire à OA_2, le flux prendra aussi une valeur $A'_2M'_2$ égale et de signe contraire à A_2M_2; puis $\mathcal{H}$ se rapprochant de zéro, le flux restera stationnaire un certain temps pour redevenir égal à

$$OM'_0 = -OM_0,$$

lorsque $\mathcal{H}$ sera devenu égal à zéro. Enfin, il s'annulera pour une

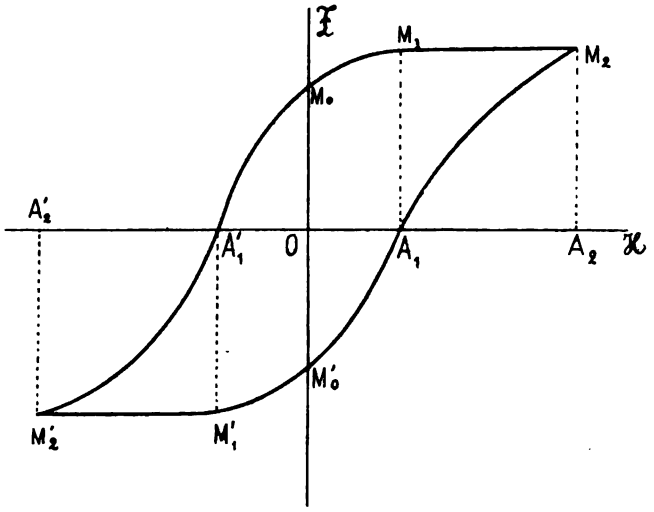


Fig. 484.

valeur OA_1 de $\mathcal{H}$, égale à OA'_1. On voit en résumé que, à chaque valeur du champ, correspondent deux valeurs de $\mathcal{F}$ (et réciproquement) d'autant plus différentes que le fer est moins doux.

Si on suppose qu'un mobile se déplace le long de la courbe fermée que nous venons de définir, et qu'il parte d'un point quelconque tel que M_2 par exemple, pour y revenir après avoir décrit la courbe dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, il aura engendré une aire correspondant à un *cycle* magnétique décrit par le fer du barreau. La valeur de cette aire a indifféremment pour valeur $\int y dx$ ou $\int x dy$, puisque le mobile revient à son point de départ. Elle est donc représentée soit par

$$\int_M^M \mathcal{F} d\mathcal{H},$$

Digitized by Google

soit par

$$\int_{M}^{M} \mathcal{H} d\mathcal{F}.$$

Or, cette dernière valeur est précisément celle qui, étant multipliée par le facteur $\frac{ls}{4\pi}$, est égale à l'énergie représentée par le troisième terme du second membre de notre équation fondamentale. Nous savons donc maintenant que cette *dépense d'énergie est due à l'hystérésis du fer.*

795. — Evaluation approchée de l'aire de la courbe représentative de l'hystérésis. — Nous savons que lorsque le champ magnétique a une valeur telle que le flux de force induit ne dépasse pas 5000 unités par cent. carré, les accroissements du flux induit sont sensiblement proportionnels à ceux du champ, de sorte que si la valeur maxima du champ, représentée par OA_2, était celle qui correspond à un flux induit de 5000 unités, les portions de la courbe représentées par A_1M_2, A'_1M_1, $A'_1M'_2$, $A_1M'_1$, seraient des droites ; les portions M_1M_2, $M'_1M'_2$, étant aussi des droites, l'aire de la courbe représentative de l'hystérésis se réduirait à un parallélogramme dont l'aire aurait pour mesure le produit de A'_1A_1 par $2A_2M_2$. Or A'_1A_1 représente le double de l'intensité du champ A'_1O, nécessaire pour ramener de OM_0 à zéro, la valeur de $\mathcal{F}$. OM_0, étant la valeur que conserve le flux lorsque le champ passe de la valeur OA_2 à zéro, s'appelle le magnétisme rémanent ou plutôt le *flux rémanent* ; OA'_1 représentant la force magnétisante qu'il faut appliquer au fer pour lui faire perdre complètement son aimantation rémanente, peut être considérée comme égale à la force inconnue qui maintient le fer à l'état magnétique, lorsque le champ est devenu nul, et à laquelle on a donné le nom de *force coercitive*. Il résulte de là que l'aire de la courbe d'hystérésis, est représentée par le produit du double de la force coercitive, par le double de la valeur maxima du flux induit par centimètre carré. En désignant respectivement ces deux quantités par $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{F}$, la valeur du travail consommé par l'hystérésis dans un cycle, devient égale à $\frac{ls}{4\pi} \cdot 4\mathcal{H}_1\mathcal{F}$, ou, par *centimètre cube de fer*, (ls étant le volume

Digitized by Google

du barreau)

$$\frac{\mathcal{H}_1 \mathcal{F}}{\pi}.$$

Le travail consommé par l'hystérésis ne se traduisant par aucun travail appréciable ou par aucune forme d'énergie potentielle ou cinétique, doit nécessairement se transformer en chaleur. C'est en effet ce qui arrive et tous les praticiens savent qu'une masse de fer soumise à des aimantations périodiquement inverses, s'échauffe d'autant plus que ces aimantations sont plus fréquentes et plus intenses.

§ 2. — DIFFÉRENTS PROCÉDÉS DE MESURE DE L'HYSTÉRÉSIS.

796. — Mesure de l'Hystérésis au moyen d'une batterie d'accumulateurs et du galvanomètre balistique. — Les théorèmes que nous venons de démontrer, nous permettent de déduire le travail consommé par un barreau de fer doué d'hystérésis, de la quadrature de la courbe représentative du flux de force magnétique de ce barreau, en fonction de l'intensité du champ magnétique et par conséquent de celle du courant qui produit le champ.

Il faut donc savoir construire cette courbe. Pour y arriver, formons un circuit composé d'une batterie d'accumulateurs, d'un ampèremètre et du solénoïde contenant le barreau de fer en expérience. Ce barreau doit, comme nous l'avons dit, être rectiligne et très long, ou bien affecter la forme d'un anneau, comme l'anneau en fer des induits de dynamos. Dans le premier cas, le solénoïde qui l'entoure est interrompu en son milieu pour permettre d'y enrouler un solénoïde, complètement distinct et d'une faible longueur, dont les extrémités sont en communication avec un galvanomètre balistique dont l'élongation permet de mesurer le flux de force du barreau, ainsi que nous l'avons expliqué dans le chapitre consacré à la mesure des flux de force magnétique.

Dans le second cas, cet enroulement spécial est effectué aux deux extrémités d'un même diamètre de l'anneau dont il recouvre une faible partie ; ces deux petits solénoïdes supplémentaires sont grou-

Digitized by Google

pés en tension et reliés également à un galvanomètre balistique.

Les deux portions du solénoïde principal destiné à créer le champ magnétique, sont également reliées en tension et reçoivent le courant des accumulateurs ; leur groupement doit être fait de façon que lorsque le courant passe, l'anneau de fer forme ce qu'on appelle un circuit magnétique fermé et ne présente pas de signes d'aimantation appréciables. L'ensemble présente l'apparence d'un anneau de dynamo.

Enfin, pour faire varier l'intensité du courant générateur du champ, entre deux valeurs extrêmes $+ I$ et $- I$, on a recours à un commutateur facile à imaginer qui permet de mettre dans le circuit 1, 2, 3,..., n couples de la batterie d'accumulateurs, et construit de façon qu'en revenant en arrière depuis n jusqu'à zéro et en continuant à le faire mouvoir, le sens du courant soit automatiquement renversé au moment où on passe par zéro.

Ceci posé, on procède à l'expérience de la façon suivante : on commence par lancer dans le solénoïde, pendant un temps assez court, un courant négatif $-I$ égal à celui que peuvent donner tous les accumulateurs réunis ; le courant étant rompu, le barreau conserve une aimantation qui correspond à un flux de force représenté par OM'_0 (fig. 484). Ce premier point obtenu, on fait passer le commutateur de zéro à 1, ce qui a pour effet de lancer dans le solénoïde le courant produit par un seul accumulateur et dont on note l'intensité indiquée par l'ampèremètre. On note également l'élongation du galvanomètre balistique puis, quand l'aiguille de ce dernier est revenue au zéro, ce qu'on obtient très rapidement si c'est un galvanomètre à circuit mobile, en le fermant sur lui-même[1], on fait passer le commutateur de 1 à 2 ; on lit la nouvelle élongation du galvanomètre ainsi que l'intensité indiquée par l'ampèremètre et qui doit

(1) Il est bon de rappeler ici que nous avons toujours recommandé, lorsqu'on emploie les galvanomètres à circuit mobile pour mesurer les décharges induites, de rompre leur communication avec le circuit dont ils font partie, un temps très court après la production de cette décharge, de façon que leur élongation ait lieu à circuit ouvert. Si on négligeait cette précaution, la valeur de leur élongation serait atténuée dans des proportions d'autant plus grandes, que le circuit extérieur serait moins résistant, et on serait exposé à commettre de graves erreurs. Leur élongation terminée, il n'y a aucun inconvé-

Digitized by Google

être sensiblement double, puisqu'elle est due à deux accumulateurs ; on ramène ensuite le galvanomètre au zéro. Enfin, on fait passer le commutateur de 2 à 3 et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il soit arrivé à l'extrémité de sa course, c'est-à-dire jusqu'à ce que tous les accumulateurs soient intercalés dans le circuit. Cette série d'opérations permet de construire la branche M'_0M_2 de la courbe; pour cela, on porte sur l'axe des x des longueurs proportionnelles aux intensités indiquées par l'ampèremètre, et sur l'axe des y, la somme des élongations successives du galvanomètre balistique. En désignant ces élongations successives par $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots \theta_n$, elles correspondent aux accroissements de courant i_1, $i_2 - i_1$, $i_3 - i_2, \ldots$, $i_n - i_{n-1}$; on doit donc les porter à la suite les unes des autres sur l'axe des y pour obtenir l'élongation totale que l'on aurait obtenue directement si on avait ramené, dans chaque expérience, le courant à zéro, pour lui donner ensuite, d'un seul coup, l'intensité $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n$. On pourrait évidemment employer cette seconde manière d'opérer, elle aurait même l'avantage de donner d'un seul coup l'élongation qui, dans la méthode précédente, est obtenue par une série d'additions pouvant entraîner des erreurs; mais il faudrait avoir soin, dans chaque expérience, de repartir du même état magnétique du barreau représenté sur la figure 484 par l'ordonnée OM'_0; or, pour être certain que cette condition est remplie, il faudrait, après chaque expérience, donner au courant, l'intensité négative maxima, puis le rompre, tandis que dans la première méthode cette opération n'est faite qu'une fois. En outre, le premier mode opératoire présente l'avantage d'être la copie fidèle de ce qui se passe dans les machines dynamos à courant continu ou alternatif, puisque l'intensité du champ, traversé par les molécules du fer de l'induit, va en croissant ou en décroissant d'une façon continue.

---

nient à rétablir leur communication avec le circuit extérieur et même à les mettre pendant une ou deux secondes en court circuit pour les ramener promptement au zéro. Cette mise hors circuit, très peu de temps après la fermeture du courant de la pile $\left(\frac{1}{100}\right.$ de seconde par exemple$\left.\right)$, peut être faite très simplement par un appareil agissant automatiquement chaque fois qu'on augmente d'une unité le nombre des couples des accumulateurs.

Digitized by Google

Quand on a obtenu le point M_2 de la courbe, correspondant au courant maximum que peuvent donner tous les accumulateurs, on fait mouvoir le commutateur en sens inverse et de façon à faire revenir graduellement l'intensité du courant de sa valeur maxima à zéro.

Au moment où on passe de la touche 1 à la touche zéro, on obtient le point de la courbe représenté en M_0; à partir de ce point, le courant est renversé automatiquement et les numéros 1, 2, 3, ..., n du commutateur, correspondent à des courants de sens contraire à celui qu'ils avaient dans la première série d'opérations. On obtient ainsi la branche $M_0M'_2$ de la courbe; on fait revenir alors le commutateur depuis $-n$ jusqu'à zéro et on obtient la portion $M'_2M'_0$; arrivé au point M'_0, l'opération est terminée puisqu'on a fait décrire au fer un cycle magnétique fermé.

Tel est le procédé qui permet de tracer par points la courbe de l'hystérésis d'un échantillon de fer. Les ordonnées de cette courbe sont proportionnelles à l'élongation du galvanomètre balistique et par conséquent au flux de force total du barreau; ses abscisses sont proportionnelles à l'intensité du courant inducteur indiquée par l'ampèremètre. En outre, pour que la courbe ait un aspect satisfaisant, il ne faut pas, en général, donner la même valeur à l'échelle de l'axe des x et à celle de l'axe des y. Nous n'entrerons pas dans le détail des calculs auxquels l'expérimentateur devra se livrer pour traduire les abscisses en unités d'intensités de champs magnétiques et les ordonnées en flux de force; le lecteur trouvera dans ce paragraphe même, et dans le chapitre relatif à la mesure des flux de force, toutes les formules nécessaires.

797. — Procédé expéditif pour calculer la perte de travail due à l'hystérésis. — Si on voulait simplement mesurer le travail absorbé par l'hystérésis, sans se préoccuper de la marche du phénomène, la construction de la courbe ne serait pas absolument nécessaire et on pourrait, sous les restrictions indiquées plus haut, se contenter de la formule

$$W = \frac{\mathcal{H}_1 \mathcal{F}}{\pi}.$$

Digitized by Google

Elle représente la valeur du travail absorbé par un centimètre cube de fer, pendant un cycle complet, lorsque les valeurs extrêmes du flux de force par centimètre carré, sont alternativement $+\mathcal{F}$ et $-\mathcal{F}$, le champ nécessaire pour ramener le barreau à l'état neutre, lorsqu'il a été soumis d'abord à l'action du champ maximum, étant représenté par $\mathcal{H}_1$. Nous avons dit plus haut que cette formule était exacte lorsque les branches M'_1M_2, $M_1M'_2$, de la figure représentative de l'hystérésis, pouvaient être assimilées à des droites, ce qui supposait que les accroissements du flux de force du barreau étaient proportionnels aux accroissements du champ magnétique. Mais cette condition n'est pas indispensable. Des considérations géométriques très simples montrent en effet que la formule est encore exacte lorsque les portions M_1M_2, $M'_1M'_2$, correspondant à l'état stationnaire du flux (lorsque l'intensité du champ revient de sa valeur maxima OA_2 à la valeur OA_1, ou de la valeur OA'_2 à la valeur OA'_1), sont des droites parallèles à l'axe des x, et que les branches M'_1M_2, M'_2M_1, qui réunissent ces droites, sont identiques entre elles, la première étant simplement le résultat d'une translation de la seconde parallèlement à l'axe des x. Si cette identité de forme des deux branches était réalisée, la formule serait exacte dans tous les cas. Dans le cas contraire, on peut la modifier de la façon suivante : désignons par $\mathcal{H}_2$ l'intensité du champ maximum OA_2 ; par $\mathcal{H}'_2$ celle du champ à partir duquel le flux $\mathcal{F}$ commence à diminuer lorsqu'on donne au champ des valeurs qui vont en décroissant depuis $\mathcal{H}_2$ jusqu'à $\mathcal{H}'_2$, de sorte que pendant l'intervalle représenté par $\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}'_2$, le flux de force $\mathcal{F}$ conserve la même valeur. L'aire de la portion de la courbe comprise au-dessus de l'axe des x, diffère très peu de celle d'un trapèze ayant pour hauteur $\mathcal{F}$ et pour côtés parallèles les quantités $2\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}'_2$. L'aire de ce trapèze est égale à

$$\mathcal{F}\left(\mathcal{H}_1 + \frac{\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}'_2}{2}\right),$$

et l'aire totale de la courbe diffère très peu du double de cette quantité ; on peut donc la considérer comme pouvant être représentée avec une exactitude suffisante dans beaucoup de cas, par l'expression

$$\mathcal{F}(2\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}'_2).$$

Digitized by Google

Le travail d'hystérésis par centimètre cube, aurait dans ce cas pour expression

$$\frac{\mathcal{F}(2\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_2)}{4\pi}.$$

798. — **Mesure de l'hystérésis par la méthode d'arrachement.** — La méthode d'arrachement permettrait de simplifier beaucoup la mesure de l'hystérésis, si elle présentait des garanties de précision suffisantes. L'effort nécessaire pour arracher l'armature d'un électro-aimant, permet en effet de trouver la valeur du flux de force par centimètre carré, par la formule

$$\frac{F}{S} = \frac{1}{8\pi},$$

dans laquelle $\frac{F}{S}$ représente, en dynes, l'effort d'arrachement par centimètre carré de la surface de contact de l'électro et de l'armature, et $\mathcal{F}$ le flux de force magnétique, également par centimètre carré de cette même surface. Cette méthode serait d'un emploi extrêmement commode et rapide pour trouver la valeur de $\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_2'$, ainsi d'ailleurs que celle de $\mathcal{H}_1$, à la condition, bien entendu, d'avoir un procédé dynamométrique exact et rapide pour mesurer les efforts d'arrachement. L'emploi des ressorts tel que nous l'avons indiqué dans notre ampèremètre à solénoïde (fig. 373), conviendrait parfaitement pour cela. De plus, il paraîtrait préférable, si on choisissait cette méthode, de faire varier la résistance du circuit plutôt que de faire varier la force électromotrice de la source qui l'alimente, et cette variation de résistance devrait avoir lieu aussi graduellement que possible, afin de faire varier $\mathcal{H}$ d'une façon continue et non par soubresauts, comme cela a lieu dans la méthode précédente.

799. — **Mesure directe de la quantité de travail absorbée par l'hystérésis. — Méthode calorimétrique.** — Il arrive, dans beaucoup de cas, que la connaissance exacte de la courbe d'hystérésis ne présente qu'un intérêt secondaire et que l'élément principal auquel on attache le plus d'importance, est la perte de travail causée par ce phénomène. On peut alors simplifier beaucoup le procédé

Digitized by Google

opératoire et avoir recours soit à une méthode calorimétrique, soit à une mesure dynamométrique directe, par des moyens purement mécaniques.

La méthode calorimétrique réduite à sa plus simple expression, peut être mise en œuvre de la façon suivante. Le barreau en expérience est perforé dans le sens de sa longueur, de façon que l'on puisse y introduire un thermomètre (d'aussi petites dimensions que possible), puis il est enfermé dans un tube de verre ou d'ébonite d'un diamètre notablement plus grand que le sien, de façon que l'on puisse remplir l'intervalle qui existe entre eux de ouate ou de plume d'édredon. Le tube de verre est ensuite placé dans un solénoïde qui ne doit contenir aucune substance métallique autre que son propre fil et qui est parcouru par des courants alternatifs faisant naître, dans le barreau, un grand nombre de cycles magnétiques dans l'unité de temps.

Si on désigne par w le travail *exprimé en ergs* correspondant à un seul de ces cycles ; par θ l'élévation de température du barreau ; par c la chaleur spécifique du fer ; par m la masse du barreau exprimée en grammes ; la quantité de chaleur correspondant au bout d'un temps t, à l'élévation de température θ, sera égale à $cm\theta$ petites calories ; le travail équivalent aura pour valeur 41 690 000 $cm\theta$, et le travail par cycle sera

$$W = \frac{41\,690\,000}{nt} cm\theta,$$

n, désignant le nombre de périodes par seconde du courant alternatif (ou sa *fréquence*) et t la durée du passage du courant en secondes.

Cette méthode peut donner des résultats suffisamment exacts au point de vue pratique, surtout lorsqu'il s'agit de comparer deux échantillons de fers différents ; mais elle ne doit être appliquée qu'à des barreaux de très petit diamètre ou plutôt à des barreaux ayant la forme d'un tube fendu suivant une génératrice, dans toute sa longueur, à cause des courants induits qui, sans cette précaution, prendraient naissance dans la masse du métal et l'échaufferaient rapidement ; ces courants, parallèles à ceux qui parcourent le solénoïde, ne peuvent se fermer lorsque le tube est fendu suivant

Digitized by Google

une génératrice. Il résulte de là que la forme la plus pratique à donner à l'échantillon de fer, est celle d'une lame de tôle enroulée en forme de tube ou même de spirale, à la condition que les différentes spires de cette spirale soient isolées électriquement. Un faisceau de fils du fer à essayer conviendrait aussi parfaitement, mais les différents brins de ce faisceau devraient être vernis pour empêcher la formation des courants parasites.

800. — **Mesure du travail absorbé par l'hystérésis au moyen de procédés mécaniques. — Hystérésimètre M. Deprez.** — La méthode calorimétrique que nous venons de décrire, ne donne que des résultats approximatifs, à cause des difficultés qui se présentent chaque fois que l'on fait une mesure calorimétrique. Nous nous sommes proposé de mesurer directement et par des moyens purement mécaniques, le travail absorbé par l'hystérésis. Nous avons imaginé pour cela plusieurs dispositions qui peuvent être divisées en deux classes : 1° celles dans lesquelles le barreau soumis à l'expérience est rectiligne et soumis à une série d'aimantations alternativement renversées, sous l'influence d'un électro-aimant entre les pôles duquel il tourne ; 2° celles dans lesquelles le fer expérimenté reçoit la forme d'un anneau absolument semblable à celui des machines dynamo-électriques, et tournant entre les pôles d'un électro-aimant. Dans le premier procédé, la masse entière du barreau passe brusquement d'un champ magnétique dans un champ égal et opposé ; c'est ce qui avait lieu dans les anciennes machines magnéto-électriques telles que celles de Clarke, Pixii, etc... Dans le second, l'inversion de l'aimantation se fait successivement, molécule par molécule comme dans l'anneau Pacinotti. Rien ne permet d'affirmer *à priori* que la perte d'énergie est la même dans les deux cas ; et c'est ce qui nous a conduit à imaginer un procédé qui leur fût applicable à tous les deux et qui consiste en ceci :

Le morceau de fer en expérience est, quelle que soit sa forme, mobile autour d'un axe passant par son centre de gravité qui est aussi son centre de figure ; il est monté sur des couteaux et le mouvement qu'il peut prendre a une très petite amplitude, étant

Digitized by Google

limité par deux arrêts très rapprochés. Autour d'un axe passant par l'arête des couteaux, tournent le ou les aimants inducteurs dont les pôles alternés produisent, pendant leur rotation, une série d'aimantations alternativement renversées dans le morceau de fer doux induit.

Si l'hystérésis n'existait pas, la rotation du système inducteur ne produirait aucun couple d'entraînement sur le fer induit. Lorsque cet induit affecterait la forme d'un barreau, on pourrait seulement constater une série d'oscillations angulaires dont l'amplitude serait d'autant plus petite que la vitesse de rotation de l'inducteur serait plus grande ; à une vitesse notable, ces oscillations deviendraient inappréciables et le barreau ne manifesterait aucune tendance à l'entraînement, à moins que les précautions indiquées plus haut pour empêcher la production de courants parasites dans la masse du fer, n'eussent été négligées. Mais l'existence de l'hystérésis fait apparaître un couple d'entraînement qu'il suffit de mesurer (en appliquant à l'induit monté sur couteaux un couple capable de le maintenir en équilibre entre les deux butoirs qui limitent son mouvement) pour en conclure la valeur du travail d'hystérésis par cycle et par centimètre cube, ou par gramme.

Soit en effet, C la valeur de ce couple, qui est égal et de signe contraire à celui qu'il faut appliquer au système d'inducteurs tournant, sans compter le couple nécessaire pour vaincre les résistances passives de toute sorte auxquelles sa rotation donne lieu. Le travail résistant dû à ce couple, a pour valeur pendant un tour, $2\pi C$. Si d'autre part, on désigne par n le nombre de pôles de l'inducteur, le nombre de changements de polarité produit dans l'induit pendant un tour, sera égal à $2n$, de sorte que le travail résistant dû à l'hystérésis de l'induit, aura pour valeur, pendant un demi-cycle

$$\frac{2\pi C}{2n} = \pi \frac{C}{n};$$

le travail absorbé pendant un cycle complet étant double, le travail par cycle et par centimètre cube, aura finalement pour valeur

$$W = \frac{2\pi C}{nU},$$

U désignant le volume du barreau.

Digitized by Google

Ce volume peut d'ailleurs se déduire de la masse m du barreau, en le divisant par la masse d'un centimètre cube de fer qui diffère très peu de 8, ce qui donnera

$$W = \frac{2\pi C}{8mn},$$

pour le travail absorbé par un centimètre cube de fer d'un barreau pesant m grammes.

La figure 485 représente l'appareil construit en 1894 suivant le

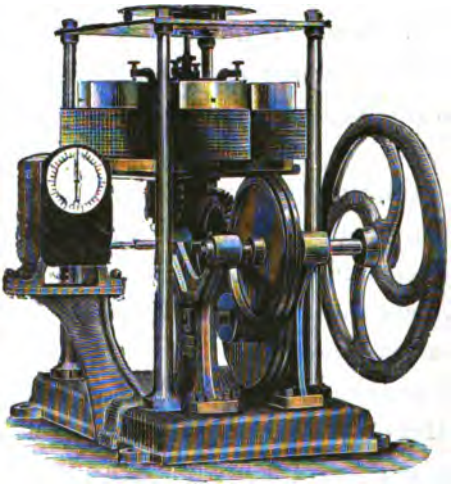


Fig. 485. — Hystérésimètre M. Deprez.

principe qui vient d'être exposé, pour le Conservatoire des Arts et Métiers. Il se compose 1° : d'un anneau de fer absolument semblable à ceux des machines dynamo-électriques, c'est-à-dire formé d'anneaux élémentaires d'une très faible épaisseur $\left(\frac{4}{10}\right.$ à $\left.\frac{5}{10}\right.$ de millimètre dans le sens de l'axe de rotation$\Big)$, découpés dans de la tôle faite avec le fer que l'on veut expérimenter. Ces anneaux sont isolés les uns des autres à l'aide de feuilles de papier pour éviter les courants parasites dits courants de Foucault qui, sans cela, prendraient naissance dans la masse de l'anneau et augmenteraient énormément le couple d'entraînement développé sur cet anneau par la rotation des inducteurs ;

Digitized by Google

2° d'un système de 4 inducteurs à pôles alternés animés d'un mouvement de rotation autour de l'axe de l'anneau ;

3° d'un système dynamométrique composé d'un ressort spiral plat, dont l'une des extrémités est fixée à l'anneau induit et l'autre à une aiguille mobile à la main. Ce ressort développe des couples exactement proportionnels aux angles décrits par son extrémité mobile. Il suffit donc de le tendre plus ou moins, à l'aide d'une aiguille que l'on fait tourner à la main devant un cadran gradué, jusqu'à ce que l'anneau reprenne la position d'équilibre qu'il a quand le ressort n'est pas tendu, pour connaître le couple d'entraînement ;

4° d'un tachymètre à force centrifuge système Deprez, dont l'aiguille marque à chaque instant, sur un cadran, la vitesse angulaire des inducteurs ;

5° d'un système de quatre cadres métalliques amovibles placés aux extrémités de deux diamètres de l'anneau et formant quatre bobines à une seule spire, groupées en tension. Les extrémités du circuit de ces quatre bobines aboutissent à un commutateur redresseur de courant, de façon que le courant induit engendré dans ce circuit par la rotation des inducteurs, ait toujours le même sens et puisse être mesuré à l'aide d'un galvanomètre ordinaire et permette ainsi de mesurer le flux de force magnétique à l'intérieur du fer de l'anneau dans les quatre points neutres qu'il présente sur sa circonférence. En effet, si on désigne par N le nombre des pôles de l'inducteur passant par seconde devant un point fixe ; par i l'intensité du courant accusé par le galvanomètre dans la position la plus favorable des balais du commutateur redresseur des courants ; par R, la résistance du galvanomètre, celles des spires étant négligables, et enfin par $\mathfrak{F}$ le flux de force en un point neutre de l'anneau, on arrive facilement à l'équation

$$\mathfrak{F} = \frac{Ri}{N}.$$

L'appareil permet donc de mesurer la vitesse angulaire et par conséquent le nombre de cycles par seconde, le couple d'entraînenement, le flux de force magnétique induit dans l'anneau ; il permettrait même facilement de mesurer le flux des inducteurs en enroulant, sur leurs quatre points neutres, un certain nombre de

Digitized by Google

spires et en appliquant la méthode du galvanomètre balistique expliquée dans un chapitre précédent.

Disons en terminant que cet appareil, construit en 1894, avait été imaginé par nous en même temps que l'indicateur de vitesse magnétique (484) décrit dans le Journal *La Lumière Électrique* (N° du 11 Juin 1881, page 407), dont il n'est que la copie amplifiée.

801. — Expériences du Professeur Ewing sur l'hystérésis. — Le professeur Ewing est, croyons-nous, le premier savant qui ait étudié l'hystérésis (ce mot a même été imaginé par lui), et il a fait de nombreuses expériences dont nous donnons ici un tableau résumé auquel nous avons joint un certain nombre d'expériences de M. Hopkinson.

Nature du métal	Flux maximum induit	Flux rémanent	Force coercitive	Énergie perdue par hystérésis
Fer forgé	18 251	7 248	2,30	13 356
Fonte malléable	12 408	7 479	8,80	33 742
Fonte grise	10 783	3 928	3,80	13 037
Acier doux Bessemer	18 196	7 860	2,96	17 137
Acier doux Whitworth	19 840	7 080	1,63	10 290

La force coercitive est mesurée par l'intensité du champ dans lequel il faut placer le barreau pour le désaimanter complètement lorsqu'il a été préalablement soumis à l'action d'un champ de signe contraire, capable de produire le flux indiqué dans la 1re colonne. Le flux rémanent est celui qui subsiste après que le champ inducteur a été ramené de sa valeur maxima à zéro.

Expérience de M. Ewing sur le fer doux :

Digitized by Google

Flux total Inducteur + Induit	Énergie perdue par hystérésis
1 974	410
3 830	1 160
5 950	2 190
7 180	2 940
8 790	3 990
10 590	5 560
11 480	6 160
11 960	6 590
13 700	8 690
15 560	10 040

Dans ces deux tableaux, l'énergie perdue par hystérésis est estimée en ergs $\left(\text{l'erg vaut } \frac{1 \text{ watt-seconde}}{10\,000\,000}\right)$ par cycle et par centimètre cube de fer.

802. — Expériences industrielles de M. Marcel Deprez sur l'hystérésis et les courants parasitaires des anneaux de fer des machines dynamo-électriques. — Lorsque nous avons été chargé par la *Société pour la transmission de la force par l'électricité,* de diriger l'étude et la construction des machines à haute tension de notre système, dont nous donnerons la description et les résultats dans la quatrième partie de cet ouvrage, nous avons dû procéder à des expériences sur les qualités magnétiques du fer des inducteurs et des induits. Pour ces derniers, la mesure de l'hystérésis était indispensable. Nous avons alors profité, pour la faire, de l'existence d'un puissant dynamomètre de rotation enregistreur qui avait été construit spécialement pour mesurer le travail mécanique absorbé par les machines dynamo-électriques. Nous avons donc mis en expérience une de nos machines dont l'anneau n'était pas bobiné, et nous avons mesuré successivement le travail nécessaire pour faire tourner l'anneau lorsque les inducteurs n'étaient pas excités et lorsqu'ils l'étaient. La vitesse étant exactement la même dans les deux expériences, la différence des deux puissances accusées par le dynamomètre, représentait le travail absorbé par l'hystérésis et par

Digitized by Google

les courants dits de Foucault. Bien que toutes les précautions eussent été prises pour réduire les courants parasites autant que possible, le champ magnétique de nos inducteurs de 32 centimètres de diamètre, était si énergique, que, après une expérience prolongée, les pièces de la carcasse métallique sur laquelle était monté l'anneau, étaient très chaudes. Il y avait donc là une perte de travail impossible à éviter complètement et que nous avons d'ailleurs essayé de mesurer à part, mais sans succès, les nombres obtenus ne présentaient en effet aucune régularité.

Les nombres obtenus dans les expériences relatives à la mesure du travail total (hystérésis et courants parasitaires) présentaient, au contraire, une régularité très satisfaisante et ce sont ceux que nous allons donner. Mais pour les motifs que nous venons d'expliquer, ils sont nécessairement plus élevés que si les courants parasitaires eussent été complètement supprimés ; ils pèchent donc par excès. Néanmoins, ils ont une valeur industrielle incontestable, puisque dans la pratique, il est impossible de faire disparaître les causes qui donnent naissance aux courants parasitaires. Voici les résultats obtenus.

Description de l'anneau de fer. — L'anneau de fer était formé de 526 anneaux élémentaires en acier extra-doux du Creusot, ayant 50 centimètres de diamètre extérieur, 30 centimètres de diamètre intérieur et $\frac{4}{10}$ de millimètres d'épaisseur. Le poids d'un de ces anneaux élémentaires était de 406 grammes. Cet ensemble était serré entre deux lames de tôle de mêmes dimensions que les anneaux mais d'une épaisseur de $8^{m}/^{m}$. Le poids total du fer était de 229 kilogr. et le poids de l'anneau avec les boulons et accessoires en fer isolés, destinés à consolider tout cet ensemble, était de 271 kilogrammes.

Placé dans les pièces polaires d'un champ très puissant, cet anneau livrait passage à un flux de force de 16000 unités par centimètre carré de la section du fer de l'induit (le flux était de 10000 unités dans l'inducteur).

La vitesse de rotation étant de 600 tours par minute, le dynamomètre accusait par différence, comme nous venons de l'expliquer,

Digitized by Google

un travail de $1^{ch},60$ ou de $1177,6 \times 10^7$ *ergs* par seconde. Le poids du fer étant de 229^K et le nombre de cycles par seconde étant égal à 10, on trouve que le travail par gramme de fer et par cycle, était de 5 140 ergs et comme la densité du fer expérimenté différait très peu de 8, on trouve finalement que le travail par centimètre cube de fer atteignait 41 120 ergs, nombre considérable si on le compare à ceux du professeur Ewing. Les courants parasitaires dont l'action s'ajoutait à celle de l'hystérésis, ne devaient d'ailleurs absorber qu'une fraction assez faible de ce travail, pour beaucoup de raisons, dont les principales sont que les anneaux élémentaires étaient isolés avec un soin extrême les uns des autres et que les masses métalliques constituant la carcasse qui supportait l'anneau, étaient relativement éloignées du champ magnétique.

Le nombre élevé auquel nous sommes arrivés doit être dû à deux causes principales qui sont : la nature du métal et le procédé même de mesure qui est un procédé mécanique et non un procédé électrique comme celui de M. Ewing et de M. Hopkinson. En outre, le mode d'aimantation n'est pas le même, l'anneau de fer soumis à l'expérience présentant deux pôles conséquents, tandis que dans les expériences citées plus haut, l'anneau de fer ne présente aucune polarité, l'aimantation étant provoquée par un solénoïde toroïdal dont les extrémités se rejoignent presque. Toutes ces circonstances doivent être prises en considération dans un phénomène aussi mal connu que l'hystérésis et qui dépend d'éléments dont l'influence est loin d'être évidente à priori. Mentionnons par exemple, ce fait, que la valeur du travail absorbé par cycle et pour une valeur donnée du champ magnétique, augmente avec le nombre de cycles accomplis dans l'unité de temps. Les nombres cités dans les expériences de M. Ewing doivent, paraît-il, être augmentés de 40 °/₀, lorsque le fer est soumis à l'action de courants alternatifs d'une *fréquence* ordinaire.

803. — Expériences diverses. — A titre de renseignements, nous donnons encore ici quelques nombres d'expériences faites par divers savants sur l'hystérésis.

Digitized by Google

Valeur du flux *total*.	Énergie perdue. Ergs par cycle et par centimètre cube.
4000	1400
5000	2000
6000	2600
7000	3200
8000	3900
10000	5500
12000	7200
14000	9200
16000	11400
18000	17200

Champ inconnu mais intense. Nature du métal.	Energie perdue. Ergs par cycle et par centimètre cube.
Fer recuit très doux	9300
— moins doux	16300
Fil de fer étiré dur	60000
Fil d'acier recuit	70500
Fil d'acier trempé tressé	76000
Corde de piano	116000
— après recuit	94000

804. — Mesure de l'hystérésis au moyen de l'électrodynamomètre. — Nous allons montrer que l'électrodynamomètre permet de mesurer d'un seul coup, et dans un temps très court, l'énergie perdue pendant un cycle par suite de l'hystérésis. Pour cela, nous supposerons que le barreau en expérience soit recourbé en U comme un électro-aimant ordinaire, et que ses deux branches soient réunies à la partie supérieure par une armature faite avec le même fer et de même section que les branches de l'U. Cette armature doit être aussi courte que possible ; sa longueur étant égale à l'écartement extérieur des branches de l'électro en U, il en résulte que ces branches doivent être très peu écartées ; elles sont d'ailleurs recouvertes de fil sur toute leur longueur, de manière à créer un champ magnétique aussi uniforme que possible.

Digitized by Google

L'armature est entourée de fil dans la portion restée libre à l'intérieur des branches de l'électro, et cet enroulement, complètement distinct de celui de l'électro, est mis en communication avec les deux bornes du cadre mobile d'un électrodynamomètre à suspension monofilaire ou bifilaire, ce cadre mobile étant orienté dans un plan perpendiculaire au plan du cadre fixe, et pouvant prendre un mouvement d'une amplitude angulaire de 15 à 20 degrés au moins. Ce cadre fixe est placé en série dans le circuit de l'électro.

Si on met brusquement en communication le circuit inducteur de l'électro avec les pôles d'une pile, l'enroulement de l'armature, et par conséquent le cadre mobile de l'électrodynamomètre, est parcouru par un courant instantané pendant que le cadre fixe est parcouru par le courant qui anime l'électro. Il résulte de là que le cadre mobile est soumis à l'action d'un couple de très faible durée qui produit sur lui une impulsion absolument semblable à celle que reçoit l'équipage mobile d'un galvanomètre balistique.

Nous allons démontrer que la mesure de l'élongation du cadre mobile permet de calculer la valeur du terme $\int \mathcal{H} d\mathcal{F}$ qui, ainsi que nous l'avons démontré, est proportionnel à la perte de travail due à l'hystérésis, lorsque le champ magnétique inducteur $\mathcal{H}$ est périodique.

En désignant par I et par I′ les intensités des courants qui traversent respectivement le cadre fixe et le cadre mobile, le couple exercé sur ce dernier a pour valeur $c\mathrm{II}'$, et l'impulsion totale au bout du temps τ, a pour expression

$$c\int_0^\tau \mathrm{II}'dt.$$

Cette impulsion a pour conséquence une élongation du cadre qui lui est proportionnelle, de sorte que l'aiguille de ce dernier parcourt un angle proportionnel à

$$\int_0^\tau \mathrm{II}'dt.$$

Tout cela suppose, bien entendu, que la durée de τ, c'est-à-dire de l'impulsion, est assez petite pour que le cadre mobile n'éprouve pas de déplacement notable pendant ce temps τ.

Digitized by Google

Le courant I′ qui parcourt le cadre mobile a, à chaque instant, pour expression

$$I' = \frac{\Sigma E'}{R'},$$

$\Sigma E'$ désignant la somme des *f. e. m.* de toute nature, développées dans le circuit dont il fait partie, et R′ la résistance de ce circuit. Or, les *f. e. m.* développées sont au nombre de trois, qui sont : 1° celle qui est due à la variation du flux de force embrassé par les spires de l'enroulement de l'armature de l'électro ; 2° celle qui est due à la self-induction des enroulements de l'armature et du cadre mobile ; 3° celle qui est produite par le mouvement du cadre mobile dans le cadre fixe. De ces trois *f. e. m.*, la première est de beaucoup la plus importante, puisqu'elle est produite par le flux de force total de l'électro, qui est incomparablement plus grand que le flux de force dû au passage du courant I′ dans les enroulements de l'armature et du cadre mobile. La troisième est tout à fait négligeable, et nous n'avons même pas cru devoir mentionner une quatrième *f. e. m.* due au coefficient d'induction mutuelle des deux cadres, parce qu'ils sont rectangulaires entre eux et que, dans ce cas, le coefficient d'induction mutuelle est nul, du moins pendant la durée τ de l'état variable.

Mais nous allons voir que, même quand ces *f.e.m.* d'induction ne seraient pas nulles, elles n'auraient pour conséquences que des impulsions dont la somme algébrique serait nulle au bout du temps τ, parce que ce temps est égal à la durée d'une période du courant I. Considérons d'abord la première dont l'influence est prépondérante ; elle a pour valeur $\frac{d\mathcal{F}}{dt}$, $\mathcal{F}$ étant la somme des flux de force magnétique embrassés par toutes les spires de l'enroulement de l'armature, c'est-à-dire le produit du nombre n de spires de cet enroulement, par la vitesse de variation du flux total de l'électro, dans une seule d'entre elles. Le courant I′, en négligeant les autres *f. e. m.*, a pour expression

$$I' = n\frac{d\mathcal{F}}{R'dt}$$

et l'intégrale

$$\int_0^\tau I'dt$$

Digitized by Google

à laquelle est proportionnelle l'élongation du cadre mobile, n'est autre chose que

$$\frac{n}{R'}\int_0^\tau I d\mathcal{F}.$$

Or, cette dernière intégrale est proportionnelle à la quantité d'énergie perdue par suite de l'hystérésis, lorsque le courant I et toutes les quantités qui en dépendent, ont accompli une période ou décrit un cycle. L'élongation du cadre mobile est donc proportionnelle à l'énergie absorbée par suite de l'hystérésis pendant un cycle, à la double condition que ce cycle ait une durée assez petite pour que le cadre ne se déplace pas notablement pendant cette durée, et que les intégrales de même forme, dues aux autres forces électro-motrices énoncées plus haut, soient négligeables. Or, non seulement elles sont négligeables, mais encore (sauf la 3me) elles sont nulles, parce qu'elles sont toutes de la forme

$$\int_0^\tau I d\mathcal{F}$$

et que les flux de force auxquels elles se rapportent, reprennent, contrairement à ce qui a lieu pour le fer, des valeurs identiques lorsque I reprend lui-même une valeur déterminée, tandis que le flux de force dû au fer, ne repasse par les mêmes valeurs en même temps que I, que lorsque I a décrit une période complète. En d'autres termes, les flux de force autres que celui de l'électro, sont des fonctions de I seulement, tandis que le flux de l'électro est fonction de I et de $\frac{dI}{dt}$.

Nous laisserons au lecteur le soin de trouver lui-même l'équation qui exprime la valeur exacte de l'hystérésis du fer soumis à l'expérience, en fonction des diverses dimensions de l'électrodynamomètre. C'est un problème absolument de même ordre que celui qui se présente lorsqu'on veut trouver, au moyen du galvanomètre balistique, la valeur de l'intégrale $\int I dt$.

Bar-le-Duc. — Imprimerie Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

89089681407

B89089681407A

Digitized by Google

Digitized by Google

89089681407

b89089681407a

Digitized by Google